Formação continuada em MATEMÁTICA
Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

MATEMÁTICA 3º ANO ENSINO MÉDIO
II BIMESTRE /2013

PLANO DE TRABALHO

PROBABILIDADE II

Tarefa 1

Cursista : Rosangela Leite Farnesi

Tutor: Susi Cristine Britto Ferreira

Sumário:

INTRODUÇÃO:

Este trabalho tem por objetivo permitir que os alunos percebam a aplicabilidade do conteúdo de união de eventos, de eventos independentes e probabilidade condicional.

Pela falta de interesse de nossos alunos, vamos arrumar meios atraentes para motivá-los.

Vamos iniciar com um vídeo para tornar o ambiente mais agradável assim estimulando nossos alunos.

Mostraremos exemplos do cotidiano dos alunos para perceberem a importância do conteúdo.

Para totalização do plano serão necessários de oito tempos de cinquenta minutos para o desenvolvimento do conteúdo mais dois tempos de cinquenta minutos para a avaliação de aprendizagem.

DESENVOLVIMENTO:

Atividade 1

Habilidade relacionada: Resolver problemas utilizando a probabilidade da união de eventos .

Pré – requisitos : Definir espaço amostral e experimento aleatório. Saber calcular a probabilidade simples.

Tempo de duração: 100 minutos

Recursos Educacionais utilizados: Computador com data-show e quadro .

Organização da sala: Grupos de dois ou três alunos cada.

Objetivos: Resolver problemas de probabilidade (união de eventos)

Metodologia Adotada: Vídeo=Problema dos pontos http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1062

O vídeo simula um cenário fictício em que Fermat e Pascal encontram-se e o segundo propõe um jogo de cara ou coroa, mas o sono toma conta de Fermat quase no final do jogo e então coloca a pergunta como dividir o prêmio? Eles iniciam então uma interessante discussão posteriormente como o problema dos pontos.

Vamos agora ver um reportagem sobre a Mega Sena

AMBULANTE DEIXA DE REGISTRAR APOSTA NA MEGA SENA DA VIRADA E PERDE MILHÕES.

Marlinda Gerbara é do Rio de Janeiro e junto com outros colegas ambulantes resolveu apostar na Mega Sena que pagará um

prêmio recorde.Ela ficou encarregada de registrar as apostas na lotérica MIL MARAVILHAS, que fica no Centro do Rio, próximo ao camelódromo da cidade. No entanto Marlinda não conseguiu achar o dinheiro que foi arrecadado e não fez a aposta, embora tenha dito aos colegas que havia feito.

Ao encontrar um dos colegas apostadores que a informou que estavam milionários, a ambulante teve uma parada cardíaca e TVE que ser levada às pressa para o Hospital, o estado dela é instável.

No nosso país a Mega Sena é o jogo de loteria que desperta maior interesse na população. Isso se deve ao fato de quantias oferecidas como prêmio serem bastante altas.

Esse jogo consiste em realizar uma aposta contendo no mínimo 6 e no máximo 15 dezenas escolhidas do conjunto de { 01,02,03............58,59,60}, cada aposta simples de 6 dezenas custa atualmente R$ 2,00.

Como a Mega Sena disponibiliza um total de 60 dezenas para a realização dos jogos ,o número de dezenas simples , formados a partir dessas 60 dezenas é obtido por $C_{60,6}$ = 50.063.860.Esse número é da ordem de 50 milhões.

Um determinado apostador fez um jogo com 8 dezenas.Qual é a probabilidade desse jogador ganhar a sena?

Calculamos uma combinação das 8 dezenas tomadas 2 a 2.

$$C_{8,6} = \frac{8!}{6!\,2!} = 28$$

Portanto a chance dele acertar a Mega Sena é de:

P(8) = $\frac{28}{50063860}$ **= 0,00005593%**

Um certo apostador separou R$ 14,00 para jogar a Mega Sena.Ele tem duas opções de realizar seu jogo.

1) 1 jogo com 7 dezenas ou

2) 7 jogos de seis dezenas simples.

Qual é a chance deste apostador aceitar as seis dezenas da Mega Sena em cada opção de jogo?

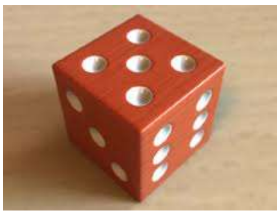
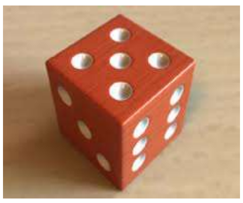
A chance é a mesma , ou seja, 0,0000014%,$\frac{7}{50063860} = 0,0000014\%$, pois em ambos os casos teremos 7 jogos diferentes e portanto a mesma probabilidade . Uma diferença seria o fato do jogador, escolhendo a 2ª opção, ter mias flexibilidade para escolher outras dezenas que acredite serem sorteadas. Neste caso, apesar da probabilidade ser a mesma. As opções de dezenas diferentes são maiores.

Probabilidade da união de dois eventos

A probabilidade de ocorrer o evento A ou o evento B,ou seja, a união do dois eventos , é igual à probabilidade de ocorrer A mais a probabilidade de ocorrer B menos a probabilidade da interseção de A com B. Ou seja:

$P(A \cup B) = p(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Exemplos: 1) No lançamento simultâneo de dois dados .Qual a probabilidade de sair par ou um número primo?

E ={ 1,2,3,4,5,6} = 6

A = sair par { 2,4,6}= 3

B =sair primo { 2,3,5}=3

A∩B = { 2} =1

$\frac{3}{6}+\frac{3}{6}-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$ **ou** $\frac{5}{6}x100=\frac{500}{6}=83,33..\%$

2) Uma urna contém 25 bolas numeradas de 1 a 25, sendo uma delas extraída ao acaso.Qual a probabilidade de o número ser múltiplo de 2 ou de 3?

E = { 1,2,3,......24,25}

A = múltiplo de 2 {2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24} =12

B = múltiplo de 3{ 3,6,9,12,15,18,21,24} = 8

A∩B ={ 6,12,18,24} = 4

$\frac{12}{25}+\frac{8}{25}-\frac{4}{25}=\frac{16}{25}$ **ou 64%**

3) De um baralho de 52 cartas,uma é extraída ao acaso.Qual a probabilidade de sair um valete ou uma carta de ouros?

E = { 1,2,3,....51,52}=52 elementos

A = { valete de paus,valete de ouros, valete de copas e valete de espadas} = 4

B= { 1,2,3...........12,13}= 13

A ∩B = { um valete de ouros}= 1

$\frac{4}{52}+\frac{13}{52}-\frac{1}{52}=\frac{16}{52}$ **ou 30,7%**

ATIVIDADE 2

Habilidade relacionada: Resolver problemas que envolvam a probabilidade de eventos independentes.

Pré- requisitos: Noção de probabilidade

Tempo de duração: 100minutos

Recursos Educacionais utilizados : quadro

Organização da turma: Em duplas

Objetivos: Calcular a probabilidade de eventos independentes.

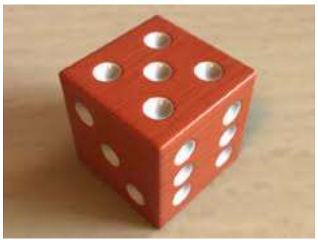
Metodologia adotada: Iniciaremos com a definição de Probabilidade de Eventos independentes.

Dois eventos A e B de um espaço amostral com p(A) $\neq$ 0 e p(B) $\neq$ 0 são independentes se e somente se p($\frac{A}{B}$)=p(A), ou de modo equivalente:

P(A∩B)= p(A) .p(B)

Exemplos.

1) **Um dado é lançado e é registrado o número na face superior. Em seguida uma moeda é lançada e é registrada.Qual é probabilidade de sair o número 5 e coroa?**

Evento A - $\frac{1}{6}$ um número 5 em seis possibilidades

Evento B =$\frac{1}{2}$ uma coroa em duas possibilidades.

A ∩B = { }, logo : p(A) .p(B) = $\frac{1}{6}.\frac{1}{2} = \frac{1}{12}$ ou 8,3%

2) **Qual é a probabilidade de, ao lançar um dado comum duas vezes seguidas, obter em ambos os lançamentos um número par de pontos?**

   Evento A sair par = { 2,4,6} , três em seis possibilidades
   Evento B sair par = {2,4,6}, três também
   Logo :$\frac{3}{6}.\frac{3}{6} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ **ou 25%**

3) **Lançamos dois dados perfeitos .Qual a probabilidade de "sair 6 no 1º dado" e " sair 3 no 2º dado"?**

   Evento A – sair o número 6, uma possibilidade em seis.
   Evento B – sair o número 3, uma possibilidade em seis.
   Logo: $\frac{1}{6}.\frac{1}{6}=\frac{1}{36}\ ou\ 0,27\%$

ATIVIDADE 3

Habilidade relacionada: Resolver problemas envolvendo probabilidade condicional .

Pré- requisitos: Noção de probabilidade, saber espaço amostral

Tempo de duração: 100minutos

Recursos Educacionais utilizados : quadro

Organização da turma: Em duplas

Objetivos: Calcular a probabilidade condicional .

Metodologia adotada: Iniciaremos com um exemplo de Probabilidade condicional.

Um avião fretado por uma operadora turística de Minas Gerais partiu de Belo Horizonte com destino a Natal, no Rio Grande do Norte, com 140 passageiros.Durante o vôo ,cada turista respondeu a duas perguntas:

Já voou antes?

Já esteve em Natal?

Os dados obtidos a partir dos passageiros encontram-se organizados na tabela seguinte.

	Voando pela 1ª vez	Já havia voado	Total
Não conhecia Natal	83	22	105
Já conhecia Natal	23	12	35
Total	106	34	140

Um passageiro é selecionado ao acaso e verifica-se que ele nunca tenha viajado de avião.Qual é a probabilidade de que ele já conhecesse Natal?

Nesse caso já temos conhecimento da ocorrência de um evento " o passageiro estar voando pelas primeira vez"Com isso o número de casos possíveis reduz a 106 Nesse novo universo , que é o espaço amostral reduzido, o número de passageiros que já conhecia Natal é 23. Assim a probabilidade pedida é $p = \frac{23}{106}$

Esse número expressa a probabilidade da pessoa a ser escolhida conhecer Natal,sabendo que era a primeira vez que viajava de avião.Vamos denominar tal número de probabilidade condiconal e indicá-lo por :

P(já conhece Natal/primeira vez de avião)

/ dado que ou sabendo que

23 corresponde ao número de passageiros que já estiveram em Natal e estavam voando pela primeira vez.

106 corresponde ao número de passageiros que voam pela primeira vez.

Temos, então:

P(já conhece Natal/primeira vez de avião)

$$= \frac{\text{número de passageiros que já conheciamNatal e voavampela} 1^{\text{a}} \text{ vez}}{\text{Número der passageiros que voavam pela } 1^{\text{a}} \text{ vez}}$$

A situação sugere definição:

A probabilidade condicional do evento A ,sabendo que o evento B, é indicada por p($\frac{A}{B}$= $\frac{n(A \cap B)}{n(B)}$

Para resolver problemas de probabilidade condicional, em geral é mais prático seguir o raciocínio desenvolvido no problema dos turistas do vôo fretado; reduz-se o espaço amostral e se calculam as probabilidades nesse novo espaço.

Exemplos:

1) **Um dado é lançado duas vezes sucessivamente. Sabendo – se que a soma dos pontos obtidos é menor que 6,qual é a probabilidade de que em ao menos um lançamento ocorra a face 2?**
   Vamos reduzir o espaço amostral:
   {(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(4,1)}
   Dos elementos é preciso selecionar os pares em que pelo menos um dos resultados é 2. Há e casos favoráveis: (1,2),(2,1),(2,2),(2,3) e (3,2).
   Assim a probabilidade pedida é $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$=50%
2) **Uma das letras do alfabeto é escolhida ao acaso.Sabendo que ela é uma das dez primeiras letras,qual é a probabilidade de que seja uma vogal?**
   Espaço amostral{ a,b,c,d,e,f,g,h,i,j}
   Dos elementos é preciso selecionar as vogais.
   {a,e,i}
   Assim:$\frac{3}{10}$ou 30%
3) **De um baralho comum, uma carta é retirada ao acaso.Se a carta escolhida, não é valete,nem dama, qual é a probabilidade de ser o rei de ouro?**

Espaço amostral(52 cartas, menos 4 valetes e menos 4 damas)- 52 – 8= 44

Rei de ouros – 1 elemento. Assim: $\frac{1}{44}$

ATIVIDADE 4

Habilidade relacionada: Resolver problemas que envolvam a probabilidade de união de eventos, eventos independentes e probabilidade condicional.

Pré- requisitos: Exercícios dados anteriormente.

Tempo de duração: 100minutos

Recursos Educacionais utilizados : quadro

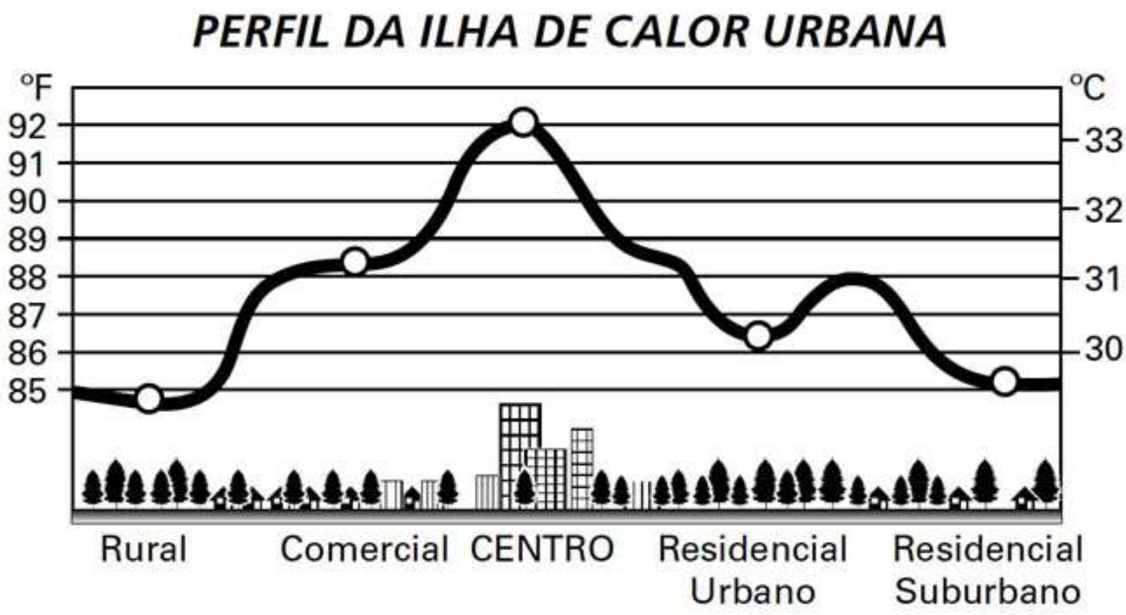
Organização da turma: Em duplas

Objetivos: Calcular a probabilidade de união de dois eventos ,eventos independentes e probabilidade condicional.

Metodologia adotada: Livros didáticos.

Exercícios de revisão

1)(ENEM-2011)Rafael mora no Centro de uma cidade e decidiu se mudar, por recomendações médicas, para uma das regiões: Rural, Comercial, Residencial Urbano ou Residencial Suburbano. A principal recomendação médica foi com as temperaturas das "ilhas de calor" da região, que deveriam ser inferiores a 31ºC. Tais temperaturas são apresentadas no gráfico:



Escolhendo, aleatoriamente, uma das outras regiões para morar, a probabilidade de ele escolher uma região que seja adequada às recomendações médicas é

a) 1/5

b) 1/4

c) 2/5

d) 3/5

e) 3/4

Gabarito: E, quando se olha para o gráfico, o aluno tende a responder a letra D, mas no enunciado, a pergunta só menciona 4 das 5 cidades.

2)Se um dado é lançado duas vezes sucessivamente e os números obtidos são iguais,qual é as probabilidade de que a soma dos pontos seja um número par?

3)Uma urna contém 40 bolas numeradas de 1 a 40, uma delas é extraída.Qual a probabilidade de o número da bola sorteada ser múltiplo de 2 ou múltiplo de 5?

4) Um dado é lançado e uma moeda.Qual a probabilidade de sair o número 1 na moeda e cara na moeda?

5)Duas cartas, de um baralho de 52 cartas,são extraídas sucessivamente.Qual a probabilidade de saírem duas cartas de copas , se a extração é feita sem reposição?

6)(UEL-PR) De um total de 500 estudantes da área de exatas, 200 estudam Cálculo Diferencial e 180 estudam Álgebra Linear.Esses dados incluem 130 estudantes que estudam ambas as disciplinas;Qual é a probabilidade de que um estudante escolhido aleatoriamente esteja estudando Cálculo Diferencial ou Álgebra Linear?

a) 0,26 b) 0,50 c) 0,62 d) 0,76 e) 0,80

7) Um casal planeja ter 3 filhos.Qual é a probabilidade de que o casal tenha exatamente dois filhos do sexo masculino(M), sendo que o primeiro filho que nasceu é do sexo feminino(F)?

Avaliação:

A avaliação envolve aluno e professor e deve ser realizada de maneira que ambos possam avaliar o quanto se desenvolveu.Cada uma das competências relacionadas aos temas estudados.A tarefa, a ser realizada em dupla da página treze na elaboração questões diversificadas e seus respectivos gabaritos envolvendo operações com probabilidade pode ser um dos meios para pesquisar as competências e habilidades adquiridas pelos alunos.Por isso, deve ser pontuada.Assim o professor poderá avaliar a reflexão e o argumento críticos usados pelos alunos (50 minutos).Em um momento oportuno aplicar também exercícios individuais envolvendo cálculo da probabilidade (união de eventos,eventos independentes e condicional). É apropriado verificar os acertos dos alunos, nas questões relacionadas com o tema que constarão no SAERJINHO. Este será outro método de avaliação.

Aplicação de avaliação escrita individual (50 minutos) para investigação da capacidade de utilização de conhecimentos adquiridos e raciocínio lógico, para resolver exercícios do cotidiano e todo conteúdo de probabilidade.

Observações importantes sobre esse plano de trabalho.

Ele será aplicado no 3º ano turmas 3001,3002 e 3003 do Colégio Estadual Jayme Silvestre Camargo de Barra Mansa . Eles gostam muito das aulas contextualizadas ficam bem mais motivados com aulas dinâmicas.

Após os cursos oferecidos vejo de uma outra maneira a minha prática pedagógica, pois o material dos roteiros, os fóruns com dicas e idéias tão relevantes dos colegas,faz com que acumulamos muitas maneiras de dar o mesmo conteúdo e também aulas futuras bem criativas.

Referências Bibliográficas:

BARRETO&Xavier,Matemática aula por aula,São Paulo,Ed.FTD,2005.

BIANCHINI,Edwaldo,PACCOLA,Herval,Matemática,São Paulo,Ed.Moderna,2004.

IEZZI,Gelson,DOLCE,Osvaldo,Matemática Ciência e Aplicações,São Paulo,Ed.Saraiva,2010.

OBRA COLETIVA, Conexões com a Matemática, São Paulo, Ed. Moderna, 2010.

ROTEIRO 3, Curso aperfeiçoameto oferecido por CECIERJ referente ao 3 º ano Ensino Médio, 2º bimestre /2013.

SMOLE, Katia Stocco & DINIZ ,Maria Ignez,Matemática Ensino Médio,São Paulo,Ed.Saraiva,2010.

SOUZA,Joamir,Novo Olhar Matemática,São Paulo,Ed. FTD,2010.