FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

Fundação CECIERJ / Consórcio SEDERJ

Matemática 9º Ano – 3º Bimestre/2012

Avaliação da Implementação do
Plano de Trabalho 2
Círculo, circunferência e seus elementos
Razões Trigonométricas

Tarefa 4

Cursista: Adriano Eduardo de Castro Barbosa

Tutor: Quedma Ramos dos Santos

SUMÁRIO

PONTOS POSITIVOS

O PT2, teve uma aceitação da turma melhor do que o esperado, pois em se tratando de aula convencional, os alunos quiseram participar, talvez por ser um conteúdo que eles tenham conseguido se identificar melhor, o que resultou na atividade 3 como prêmio, uma aula em que eles puderam trabalhar com a matemática de forma leve.

PONTO NEGATIVO

Ter de tomar conta de um grupo enorme de adolescentes, no mesmo momento em que alunos de outras turmas que estavam sem aula, surgiram somente para atrapalhar o andamento da atividade 3, o que ocasionou em “contágio” para a turma, e fazendo com que os menos interessados se dispersassem da aplicação.

IMPRESSÕES DOS ALUNOS

Os alunos foram mais presentes durante a apresentação das atividades 1 e 2, questionando e participando ativamente da aula. A aplicação da atividade 3, causou um entusiasmo maior do que o esperado. A turma nunca havia agido de forma tão proveitosa.

ALTERAÇÕES

Remodelação total do PT2, e inclusão de atividades relacionados a Razões Trigonométricas. A forma de avaliação também sofreu ajustes, para que ficasse de acordo ao novo PT2.

INTRODUÇÃO

Nesta parte do bimestre será trabalhada a geometria e a trigonometria, que será dividida em três atividades uma de geometria plana (círculo e circunferência), e outras duas de razões trigonométricas (seno cosseno e tangente dos ângulos notáveis de 30°, 45° e 60°). Esses conteúdos serão apresentados de forma tradicional aos alunos, mas podendo a ser mais trabalhado durante as aulas de revisão para o SAERJ.

A atividade 1 será o sobre conteúdo círculo e circunferência, será abordado a sua praticidade no uso diário, seus elementos e suas características.

A atividade 2 será a apresentação das razões trigonométricas, será necessário a recordação de conceitos sobre triângulo retângulo e o conceito de razão. Será apresentada a tabela trigonométrica com os devidos valores das razões de acordo com seu ângulo. A atividade 3 envolverá a utilização de razões trigonométricas no cálculo de alturas, utilizando o teodolito como instrumento de localização de pontos, ou distâncias utilizando os ângulos notáveis.

A avaliação consistirá na resolução do questionário da atividade 1, resolução de exercícios da atividade 2 e participação na confecção, utilização e trabalho em equipe com o teodolito.

Atividade 1: O círculo e a circunferência

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Objetivos: Apresentar aos alunos a circunferência, assim como seus principais elementos com exemplos abstratos, mas relativos a suas experiências.

Pré-requisitos: Nenhum específico.

Material necessário: Quadro e Caneta, para o desenho das figuras

Organização da classe: Turma disposta em fileiras, proporcionando o desenvolvimento da capacidade de raciocínio individual dos alunos.

Descritores associados:

H09 - Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.

Recursos educacionais utilizados: Apresentação do conteúdo utilizando experiências diárias do aluno.

Metodologia adotada: Aula sem conteúdo escrito diretamente no quadro, foi solicitado aos alunos que não trouxessem o livro nesse dia, para não consultarem.

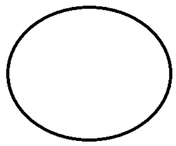
Conteúdo: Circunferência

- Diferenciar circunferência de círculo.
- Reconhecer em uma circunferência o diâmetro, o raio e a corda.
- Relacionar os elementos de uma circunferência.

Círculo e circunferência

Existe diferença entre círculo e circunferência?

Foi levantada essa questão e apresentado a seguinte imagem no quadro



Um dos alunos respondeu:

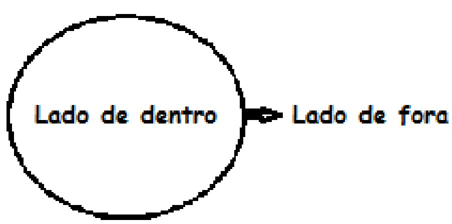
" - Circunferência é o molde da figura, professor?"

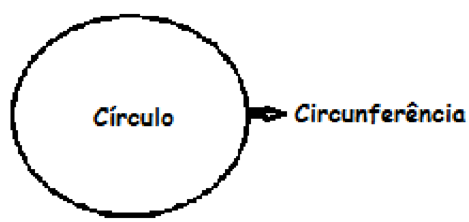
Com essa resposta foi prosseguida a explicação

Toda figura geométrica plana possui lados, mas também possui cantos.

Essa figura não possui cantos, mas possui lados?

Costumo dizer que sim, o "lado" de dentro e o "lado" de fora, o lado de dentro é o que chamamos de círculo, que só existe por causa da limitação do lado de fora, que é a circunferência.





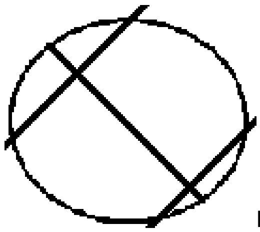
O círculo é uma figura geométrica bastante comum em nosso dia-a-dia.

Qual o forma dos pratos de sua casa, da roda de um carro ou bicicleta, de uma aliança, ou até mesmo o da manga de sua camisa?

Alguns elementos importantes

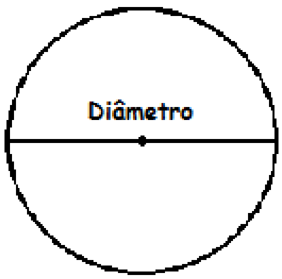
Corda

Esse nome é dado a todo segmento de reta que atravessa o círculo, tocando os extremos da circunferência.



Exemplos de cordas

Existe uma corda que possui um nome específico, esta corda se chama diâmetro



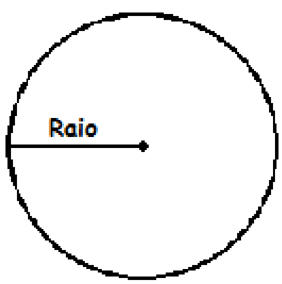
Foi levantada outra questão para a turma

Como se chama aquele haste de alumínio que liga a circunferência da roda de uma bicicleta, a um apequena circunferência no centro da mesma?

Um outro aluno respondeu aro, mas esclareci que aro é a circunferência da roda, onde se fixa o pneu.

Depois de um certo tempo um aluno respondeu raio, então esclareci que esse nome é por causa de um elemento do círculo que parte do centro até a extremidade.

-Professor, esse não é o diâmetro?

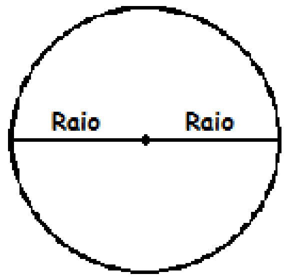


Foi utilizado o desenho para mostrar a diferença

O diâmetro parte de uma extremidade a outra da circunferência, o raio parte do centro.

Alguém sabe qual a relação entre diâmetro e raio, já que os dois passam pelo centro da circunferência?

O diâmetro pode ser dividido em dois raios



Então, o diâmetro é o dobro do raio

D = 2r

Qual o raio de uma roda com, 30cm de diâmetro?

Foi explicado que o diâmetro é o dobro do raio, então por conseqüência o raio é a metade do diâmetro.

r = D/2

No caso do exemplo acima o raio é 15 cm

Descobrindo o número pi

Se vocês chegarem em casa, pegarem uma fita métrica e começarem a medir a circunferência do prato que vocês usam, de um cd ou dvd, ou até mesmo de uma pizza, e depois também medir o valor de seu respectivo diâmetro, e por fim dividir o comprimento da circunferência pelo seu diâmetro, o valor que será encontrado sempre será próximo de 3,14.

Esse número é o pi, representado pela letra grega π, e é um número pertencente ao conjunto dos números irracionais.

Essa relação é muito útil, pois se for necessário a descoberta do valor da circunferência de um círculo dado o seu diâmetro, será necessário fazer o seguinte cálculo:

Circunferência (comprimento) = diâmetro X π

Ou

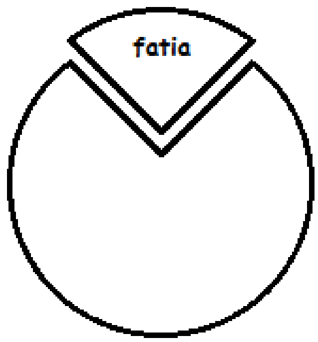
C = d.π

Como d = 2r

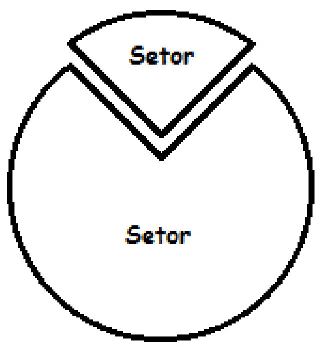
C = 2πr

Setor

Quando cortamos uma pizza, ela fica dividida em fatias



Em geometria essa fatia recebe um nome específico é o setor, mas setor não é só o pedaço retirado, mas o que sobrou também.



O setor é definido através do ângulo que corresponde a fatia, não esquecendo, toda circunferência é formada pelo ângulo de 360º, então todo setor terá ângulos menores que 360º

Avaliação 1

Um questionário para se saber quem prestou atenção na aula, e identificar quais pontos chamaram a atenção daquele aluno.

Questionário referente a aula de circunferência e círculo

1 – Existe diferença entre círculo e circunferência?

2 – Quais os elementos da circunferência e do círculo?

3 – O que é o número pi? Como ele pode ser encontrado?

4 – Se uma circunferência possui raio igual a 4cm, qual será o seu diâmetro? E a sua circunferência?

Atividade 2: Razões trigonométricas

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Objetivos: Apresentar aos alunos as principais relações trigonométricas (seno, cosseno e tangente). Mostrar sua utilidade na medição de construções, árvores e montanhas.

Pré-requisitos: Conhecer razões e o triângulo retângulo.

Material necessário: Para a aula de relações: Quadro e caneta. Para a aula do Teodolito:

Organização da classe: Turma disposta em fileiras, proporcionando o desenvolvimento da capacidade de raciocínio individual dos alunos.

Descritores associados:

H12 - Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30°, 45° e 60°).

Recursos educacionais utilizados: Apresentação da tabela trigonométrica de seno cosseno e tangente dos ângulos notáveis, 30°, 45° e 60°

Metodologia adotada: Exploração das características do triângulo assim como as relações entre seus lados

Conteúdo: Razões trigonométricas

- Calcular um dos lados de um triângulo retângulo em problemas contextualizados ou não, com o auxílio do seno, cosseno ou tangente dos ângulos de 30º, 45° e 60°. Caso a resposta seja numérica, devem ser dados o seno, o cosseno e a tangente do ângulo correspondente.

Razões trigonométricas

- Primeiramente devemos lembrar o que é uma **razão**

A razão entre duas ou mais grandezas de mesma espécie é a divisão dos números que expressam as suas medidas, representadas através de frações.

Por exemplo:

Em uma fábrica trabalham 490 funcionários, desses, 210 homens e 280 mulheres. Qual a razão do número de homens com o total de funcionários?

$$\frac{210}{490} = \frac{21}{49} = \frac{3}{7}$$

R: de cada 7 funcionários 3 são homens.

- E recordar os **elementos do triângulo retângulo**

Todo triângulo possui 3 ângulos (daí seu nome), que formam seu 3 lados. O triângulo retângulo possui o ângulo de 90º, e a soma dos outros dois ângulo será sempre igual a 90º. Seus lados se chamam catetos e hipotenusa. E sua principal relação é o Teorema de Pitágoras.

Seno, Cosseno e Tangente

Como relembrado, o triângulo possui três ângulos, e utilizando razões entre os lados desse triângulo chegamos a valores definidos como seno, cosseno e tangente. Ao seu utilizar uma razão trigonométrica, devemos primeiro marcar qual será nosso ângulo principal, através dessa demarcação utilizaremos os catetos e a hipotenusa para definir seus valores trigonométricos.

Seno: É a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa

$$Sen = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa}$$

Cosseno: Razão entre cateto adjacente e a hipotenusa

$$Cos = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa}$$

Tangente: Razão entre cateto adjacente e cateto oposto

$$Tg = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente}$$

Observação1:

- Hipotenusa: maior lado do triângulo, e está sempre oposta (em frente) ao ângulo reto (90°);

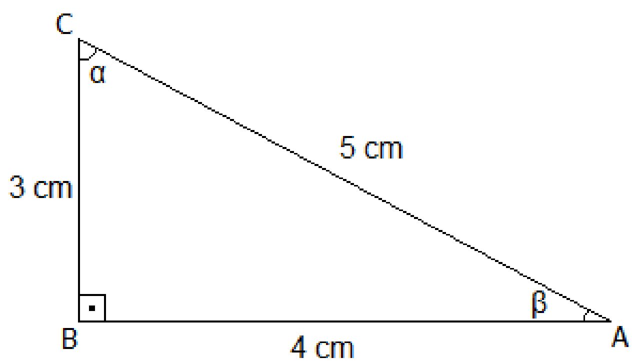
- Catetos são os lados do triângulo retângulo, menores que a hipotenusa;

- Cateto oposto é o cateto que se encontra sempre de frente ao ângulo demarcado;

- Cateto adjacente é aquele que aparece ao lado do ângulo demarcado;

- Teorema de Pitágoras: é a relação que diz: O quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos

Ex: Em um triângulo ABC, retângulo em B, temos os ângulos α e β, determine os senos e cossenos desse triângulo.



$Sen\ \alpha = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa}$ ➔ $Sen\ \alpha = \frac{4}{5}$ $Sen\ \beta = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa}$ ➔ $Sen\ \beta = \frac{3}{5}$

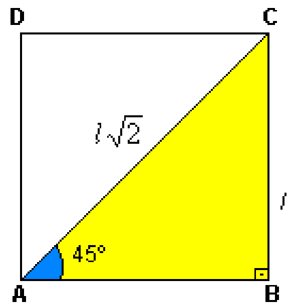
$Cos\ \alpha = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa}$ ➔ $Cos\ \alpha = \frac{3}{5}$ $Cos\ \beta = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa}$ ➔ $Cos\ \beta = \frac{4}{5}$

Observação2:

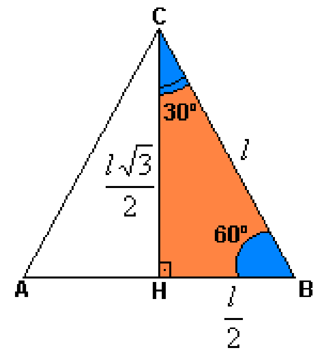
Como é notado $Sen\ \alpha = Cos\ \beta$ e $Sen\ \beta = Cos\ \alpha$, isso só acontece porque esses ângulos são complementares $\alpha + \beta = 90°$.

As razões trigonométricas de 30º, 45º e 60º

Considere as figuras:



quadrado de lado l e diagonal $l\sqrt{2}$



Triângulo eqüilátero de lado l e altura $\frac{l\sqrt{3}}{2}$

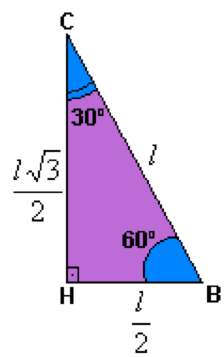
Seno, cosseno e tangente de 30º

Aplicando as definições de seno, cosseno e tangente para os ângulos de 30º, temos:

$$\text{sen } 30° = \frac{\frac{l}{2}}{l} = \frac{\cancel{l}}{2}\cdot\frac{1}{\cancel{l}} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30° = \frac{\frac{l\sqrt{3}}{2}}{l} = \frac{\cancel{l}\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{\cancel{l}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{tg } 30° = \frac{\frac{l}{2}}{\frac{l\sqrt{3}}{2}} = \frac{\cancel{l}.2}{2.\cancel{l}\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



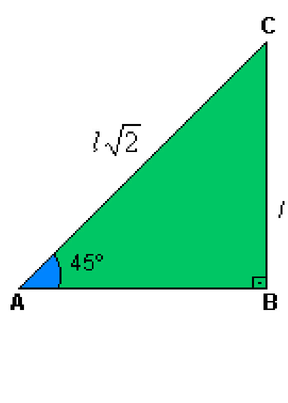
Seno, cosseno e tangente de 45º

Aplicando as definições de seno, cosseno e tangente´para um ângulo de 45º, temos:

$$\text{sen } 45° = \frac{l}{l\sqrt{2}} = \frac{\cancel{l}.1}{\cancel{l}.\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45° = \frac{l}{l\sqrt{2}} = \frac{\cancel{l}\,1}{\cancel{l}.\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{tg } 45° = \frac{\cancel{l}}{\cancel{l}} = 1$$



Seno, cosseno e tangente de 60º

Aplicando as definições de seno, cosseno e tangente para um ângulo de 60º, temos:

$$\text{sen } 60° = \frac{\frac{l\sqrt{3}}{2}}{l} = \frac{\cancel{l}\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\cancel{l}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60° = \frac{\frac{l}{2}}{l} = \frac{\cancel{l}}{2} \cdot \frac{1}{\cancel{l}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{tg } 60° = \frac{\frac{l\sqrt{3}}{2}}{\frac{l}{2}} = \frac{\cancel{l}\sqrt{3}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{l}} = \sqrt{3}$$

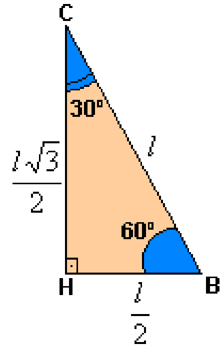
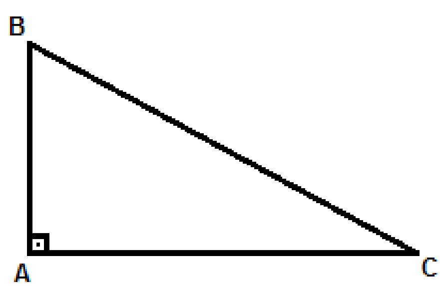


Tabela trigonométrica

	30°	45°	60°
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Exercícios:

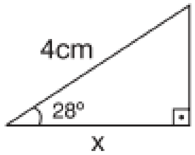
1 – Dado o triângulo ABC retângulo em A, calcule:

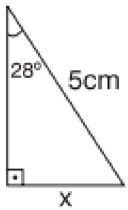


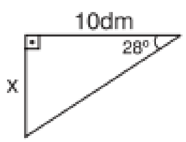
a)senB b)cosB c) tgB d) senc d) cosC e)tgE

2 - Calcule as razões trigonométricas seno, cosseno, tangente dos ângulos agudos do triângulo retângulo em que um dos catetos mede 6 e a hipotenusa $4\sqrt{3}$.

3 - Sabendo que sen 28º = 0,46, cos 28º = 0,88 e tg 28º = 0,53, calcule o valor de x na figura:

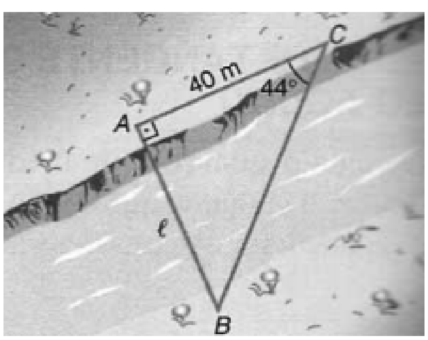
a) 

b) 

c) 

Atividade para casa

Um engenheiro deve medir a largura de um rio. Para isso, fixa um ponto A na margem em que se encontra e um ponto B na margem oposta (conforme a figura). A seguir, desloca-se 40m perpendicularmente à reta até o ponto C e mede o ângulo A^ CB, obtendo 44°. Qual é a largura do rio? (Dados: sen 44º = 0,69, cos 44º = 0,71 e tg 44º = 0,96).



Atividade 3: Aplicação de Razões trigonométricas

Duração prevista: 200 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Objetivos: Apresentar aos alunos a utilidade do conhecimento de razões trigonométricas através de experiências com o uso do teodolito.

Pré-requisitos: Conhecer os ângulos notáveis.

Material necessário: Teodolito: pote plástico (copo de iogurte), cópia de um transferidor colado em um pedaço de papelão, aproximadamente 15 cm de arame, cola tesoura, fita durex, trena para medir distâncias e fichas com identificação do grupo e dados relacionados ao que foi medido (anexo).

Organização da classe: Turma separada em grupos de até 6 alunos, para os experimentos de cálculo de alturas.

Descritores associados:

H12 - Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30°, 45° e 60°).

Recursos educacionais utilizados: Criação de objeto para compreender a necessidade das razões trigonométricas.

Metodologia adotada: criação do teodolito em sala de aula, e exploração das dependências da escola para cálculos de alturas

Conteúdo: Razões trigonométricas

- Calcular um dos lados de um triângulo retângulo em problemas contextualizados ou não, com o auxílio do seno, cosseno ou tangente dos ângulos de 30º, 45° e 60°. Caso a resposta seja numérica, devem ser dados o seno, o cosseno e a tangente do ângulo correspondente.

Para o teodolito foi utilizado os passos do seguinte endereço eletrônico

http://www.ufrgs.br/cursopm/2009-jan/teodolito.htm

Após o teodolito pronto, descemos para as dependências da escola cada grupo de alunos com sua ficha para anotações.

Avaliação

Foram analisados os resultados obtidos por grupo anotados na ficha em anexo, pesou também na avaliação os seguintes critérios:

- mostrou interesse e auxiliou na confecção do teodolito;

- ajudou o grupo na medição e identificação da altura da árvore;

- atrapalho o desempenho de outro grupo quando não era a vez do próprio grupo.

ANEXO – FICHA DE ATIVIDADE

Atividade de Matemática   Grupo ____ - Professor: Adriano Barbosa - 905

Integrantes do Grupo: ____

____

____

____

____

____

1 – Existe algum ponto de referência na árvore quando o ângulo é de 30°? Qual o valor da altura nesse ponto?

____

____

____

____

2 - Existe algum ponto de referência na árvore quando o ângulo é de 45°? Qual o valor da altura nesse ponto?

____

____

____

____

3 - Existe algum ponto de referência na árvore quando o ângulo é de 60°? Qual o valor da altura nesse ponto?

____

____

____

____

4 – Calcule a altura da tabela de basquete, utilizando qualquer um dos 3 ângulos notáveis.

____

____

____

____

Referência Bibliográfica:

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, Carl Benjamin BOYER. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher/Edusp, 1974.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: MATEMÁTICA, Secretaria de Educação Fundamental BRASIL. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

INTRODUÇÃO À HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, Howard EVES. Campinas: Unicamp, 1995.

MATEMÁTICA – COMPREENSÃO E PRÁTICA, 9ºANO. Ênio SILVEIRA e Cláudio MARQUES. São Paulo: Moderna, 2008.

MATEMÁTICA, VOLUME ÚNICO - 1 ed.Luiz Roberto DANTE. São Paulo: Ática, 2005

MATEMÁTICA PARA O ENSINO MEDIO - SÉRIE PARÂMETROS - Vol Único. Manoel Jairo BEZERRA, Scipione

Sites acessado no período 03/09/2012 a 30/09/2012

TEODOLITO, http://www.ufrgs.br/cursopm/2009-jan/teodolito.htm

AS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS DE 30º, 45º E 60º,
http://www.somatematica.com.br/fundam/raztrig/razoes3.php