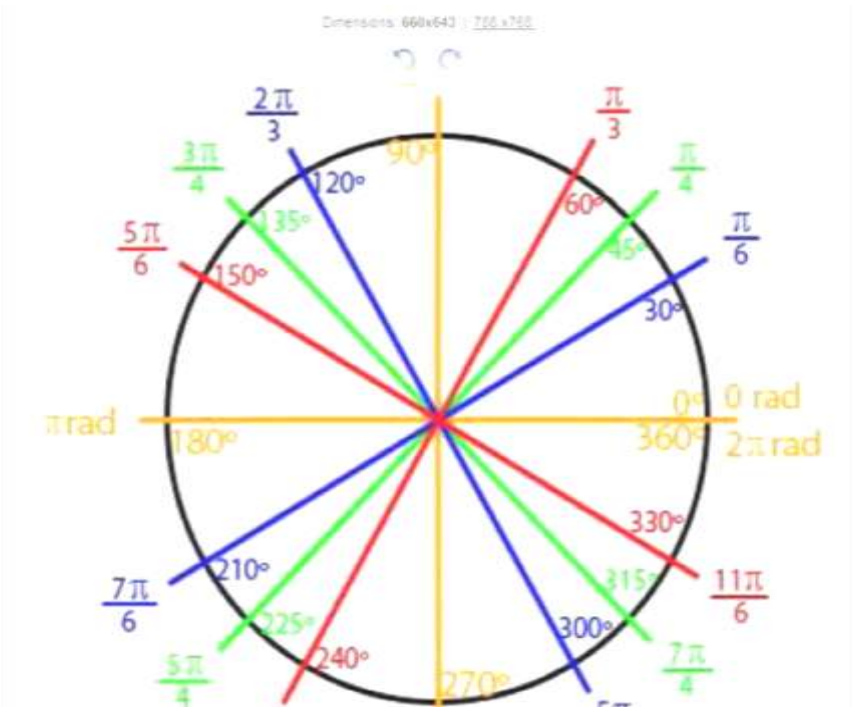
FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ/ Consórcio CEDERJ

Matemática 1º ano

Plano de Trabalho 2



TRIGONOMETRIA NA CIRCUNFERÊNCIA

Cursista: Regina Célia Ferreira dos Anjos Grupo: 8

Tutora: Analia Maria Ferreira Freitas

4º Bimestre/ 2012

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo apresentar o conteúdo de Trigonometria na Circunferência aos alunos, de forma que eles possam reconhecer o ciclo trigonométrico; Identificar no ciclo trigonométrico as medidas dos ângulos em grau e em radiano; Identificar as razões de seno e cosseno (já estudadas para ângulos de um triângulo retângulo) para arcos de primeira volta tomados no sentido positivo e estender tais razões a relação fundamental e ao conceito de tangente ; Estender as relações de seno e cosseno a um triângulo qualquer, através da Lei dos Senos e Lei dos Cossenos; Favorecer a compreensão plena do Ciclo trigonométrico, estudando as simetrias e redução ao primeiro quadrante; Formalizar o conceito de arcos côngruos e apresentar as funções trigonométricas definindo a lei, o período, a representação gráfica e suas propriedades e utilizar tais conceitos para resolver situações problema.

O estudo da trigonometria, assim como o da geometria, tem sido comprometido devido a vários fatores como: dificuldades relacionadas com o ambiente físico e materiais, ausência e/ou carência das competências e habilidades com procedimentos e de compreensão dos conteúdos edificuldades referentes aos conteúdos atitudinais como motivação e pouco interesse pelo conteúdo, por exemplo.

Para efetiva aprendizagem desses conteúdos serão necessários os seguintes pré-requisitos: nomenclatura a ser usada (razões trigonométricas na circunferência); Domínio das propriedades dos triângulos; Conhecimento das razões trigonométricas no triângulo retângulo; Conhecimento de operações envolvendoarcos e ângulos e domínio do Teorema de Pitágoras.

A proposta desse plano de trabalho é apresentar o conteúdo relacionando-o com situações práticas e do cotidiano, de forma a dar sentido aos conceitos apresentados, utilizando para tal recursos tecnológicos, jogos e atividades que tornem a aula diferente e prazerosa.

Serão necessários quatro tempos para revisão dos pré-requisitos, seis tempos para aplicação dos conteúdos e mais dois tempos para avaliação formal da aprendizagem.

DESENVOLVIMENTO

1ª Aula

- **<u>Habilidade relacionada:</u> Identificar os elementos de um triângulo retângulo, estabelecer as razões trigonométricas (seno, cosseno em tangente) utilizando quando necessário o Teorema de Pitágoras, utilizar os valores de seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis – H12.**
- **<u>Pré-requisitos</u>: Identificar os elementos de um triângulo retângulo. Uso do Teorema de Pitágoras.**
- **<u>Tempo de duração:</u> 100 minutos.**
- **<u>Recursos educacionais utilizados:</u> Folha de atividades contendo a parte teórica e uma lista de atividades.**
- **<u>Organização da turma:</u> Grupos de dois alunos.**
- **<u>Objetivos:</u> Verificar se os alunos dominam o uso das razões trigonométricas e sua aplicabilidade através de situações- problema.**
- **<u>Metodologia adotada:</u> Aula expositiva, aplicação da folha de atividades.**

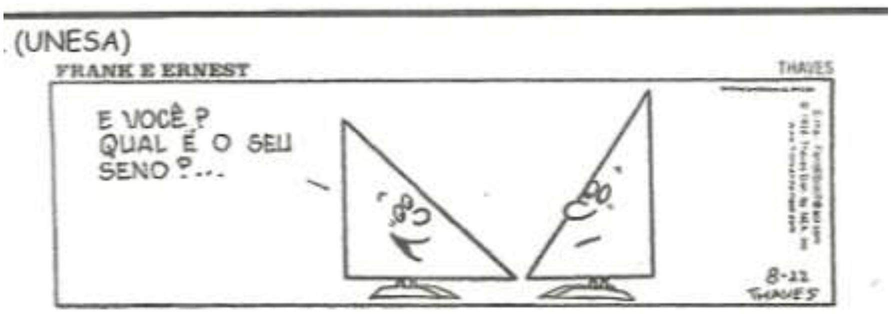
Folha de Atividades

Observem as situações a seguir:

1)

Para levar sua mulher até o alto do pedestal, ou trazê-la até o chão, o vikings usa uma escada medindo 2,4 m. Nem todos os degraus estão representados nafigura. Calcule a altura hdo pedestal. (Dados sen $\theta = \frac{4}{5}$, cos $\theta = \frac{3}{5}$, tg $\theta = \frac{4}{3}$)

2.



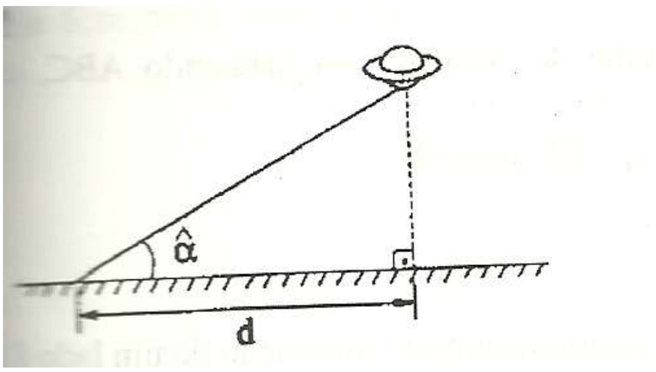
O triângulo retângulo de hipotenusa 5 cm respondeu:

- O seno do meumenor ângulo agudo é 0,6.

Podemos afirmar queo seno do maior ângulo agudo deste triângulo vale:

a) 0,5 b) 0,6 c) 0,7 d) 0,8 e) 0,9

3. (UNIFICADO) Um disco voador é avistado, numa região plana a uma certa altitude, parado no ar. Em certo instante, algo se desprende da nave e cai em queda livre, conforme mostra a figura. A que altitude se encontra esse disco voador?



Considere as afirmativas:

I- a distância d é conhecida;

II- a medida de $\hat{\alpha}$ e a tg$\hat{\alpha}$ são conhecidas.

Então, tem-se que:

a)A I sozinha é suficiente para responder à pergunta, mas a II sozinha, não.

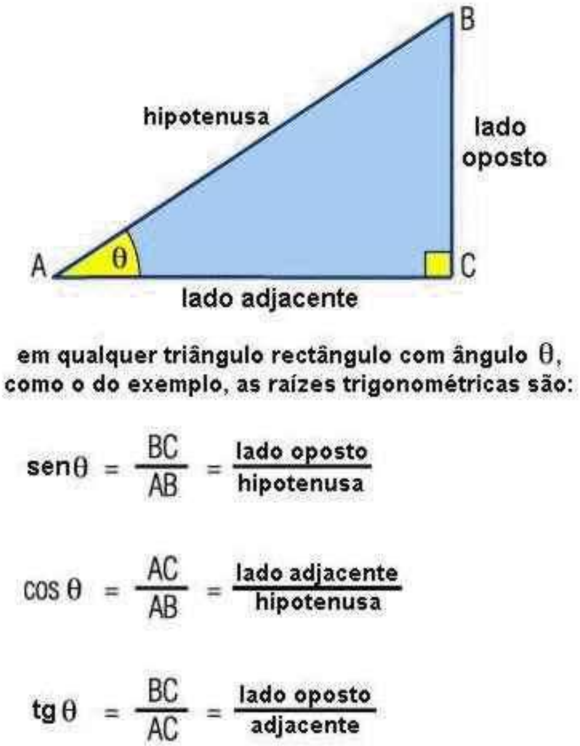
b)A II sozinha é suficiente para responder à pergunta, mas a I, sozinha, não.

c) I e II,juntas, são suficientes para responder à pergunta, mas nenhuma delas, sozinha, o é.

d) Ambas são, sozinhas, suficientes para responder à pergunta.

e) A pergunta não pode ser respondida por falta de dados.

Nas situações acima, identificamos triângulos retângulos. Além disso, também forma mencionadas expressões como seno, cosseno e tangente, então vamos revisá-las!



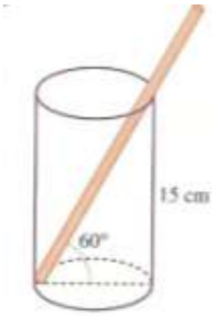
portalsaofrancisco.com.br

Agora que já relembramos as razões trigonométricas, podemos solucionar as situações propostas nas questões 1 e 2.

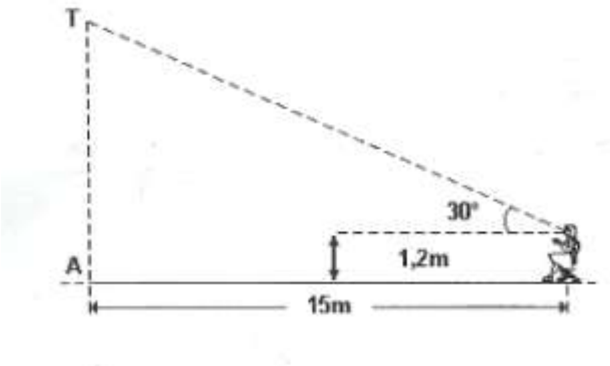
Observamos queessas razões serão válidas para qualquer ângulo e que existe uma tabela ou tábua trigonométrica, na qual encontramos os valores de seno, cosseno e tangente de todos os ângulos pertencentes ao intervalo de 1º a 89º. Porém como já vimos no bimestre passado, alguns ângulos são notáveis, ou seja, destacam-se pela frequência com que aparecem nas situações problemas, sendo assim, espera-se que saibamos os valores de seus respectivos seno, cosseno e tangente, sem consultarmos a tabela.

θ	30º	45º	60º
sen θ	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos θ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan θ	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

4. A figuraabaixo representa um copo de 15 cm de altura com um canudinho dentro. Calcule o comprimento aproximado desse canudinho sabendo que 8 cm dele está fora do copo.
(Dado: $\sqrt{3} \cong 1{,}73$)



5. A seguir estárepresentado um esquema de uma sala de cinema, com o piso horizontal. De quanto deve ser a medida de AT para que um espectador sentado a 15 metros da tela, com os olhos 1,2 metros acima do piso, veja o ponto mais alto da tela, que é T, a 30º da horizontal?
(Dados: $\sqrt{2} = 1{,}41$e $\sqrt{3} = 1{,}73$)



a) 15,0 m b) 8,66 m c) 12,36 m d) 9,85 m e) 4,58 m

6. No momento em que os raios solares incidem sobre o solo formando um ângulo de 45º, um prédio projetauma sombra de 32,6 m. Qual é a altura desse prédio?

7. Uma escadarolante liga dois andares de uma loja. Sabendo que essa escada rolante tem 10 m de comprimento e inclinação de 30º, a medida de sua altura, em metro, é um número compreendido entre:

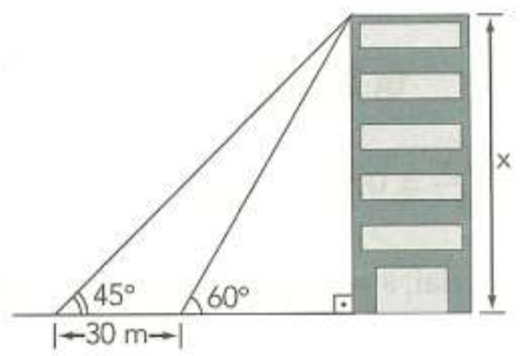
a) 3 e 5 b) 4 e 6 c) 5 e 7 d) 6 e 8 e) 7 e 9

8. (Saresp) Um avião levanta voo sob um ângulo de 30º em relação ao solo.
Após percorrer 9 km em linha reta, sua altura h em relação ao solo será de :
a) 1.530 m b) 4.500 m c) 7.200 m d) 8.700 m e) 9.000 m

9. Abase de um canteiro de forma retangular tem 50 m de comprimento. Sabe-se que a diagonal desse retângulo forma com a base um ângulo cuja medida é de 60º. Quanto mede a outra dimensão desse retângulo?

a) 17,32 m b) 8,66 m c) 173,2 m d) 866 m e) 86,6 m

10. Um observador vê um edifício, construído em terreno plano, sob um ângulo de 60º. Se ele se afastar do edifício mais 30 m, passará a vê-lo sob ângulo de 45º. Calcule a altura do edifício.



2ª Aula

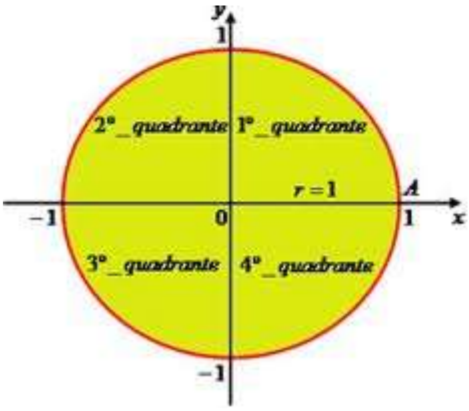
- **<u>Habilidade relacionada:</u>Reconhecer o ciclo trigonométrico, identificando os quadrantes, a medida dos ângulos em graus e radianos- H21. Identificar as relações de seno e cosseno no ciclo trigonométrico e a Relação fundamental da Trigonometria**
- **<u>Pré-requisitos</u>: Domínio do uso das relações de seno, cosseno e tangente. Conhecimento dos valores das razões trigonométricas dos ângulos notáveis (30º, 45º e 60º).**
- **<u>Tempo de duração:</u> 100 minutos.**
- **<u>Recursos educacionais utilizados:</u> Apresentação Power Point, quadro branco e livro didático.**
- **<u>Organização da turma:</u> Individual.**
- **<u>Objetivos:</u> Localizar representações de ângulos em graus e em radiano e identificar as representações de seno e cosseno no ciclo trigonométrico.**
- **<u>Metodologia adotada:</u> Aula expositiva.**

Sensibilização

Apresentação no Power Point de imagens de ondas (com música de fundo - Como uma onda) e posteriormente elementos da natureza nos quais identificávamos algum tipo de periodicidade. (Fases da lua, estações do ano,etc.).

Podemos identificar nesse vídeo, situações e fenômenos naturais que são chamados de periódicos, ou seja, sempre se repetem após“cumprirem” um determinado ciclo.

Na aula de hoje, vamos partir de uma circunferência, de raio 1, que será traçada sobre um plano cartesiano, conforme a figura abaixo:

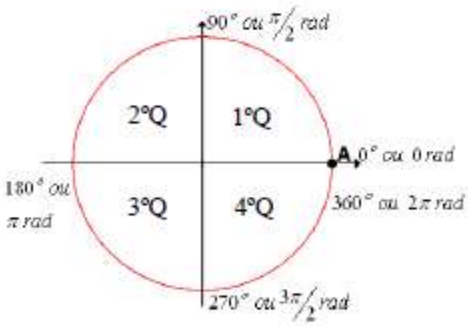


brasilescola.com

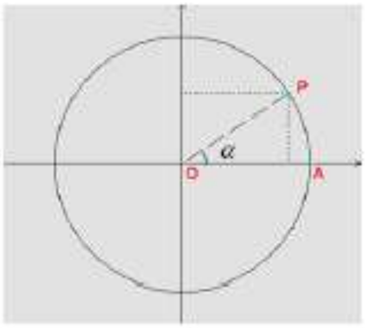
Essa circunferência, assim representada, é denominada Circunferência ou ciclo trigonométrico.

O centro da circunferência coincide com o centro do sistema de coordenadas cartesianas, assim, podemos observar que a circunferência fica dividida em quatro partes, denominadasquadrantes, numerados no sentido anti-horário, a partir do ponto A.

Sabemos que toda circunferênciatem 360º, sendo assim, também podemos utilizar essa divisão para representarmos os ângulos por elas formados. Esses ângulos podem ser representado em graus e/ ou em radianos.



Vamos traçar nesse ciclo trigonométrico um ângulo α, qualquer.



Lembrando que o raio dessa circunferência é igual a 1 e indicando as coordenadas do ponto P, podemos identificar na figura um triângulo retângulo.

Vamos calcular o seno e o cosseno desse ângulo α !

$$sen\alpha = \frac{\overline{AP}}{1} = \overline{AP} \rightarrow \text{ Ordenada do ponto P}$$

$$\cos\alpha = \frac{\overline{OA}}{1} = \overline{OA} \rightarrow \text{Abscissa do ponto p}$$

Podemos concluir então que P = ($\cos\alpha; sen\alpha$) ou seja, no eixo y (eixo das ordenadas) estarão representados os valores do seno e no eixo x (eixo das abscissas) estarão representados os valores do cosseno.

Além disso,considerando que o triângulo da figura é retângulo, podemos aplicar o Teorema de Pitágoras.

$$sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \text{ Relação Fundamental da Trigonometria.}$$

OBSERVAÇÕES

playaperteplay.wordpress.com

Podemos utilizar a relação acima quando, não conhecendo a medida do ângulo, conhecermos apenas uma das razões trigonométricas, como no exemplo a seguir.

Exemplo:Considerando que cos x = $\frac{1}{3}$, com $0 < x < \frac{\pi}{2}$, determine sen x.

$\text{sen}^2x + \cos^2x = 1$

$\text{sen}^2x + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1$

$\text{sen}^2x = 1 - \frac{1}{9}$

$\text{sen}^2x = \frac{8}{9}$

$\text{sen}\ x = \sqrt{\frac{8}{9}}$

$\text{sen}\ x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Também podemos ampliar a tabela das razões trigonométricas dos ângulos notáveis, incluindo os valores de seno, cosseno e tangente dos ângulos de 0º, 90º, 180º, 270º e 360º.

Nãoesqueça que para obtermos o valor da tangente basta fazermos a seguinte razão:

$\text{tg}\ x = \frac{senx}{\cos x}$

	SENO	COSSENO	TANGENTE
0º	0	1	0
30º	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45º	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60º	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90º	1	0	Não existe
180º	0	-1	
270º	-1	0	Não existe
360º	0	1	0

Agora que já conhecemos o ciclo trigonométrico, que relações podemos estabelecer entre ele e a apresentação em Power Point do início da aula? Registre suas observações.

Atividades de fixação

Atividades de fixação

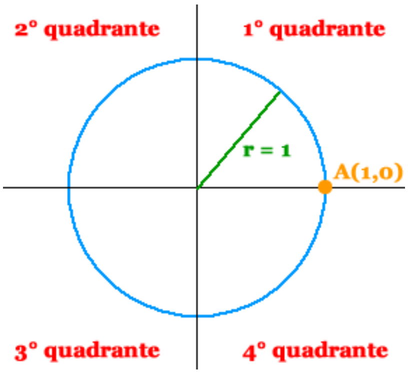
Atividades do livro didático sobre o assunto abordado na aula.

ATIVIDADE 3

- **Habilidade relacionada:** **Identificar, no ciclo trigonométrico, os três tipos de simetria: em relação ao eixo vertical, em relação ao eixo horizontal e em relação ao centro; Reduzir ângulos ao 1º quadrante; Determinar os valores de seno, cosseno em cada quadrante.**
- **Pré-requisitos:** **Conhecimento do conceito de simetria e identificação de pontos no plano cartesiano. Operações que envolvam as razões trigonométricas.**
- **Tempo de duração:** **100 minutos**
- **Recursos educacionais utilizados:** **Apresentação Power Point do ciclo trigonométrico e suas simetrias, quadro branco e livro didático.**
- **Organização da turma:** **Grupo de dois alunos.**
- **Objetivos:** **Entender os conceitos de seno e cosseno para arcos trigonométricos e ângulos não agudos, reduzindo-os ao primeiro quadrante. Resolver equações trigonométricas que envolvam seno, cosseno e tangente.**
- **Metodologia adotada:** **Aula expositiva e jogo: Batalha dos ângulos.**

Na aula passada, estudamos o ciclo trigonométrico e também ampliamos nossos estudos sobre seno e cosseno, trabalhando com ângulos maiores que 90º.

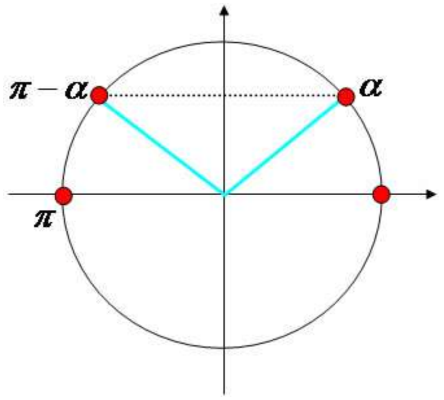
Vamos iniciar nossa aula, a partir de um ângulo no 1º quadrante. Os ângulos no primeiro quadrante vão de 0º à 90º e os valores de seus seno, cosseno e tangente podem ser encontrados na tabela ou tábua trigonométrica. Mas como faremos par trabalhar com ângulos no segundo, terceiro e quarto quadrantes?

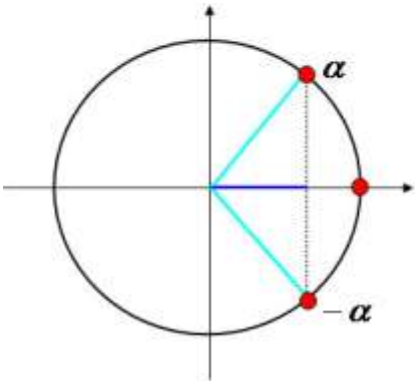


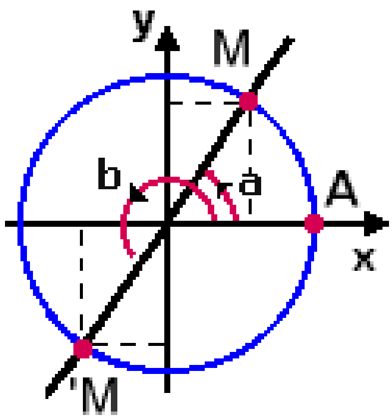
Vocês sabem o que é simetria?

Na geometria, considera-se simetria como a semelhança exata da forma em torno de uma determinada linha reta (eixo), ponto ou plano.

Vamos então, estabelecersimetrias no ciclo trigonométrico. No ciclo trigonométrico trabalhamos três tipos de simetria: em relação ao eixo vertical (seno), eixo horizontal (cosseno) e em relação ao centro.

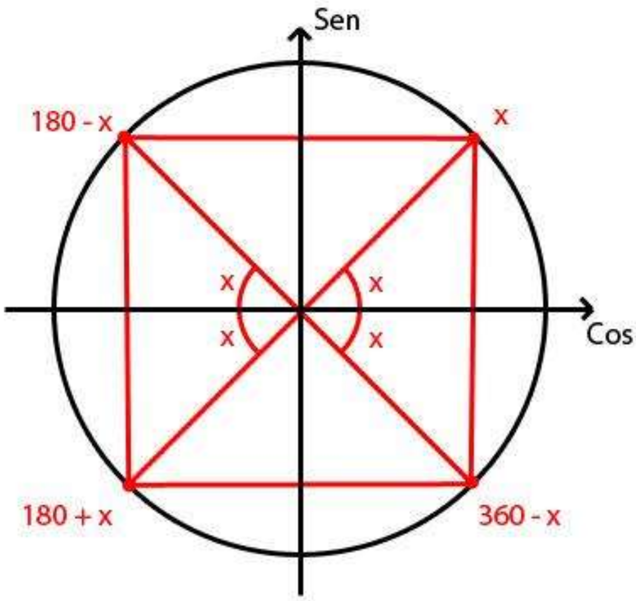






Redução ao primeiro quadrante

Sempre que quisermos saber o seno ou cosseno de um ângulo que meça mais que 90° vamos reduzi-lo ao primeiro quadrante, ou seja, rebatê-lo para o primeiro quadrante a fim de visualizá-lo como um dos ângulos que sabemos os valores.



Vamos praticar?

1) Obtenha,por redução ao primeiro quadrante, os valores abaixo.

a) sen 135º

b) cos 120º

c) sen 240º

d) $\cos\frac{7\pi}{6}$

e) $\operatorname{sen}\frac{5\pi}{3}$

f) $\cos\frac{4\pi}{3}$

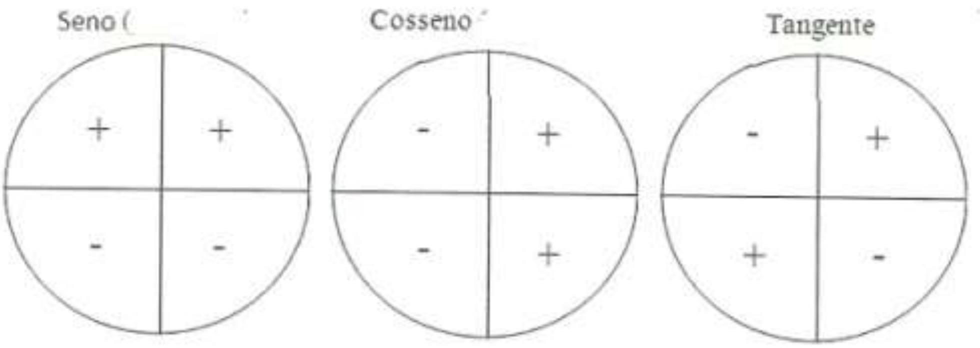
g) $\cos\frac{19\pi}{10}$

2) Calcule o valor das expressõesabaixo:

a) $y = \dfrac{sen\,0 + sen\,\dfrac{\pi}{2} - sen\,\dfrac{3\pi}{2}}{2.sen\,\dfrac{\pi}{6}}$

b) $x = \cos\dfrac{\pi}{4} \,.\, \cos\dfrac{\pi}{2} + \cos\,\pi \,.\, \cos\dfrac{\pi}{6}$

Utilizando as simetrias vertical, horizontal e central, podemos relacionar qualquer ângulo do 2º, 3º ou 4º quadrante a um ângulo do 1º quadrante, tendo sido reduzido ao primeiro quadrante, podemosobter os valores de seno, cosseno e tangente.
Precisamos ficar atentos, no entanto, aos sinais do seno, do cosseno e da tangente.

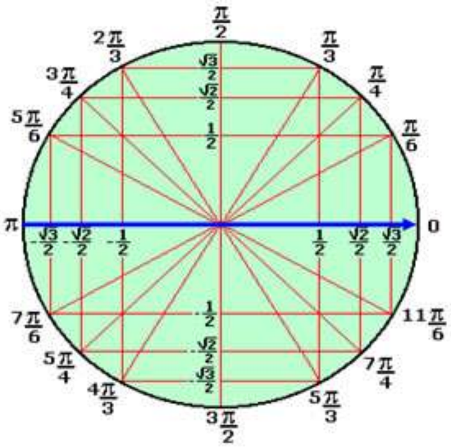


matematicaemexercicios.com

Mas será que existem ângulos maiores que 360º? Claro que sim!

pt.dreamstime.com

No círculo trigonométrico temos arcos que realizam mais de uma volta, considerando que o intervalo do círculo é $[0, 2\pi]$, por exemplo, o arco dado pelo número real $x = \dfrac{5\pi}{2}$, quando desmembrado temos: x = $\frac{5\pi}{2}$ = $\frac{4\pi}{2}$ + $\frac{\pi}{2}$ = 2π + $\frac{\pi}{2}$. Note que o arco dá uma voltacompleta (2π = 2*180º = 360º), mais um percurso de $\frac{1}{4}$ de volta ($\frac{\pi}{2}$ = $\frac{180º}{2}$ = 90º). Podemos associar o número x = $\frac{5\pi}{2}$ ao ponto P da figura, o qual é imagem também do número $\frac{\pi}{2}$. Existem outros infinitos números reais maiores que 2π e que possuem a mesma imagem.



Exemplos:

a) $\frac{9\pi}{2}$ =2 voltas e $\frac{1}{4}$ de volta

b) $\frac{13\pi}{2}$ =3 voltas e $\frac{1}{4}$ de volta

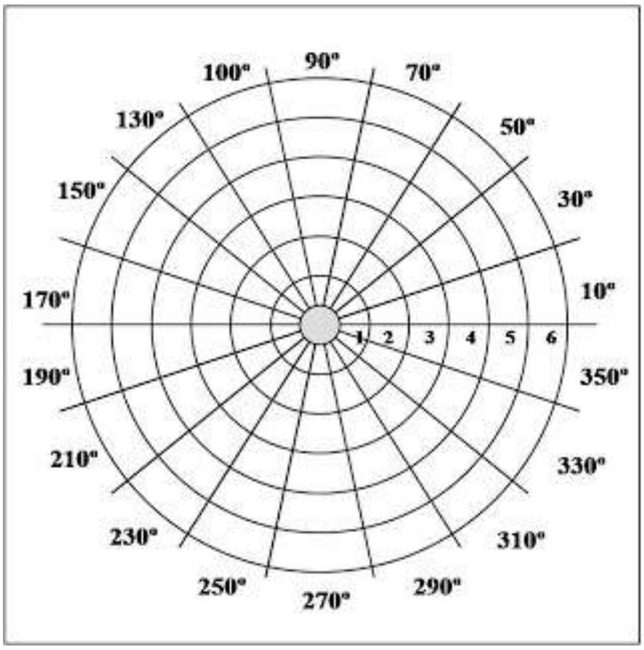
Podemos generalizar e escrever todos os arcos com essa característica na seguinte forma: ***π/2* + *2kπ***, onde k Є Z. E de uma forma geral abrangendo todos os arcos com mais de uma volta, ***x* + *2kπ***.

Atividades de fixação

Atividades de fixação

Jogo Batalha dos Ângulos

Desenvolvimento da atividade: A partir dos tabuleiros previamente construídos pela turma, as duplas iniciam a batalha, retirando uma carta do baralho nas quais estão indicados ângulos em graus ou em radianos ou pistas que indiquem o ângulo a ser representado, como por exemplo: “estou no 2º quadrante e meu seno é 1/2.”



Objetivo:Através de uma atividade lúdica, propiciar aos alunos a possibilidade de realizar reduções ao primeiro quadrante, determinação de seno, cosseno e tangente de um ângulo qualquer e operações com ângulos maiores que 360º, praticando os conteúdos abordados na aula.

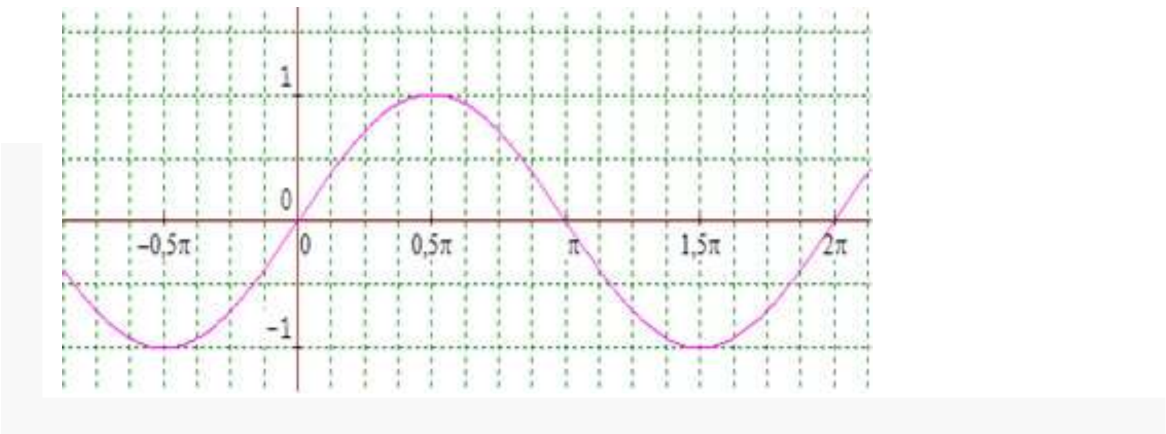
ATIVIDADE 4

- **<u>Habilidade relacionada</u>: Trigonometria na circunferência.**
- **<u>Pré-requisitos</u>: Noções de trigonometria e representação no plano cartesiano.**
- **<u>Tempo de duração:</u> 100 minutos.**
- **<u>Recursos educacionais utilizados:</u> Uso do papel milimetrado para representação gráfica. Uso do programa Geogebra para confecção de gráficos. Livro didático.**
- **<u>Organização da turma:</u> A turma será dividida em grupos de 5 alunos.**
- **<u>Objetivos</u>: Identificar as funções seno, cosseno e tangente e suas representações gráficas, analisarcada função segundo sua periodicidade, sinal, raízes, conjunto imagem e domínio.**
- **<u>Metodologia adotada:</u> Os alunos, divididos em grupos de 5, utilizando o software geogebra, vão representar os gráficos das funções propostas. Os grupos que não tiverem um laptop disponível realizaram a mesma tarefa utilizando papel milimetrado.**

<u>Função Seno</u>

É uma função f : R → R que associa a cada número real x o seu seno, então f(x) = sen x. O sinal da função f(x) = sen x é positivo no 1º e 2º quadrantes, e é negativo quando x pertence ao 3º e 4º quadrantes.

Seu gráfico é uma curvachamada SENÓIDE.



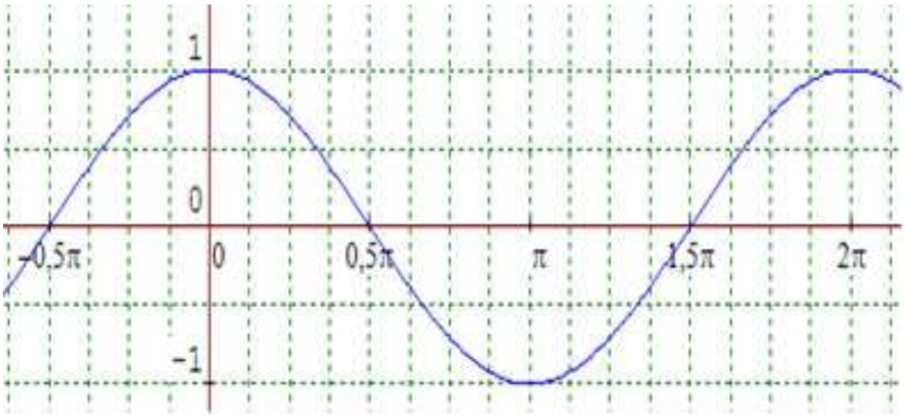
Propriedades:

-Domínio:R
- <u>Imagem</u>: [-1;1]
- Período: $2\pi rad$

Função cos x

É uma função f : R → R que associa a cada número real x o seu cosseno, então f(x) = cos x. O sinal da função f(x) = cos x é positivo no 1º e 4º quadrantes, e é negativo quando x pertence ao 2º e 3º quadrantes.

Seu gráfico é chamado COSSENÓIDE.



Propriedades:

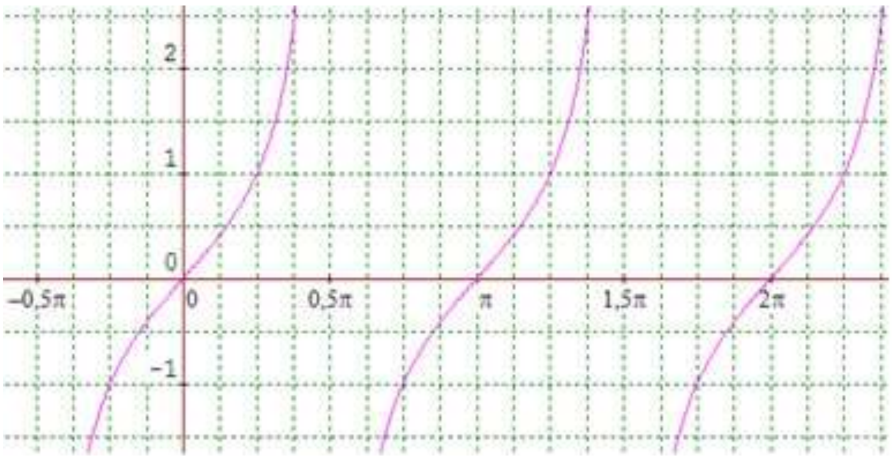
- Domínio: R
- Imagem: [-1;1]
- Período: $2\pi rad$

Função tg x

É uma função f : R → R que associa a cada número real x a sua tangente, então f(x) = tgx.
Sinais da função tangente:

¬ Valores positivos nos quadrantes ímpares.
¬ Valores negativos nos quadrantes pares.
¬ Crescente em cada valor.

Seu gráfico é um acurva chamadaTANGENTÓITE .



Propriedades:

- Domínio: $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$

- Imagem: R
- Período: πrad

Concluindo...

As funçõestrigonométricas são periódicas, isto é, repetem-se em intervalos consecutivos e de mesmo comprimento. As funções sen x e cos x, por exemplo, repetem-se a cada voltacompleta na circunferência trigonométrica.

Exercícios de fixação

1) Determine:

a) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$, sendo f(x) = 3. sen x

b) $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$, sendo f(x) = 2. cos x. sen x

c) f(45º), sendo f(x) = tg x + 3

Representação gráfica

A partir da lei de cada uma das funções abaixo, vamos representa-las graficamente. Para tal, usaremos o mesmo método utilizado para representarmos as funções estudadas nos bimestres anteriores, lembrando que agora, os valores de x devem ser definidos em graus ou radianos.

2) Esboce o gráfico das funções abaixo, para tal utilizaremos o software geogebra ou papel milimetrado.

a) f(x)= 3. sen x

b) g(x) = 3 + 2. sen x

c) h(x) = sen 2x

d) t(x) = 2. cos x

e) $v(x) = 1 + \cos x$

f) $u(x) = 3.\cos 2x$

OBSERVAÇÕES

playaperteplay.wordpress.com

Após a elaboração dos gráficos os alunos serão solicitados a elaborar um relatório com suas observações referentes à domínio, imagem, valores de máximo e mínimo e periodicidade.

Atividades de fixação

Atividades de fixação

Atividades do livro didático sobre o assunto abordado na aula.

ATIVIDADE 5

- **Habilidade relacionada: Equação trigonométrica, uso da lei dos senos e dos cossenos para resolução de situações problema.**
- **Pré- requisitos: Conhecimento das operações envolvendo as razões trigonométricas, utilização da lei dos senos e lei dos cossenos.**
- **Tempo de duração: 100 minutos.**
- **Recursos educacionais utilizados: Quadro branco e livro didático.**
- **Organização da turma: Individual.**
- **Objetivos: Identificar e resolver equações trigonométricas, Interpretar e resolver situações problema que envolvam os conceitos de seno e cosseno de um ângulo qualquer.**
- **Metodologia adotada: Aula expositiva modelagem matemática e livro didático.**

Equação Trigonométrica

Para que exista uma equação qualquer é preciso que setenha pelo menos uma incógnita e uma igualdade. Para ser considerada como uma equação trigonométrica é preciso que, na equação se utilizem funções trigonométricas.

A soluçãodesse tipo de equação pode ser feita pelo método gráfico, pela tabela trigonométrica ou pelo uso de simetria dos arcos.

Exemplos:

1) Resolver a equação, sen x = 1, para$0 \le x \le 2\pi$.

2) Considerando que $0 \le x \le 2\pi$, determine o conjunto solução das equações abaixo:

a) 2 sen^2x + sen x = 1

b) - 1/2 + cos^2x = 0

c) tg^2x = 1

d) cos^2x - 2 cos x = 0

e) tg x = -√3/3

3) O conjunto solução da equação sen(x) - cos(x) = 0 em [0; 2 π] é

a) { }

b) {0}

c) {- π /4, π /4}

d) { π /4, 3 π /4}

e) { π /4, 5 π /4}

4)) No intervalo [0, 2 π], o número de soluções distintas da equação $sen^2 x = \frac{1+\cos x}{2}$ é:

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

5) Sabendo que x é do 4º quadrante e que cos x = 1/3 , calcule o valor da expressão $y = \frac{1+senx}{1+\cos x}$.

Revisando...

Quando iniciamos nosso estudo de trigonometria, definimos as razões trigonométricas em um triângulo retângulo e para ângulos agudos. Estendendo nosso estudo para acircunferência trigonométrica, é possível relacionar as medidas dos lados e dos ângulos de outros triângulos, não retângulos.

Para tal, utilizaremos aschamadas Lei dos Senos e Lei dos Cossenos

Lei dos senos

"As medidas dos lados deum triângulo são proporcionais aos senos dos respectivos ângulos opostos, e a constante de proporcionalidade é igual à medida do diâmetro da circunferência circunscrita ao triângulo"

$$\frac{a}{sena} = \frac{b}{senb} = \frac{c}{senc}$$

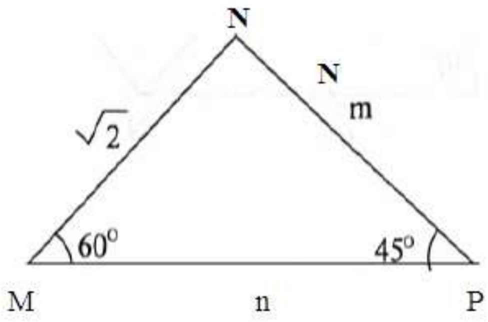
Lei dos cossenos

"Em todo triângulo, o quadrado da medida de qualquer um dos lados é igual à soma dos quadrados das medidas dos outros dois, diminuída do dobro do produto da medida desses lados pelo cosseno do ângulo por eles formado".

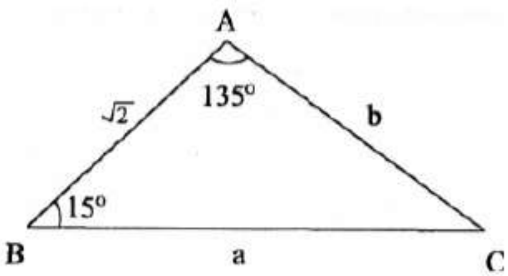
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ab.\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C$$

Exemplos:

1) Dado o triângulo abaixo, determine os valores de **m** e **n.**



2) Na figura seguinte, encontre as medidas indicadas:



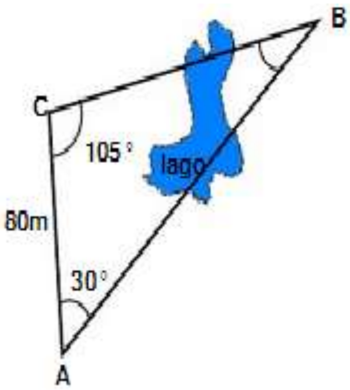
Atividades de fixação

Atividades de fixação

Folha de Exercícios

Exercícios contextualizados

1) Determine à distância do ponto A ao B, inacessível, sendo conhecidos os dados, conforme a figura. (Dados: $\sqrt{3} = 1{,}7 \; e \; sen 105^{o} = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$



a) 100m

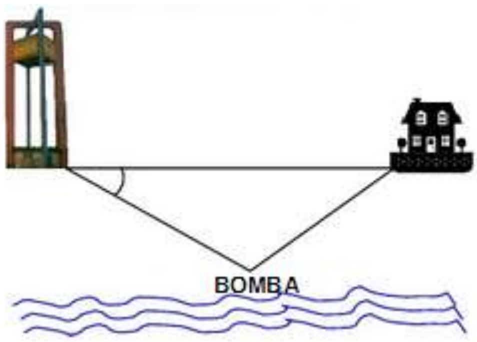
b) 102 m

c) 104 m

d) 106 m

e) 108 m

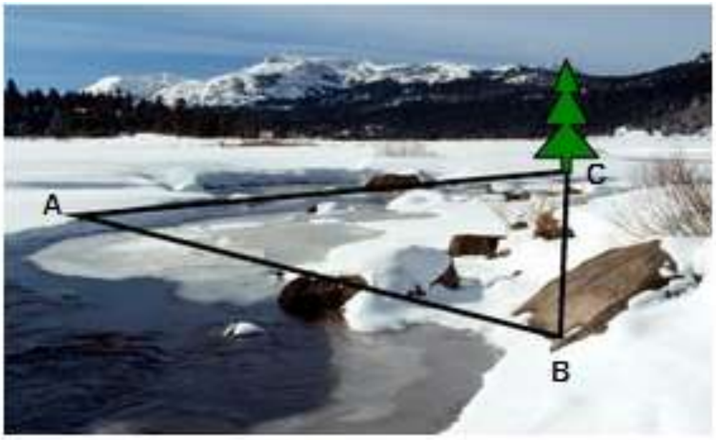
2) A água utilizada na casa de um sítio é captada e bombeada do rio para uma caixa d água a 50 m de distância. A casa está a 80 m de distância da caixa d água e o ângulo formado pelas direções caixa-d água-bomba e caixa d água-casa é de 60º. Se pretendebombear água do mesmo ponto de captação até a casa, quantos metros de encanamento são necessários?



a) 50 m
b) 55 m
c) 60 m
d) 70 m
e) 80 m

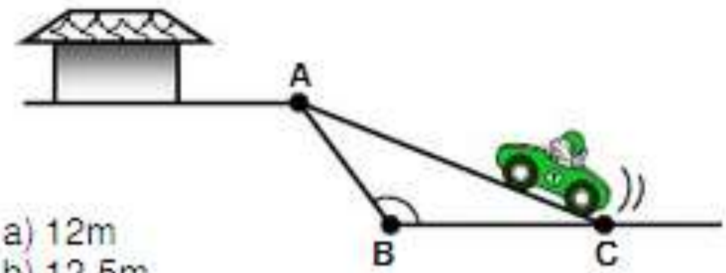
3) Um topógrafo pretende medir a distância entre dois pontos (A e B) situados em margens opostas de um rio. Para isso, ele escolheu um ponto C na margem em que está um pinheiro e mediu os ângulos ACB e CAB, encontrando, respectivamente, 45º e 60º e que o lado AC mede 16 m, respeitando essas condições, podemos afirmar que o lado AB tem medidaaproximadamente de:

(Use se necessário sen 75º= 0,96, cos 75º = 0,25 e tg 75º = 3,73)



a) 11,6 m
b) 1,16 m
c) 1160 m
d) 116 m
e) 0,116m

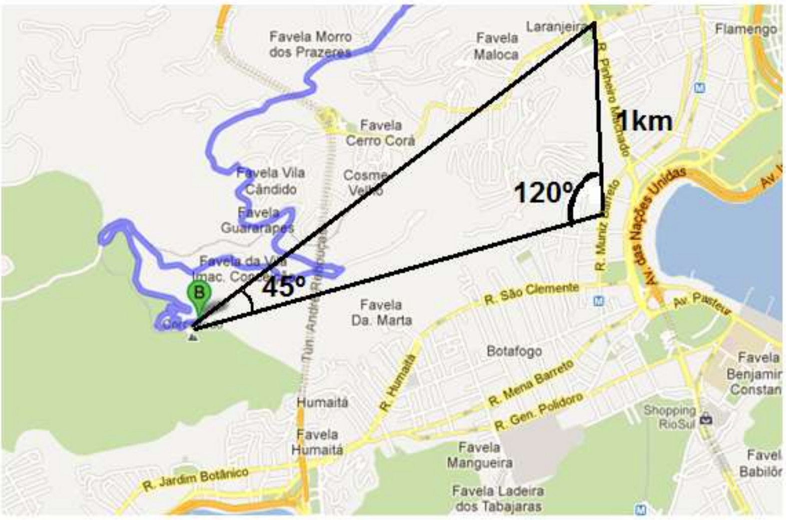
4) A figura abaixo mostra o corte lateral de um terreno onde será construída uma rampa reta, AC, que servirá para o acesso de veículos à casa, que se encontra na parte mais alta do terreno. A distância de A e B é de 6 m, de B a C é de 10 m e, o menor ângulo formado entre AB e BC é de 120º. Então o valor do comprimento da rampa deve ser de:



a) 12m
b) 12,5m
c) 13m
d) 13,5m
e) 14m

5) O Cristo Redentor, um dos principais cartões postais da Cidade do Rio de Janeiro, recebea visita de cerca de 2500 pessoas por dia.

Prevendo que durante a Copa do Mundo em 2014 e durante as Olimpíadas em 2016 essa quantidade de visitantes aumente significativamente, um engenheiro de trânsito desenvolveu um projeto, no qual seria criada uma nova via de acesso ao monumento. Partindo do princípio que a menor distância entre dois pontos é sempre uma linha reta, o engenheiro elaborou o esquema abaixo.



Considerando que o trajeto da Rua Pinheiro Machado até o Cristo Redentor tem 9 km, podemos afirmar que:

(Considere: sen 30º= 1/2 ; sen 45º = √2/2 ; sen 60º=√3/2 e √6 = 2,44)

a) A nova via reduzirá a distância em 1,22 km.

b) A nova via reduzirá a distância em 6,56 km.

c) A nova via reduzirá a distância em 7,78 km.

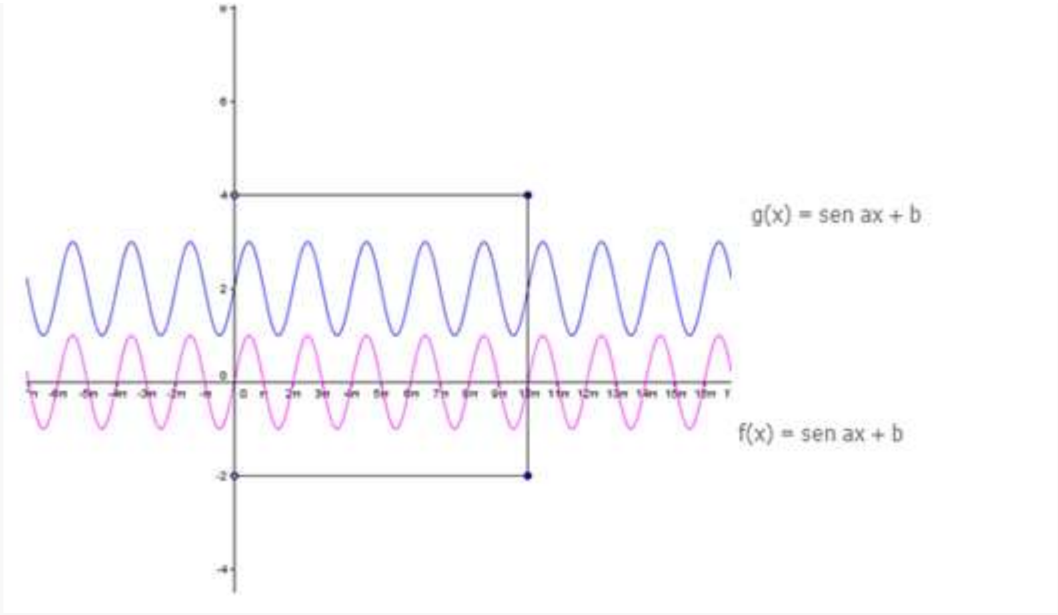
d) A nova via reduzirá a distância em 8,2 km.

e) A nova via não reduzirá a distância.

6) O designer de uma fábrica de pisos, apaixonado pelo Rio de Janeiro, resolver criar placas de porcelanato cujo desenho lembrava as curvas das calçadas de Copacabana.

Como o processo de criação, impressão e confecção é todo informatizado o designer resolveu criar um modelo matemático para seu projeto, a fim de que todas as peças tivessem exatamente o mesmo desenho e assim, ao serem colocadas no piso, realmente sugerissem o desenho do calçadão de Copacabana.

Considerando que segundo o modelo matemático, as curvas do desenho representam curvas senoidais, construídas conforme o modelo abaixo assinale a única alternativa verdadeira:



a) Os coeficientes **a** e **b** das senoides não podem ser obtidos através da representação gráfica acima.

b) O coeficiente **a** é igual a 1 nas funções f(x) e g(x) e o coeficiente b da função g(x) é o dobro do coeficiente da função f(x).

c) Os coeficientes **a** e **b** são iguais a 1 nas funções f(x) e g(x).

d) O coeficiente **a** das funções f(x) e g(x) é o mesmo e o coeficiente **b** é 0 e 2 respectivamente.

e) O coeficiente **a** da função f(x) é 1 e da função g(x) é 2 e o coeficiente b é o mesmo para as duas funções.

7) Podemos descrever o movimento de giro de uma roda-gigante por meio de uma função trigonométrica. Por exemplo, considerando um extremo A de um diâmetro horizontal, podemosdescrever o movimento pela função $f(t) = 111 + 97.\ \text{sen}\,\frac{\pi\, t}{15}$, em que f(t) é a altura, em metro, do ponto A em relação ao terreno no instante t, em minuto, a partir do início da medição do tempo (t = 0).

a) Qual é a altura máxima atingida pelo ponto A?

b) Em quantos minutos a roda dá uma volta completa?

8) (UFPB) Um objeto desloca-se de tal modo que sua posição **x** em função do tempo **t** é dada pela funçãox(t) = 4. cos $\left(2t+\frac{\pi}{2}\right)$, em que t é dado em segundo e x, em metro. Acerca desse movimento são feitas as seguintes afirmações:

(I) No instante t = 0, o objeto ocupa a posição x = 4 m.

(II) O valor máximo que a posição x pode assumir é 5 m.

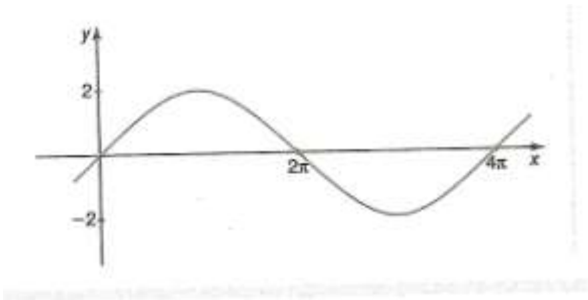
(III) O valor mínimo que a posição x pode assumir é – 4 m.

(IV) O móvel passa pela posiçãox = 4 nos tempos $t = n\pi - \frac{\pi}{4}$, com n = 1,2,3.

Estão corretas:

a) I e III
b) II e IV
c) I e II
d) II e III
e) III e IV

9) A figuraa seguir mostra parte do gráfico da função :



a) f(x) = sen x

b) f(x) = 2. sen $\frac{x}{2}$

c) f(x) = 2. sen x

d)f(x) = sen 2x

ATIVIDADE 6

- **Habilidade relacionada: Representação gráfica das funções trigonométricas.**
- **Pré- requisitos: Conhecer as propriedades analíticas elementares das funções seno, cosseno e tangente.**
- **Tempo de duração: 100 minutos.**
- **Recursos educacionais utilizados: Software geogebra**
- **Organização da turma: Grupos de 2 a 3 alunos.**
- **Objetivos: Estudar o gráfico da função seno em um contexto real.**
- **Metodologia adotada: Apresentação projetor multimídia e uso do laboratório de informática.**

Desenvolvimento: Roteiro de Ação nº 7 – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012

http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 10/12/2012.

AVALIAÇÃO

A avaliação é um processo através do qual se pretende determinar o grau, a quantidade e a qualidade dos resultados alcançados em relação aos objetivos propostos.

Considerando as deficiências e dificuldades apresentadas, de maneira geral, pelos alunos, a avaliação deve ser feita a partir de um ponto de vista individual, ou seja, partindo do conhecimento que cada aluno traz e avaliando seus progressos a partir dessa bagagem.

Sendo também, a aprendizagemum processo contínuo, deve-se observar a participação do aluno em sala de aula, seu compromisso com o processo de aprendizagem, seu comprometimento frente às tarefas propostas e, por fim, seus resultados frente a uma situação de avaliação formal.

Uma observação relevante é a dificuldade dos alunos em relacionar os conceitos da trigonometria a situações do cotidiano além da dificuldade de interpretação dos enunciados.

Ao longo do processo foram avaliadas as seguintes habilidades do Currículo Mínimo: Habilidade de representar o seno, o cosseno e a tangente de um arco qualquer no ciclo trigonométrico, Habilidade de resolver equações trigonométricas simples, com soluções em todo ciclo trigonométrico, Habilidade de identificar gráficos defunções trigonométricas: seno, cosseno e tangente.

Tomando como base a Matriz do Saerjinho foram consideradas também as seguintes habilidades: H-12 – Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo; H-13 - Resolver problemas envolvendo a lei dos cossenos ou a lei dos senos; H-21 – Transformar grau em radiano e vice versa; H21- Identificar o gráfico de uma função a partir da correspondência entre duas grandezas representadas em uma tabela; H-39 Estabelecer correspondência entre duas grandezas, a partir de uma situação problema

Segundo as normas da Instituição, cada disciplina pode realizar avaliações num total de 4,0 pontos, que deverão ser somados a Prova Bimestral, no valor de 6,0 pontos. A Prova Bimestral é elaborada por todos os professores que trabalham com as 10 turmas de 1º ano da Instituição, sendo conhecida como PU – Prova única.

A PU deverá abranger todos os conteúdosdo 4º bimestre, segundo o Currículo Mínimo.

REFERÊNCIAS

IEZZI, Gelson,et. Al. Matemática Ciência e Aplicações, São Paulo: Saraiva, 2010.

MATRIZ DE REFERÊNCIA SAERJINHO 2012 http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 23/11/2012

MIDIATECA - – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 15/08/2012.

PAIVA, Manoel, Matemática Paiva, 1º ano – 1ª Edição – São Paulo: Moderna, 2009.

PAVANELLO, Reginae NOGUEIRA, Clélia , Estudos em Avaliação Educacional, v. 17, n. 33, jan./abr. 2006. Disponível em http://www.fcc.org.br.

ROTEIROS DE ACAO – Trigonometria na Circunferência – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 30/10/2012.

Endereços eletrônicos acessados de20/11/2012 à24 /11/ 2012, utilizados ao longo do trabalho:

http://www.brasilescola.com/matematica
http: //www. crv.educacao.mg.gov.br
http:// www. maismatematica.wordpress.com
http://www.matematicadidatica.com.br
http://www.somatematica.com.br