Formação Continuada em Matemática

Matemática 2º ano - 2º Bimestre / 2013
Plano de Trabalho 1

Sequências e Matemática Financeira

Tarefa 3
Cursista**:** Marciele Euzébio de Oliveira Nascimento
Grupo**: 1**
Tutor: **Claudio Rocha**

Sumário

Introdução

Este plano de trabalho tem por objetivo permitir que os alunos percebam, através de assuntos cotidianos, a utilização da matemática e que possam entendê-la com mais clareza.

Foi elaborado visando à transmissão do conhecimento através da construção feita pelos alunos, com resoluções de situações problemas e generalizações. Hoje temos que utilizar estratégias que tornem os conteúdos mais atrativos, pois os alunos apresentam desinteresse e grande dificuldade de interpretação de questões e raciocínio lógico.

Ao aplicar o conceito de seqüência e matemática financeira, o aluno poderá entender fenômenos de diferentes naturezas. Este conhecimento básico serve para diante de problemas da realidade, analisar as possíveis intervenções. Ao diferenciar a aula, os alunos se interessam de modo natural e espontâneo.

Serão utilizados exemplos práticos, para a totalização do plano e também serão necessários seis tempos de cinqüenta minutos para o desenvolvimento do conteúdo e mais quatro tempos para avaliação da aprendizagem.

Desenvolvimento

Atividade 1 – Sequências

- **Habilidade relacionada** – Identificar, analisar uma seqüência. Utilizar a definição de seqüência em situações cotidianas e em problemas significativos. Tomar decisões diante de situação problema e elaborar argumentos, com base na interpretação das informações. Entender o conceito e ser capaz de aplicar na discussão. H- 55

- **Pré- requisitos** – Reconhecer, interpretar, identificar, aplicar e resoluções de problemas que envolvem o conteúdo.

- **Tempo de duração** – 100 minutos.

- **Recursos educacionais** – Livro didático e Roteiros disponibilizados pelo curso.

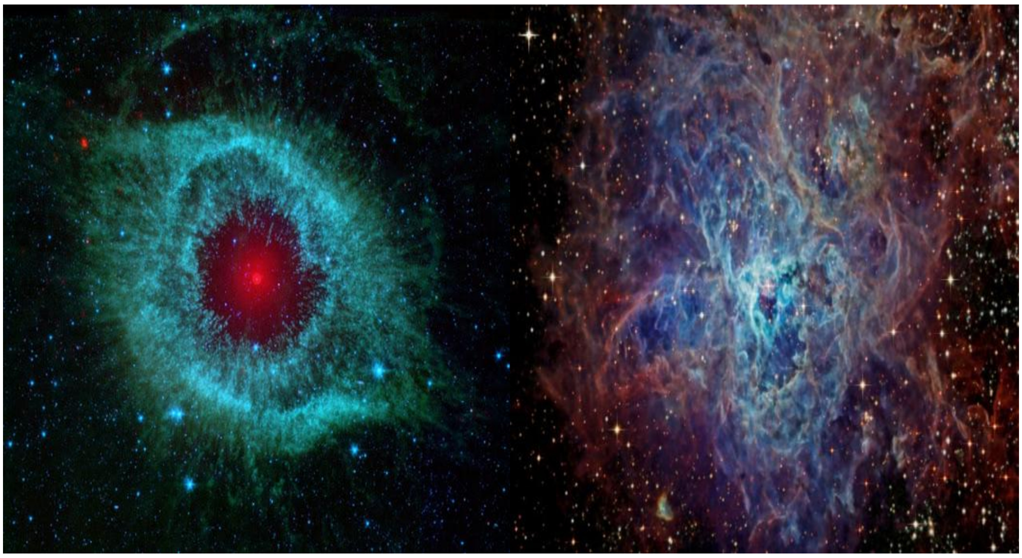
- **Organização da turma** – Dupla.

- **Objetivos** – Mostrar aos alunos a importância do tema estudado e sua aplicabilidade em assuntos cotidianos.

- **Metodologia adotada** - Apresentar o vídeo para os alunos com o objetivo de informar todos os aspectos do tema que será tratado.

Para iniciar, um texto.

Você sabe o que significa o caos? O homem já pensava a respeito na Grécia antiga, onde se acreditava que o caos era o estado de escuridão e nebulosidade infinita.



Nebulosa Helix e Tarantula nebulosa .Na Grécia antiga, o caos era visto como um estado de escuridão e nebulosidade, representado uma força geradora do próprio universo.

Na Mitologia Grega, Caos (khaos) é o mais velho dos deuses, aquele que precedeu não só a origem do mundo, mas também a dos próprios deuses. Apesar disso, sua natureza divina é de difícil definição para nós, devido às diversas mudanças de significado que a palavra caos sofreu ao longo da história. O caos deixou de representar uma força geradora do universo, como pensavam os gregos e passou a representar a desordem com o poeta romano Ovídio, alguns séculos depois.

O primeiro matemático a citar a teoria do caos foi o último universalista da matemática, Henri Poincaré, que demonstrou que havia uma possibilidade do sistema solar caotizar.

Por incrível que pareça, é muito interessante tentar encontrar alguma estrutura no caos, tentar prever o próximo passo. Tanto que os matemáticos e demais cientistas estudam e aprimoram cada vez mais o que chamam de teoria do caos. Esta teoria visa, de maneira simplificada, a compreender as flutuações irregulares existentes na natureza. Em geral, eles tentam encontrar ordem no caos, e, de fato, existem sistemas caóticos com padrões que demonstram alguma estrutura ordenada.

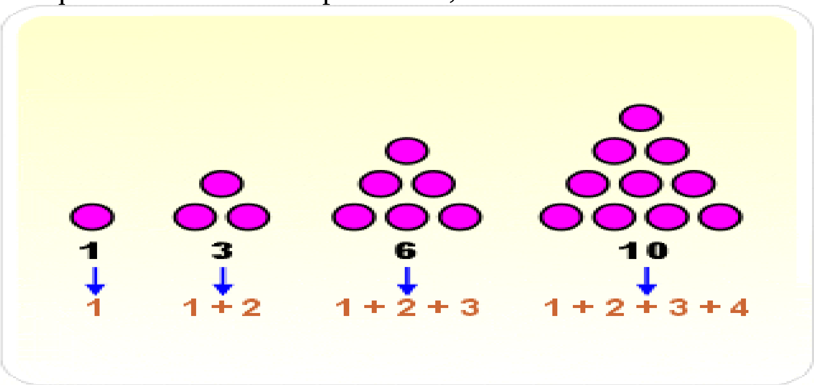
Ainda falando sobre o caos, uma característica interessante dos sistemas caóticos é a seguinte: ao fazermos uma leve perturbação nas condições iniciais (sensibilidade às condições iniciais), geramos uma grande diferença no estado final do sistema, o que torna a previsão do futuro extremamente difícil. Um exemplo bem cotidiano deste fato é o que acontece quando estamos fazendo um brigadeiro. Existe um momento-chave onde devemos apagar o fogo, quando o doce está prestes a grudar na panela. Qualquer alteração nesse instante faz com que o doce desande.

E o que dizer dos Parangolés (obra que só existe quando vestida pelo público, literalmente) do artista plástico Hélio Oiticica? Este é um exemplo típico da entrada do caos nos museus. Neste tipo de obra, temos que o espectador participa da própria obra. Aqui, sabemos o produto inicial, mas não temos como prever, após a prova de n espectadores, de que forma o parangolé estará.

O parangolé é para ser vestido ou carregado. Podem ser capas, estandartes ou bandeiras com cores que vão se revelando com os movimentos realizados pelo usuário. Ou seja, o resultado visual dependerá da ação da pessoa. O que é totalmente imprevisível.

Com isto, observamos que existem fenômenos previsíveis e outros que são caóticos. Aqui, nós iremos discutir sequências de números totalmente previsíveis. Para determinar todos os seus elementos, basta conhecermos algum (não necessariamente o primeiro) de seus elementos e a regra de formação da sequência. Ou seja, temos total controle do que ocorrerá no momento seguinte.

Vamos a um exemplo: Acima vemos uma ilustração do que os gregos denominavam números triangulares. Se você entende a lógica de como as figuras estão sendo formadas, o próximo desenho da sequência é totalmente previsível, não?



Observe que o primeiro elemento da sequência é o 1, o segundo é o 3 = 1 + 2, depois temos 6 = 3 + 3, em seguida 10 = 6 + 4, depois 15 = 10 + 5. O próximo, então, será o 21, certo?

Para formar o 21, pegamos o elemento anterior 15 e acrescentamos uma fileira com 6 pontos, ou seja, 21 = 15 + 6, sendo este o sexto número triangular.

Seqüência Numérica

É uma sucessão, encadeamento de fatos que se sucedem. O estudo de seqüência dentro da matemática é o conjunto de números reais dispostos em certa ordem. Assim chamado de **seqüência numérica**.

É comum percebermos em nossos dia a dia conjuntos cujos elementos estão dispostos em certa ordem, obedecendo a uma **seqüência**.

Exemplo:

Todos nós sabemos que o Brasil é penta campeão mundial de futebol e os anos, em ordem cronológica, em que ele foi campeão mundial são: 1958, 1962, 1970, 1994 e 2002. Essas datas formam um conjunto com os elementos dispostos numa determinada ordem.

Exemplo:

• O conjunto ordenado (0, 2, 4, 6, 8, 10,...) é a seqüência de números pares.
• O conjunto ordenado (7, 9, 11, 13,15) é a seqüência de números impares ≥ 7 e ≤ 15.
• O conjunto ordenado (2, 10, 12, 16, 17, 18, 19, 200) é uma seqüência de números que começa com a letra D.

Matematicamente, quando temos uma sequência numérica qualquer, representamos o seu 1º termo por a_1 assim sucessivamente, sendo o n-ésimo termo a_n.

Exemplo:

• (2, 4, 6, 8, 10) temos:
$a_1 = 2$; $a_2 = 4$; $a_3 = 6$; $a_4 = 8$; $a_5 = 10$

A sequência acima é uma **sequência finita**, sua representação geral é (a_1, a_2, a_3,..., a_n). Para as **sequências infinitas** que são infinitas a representação geral é (a_1, a_2, a_3, a_n, ...).

Para determinarmos uma sequência numérica precisamos de uma **lei de formação**.

Exemplo:

A sequência definida pela lei de formação $a_n = 2n^2 - 1$, n € N*, onde n = 1, 2, 3, 4, 5, ... e a_n é o termo que ocupa a n-ésima posição na sequência. Por esse motivo, a_n é chamado de *termo geral da sequência*.

Utilizando a lei de formação $a_n = 2n^2 - 1$, atribuindo valores para *n*, encontramos alguns termos da sequência.
• $n = 1 \rightarrow a_1 = 2 \,.\, 1^2 - 1 \rightarrow a_1 = 1$
• $n = 2 \rightarrow a_2 = 2 \,.\, 2^2 - 1 \rightarrow a_2 = 7$
• $n = 3 \rightarrow a_3 = 2 \,.\, 3^2 - 1 \rightarrow a_3 = 17$
• $n = 4 \rightarrow a_4 = 2 \,.\, 4^2 - 1 \rightarrow a_4 = 31$
.
.
.
Assim, a sequência formada é (1, 7, 17, 31, ...)

Atividade Extra:

Uma pessoa decidiu depositar moedas de 1, 5, 10, 25 e 50 centavos em um cofre durante certo tempo. Todo dia da semana ela depositava uma única moeda, sempre nesta ordem: 1, 5, 10, 25, 50, e, novamente, 1, 5, 10, 25, 50, assim sucessivamente.
Se a primeira moeda foi depositada em uma segunda-feira, então essa pessoa conseguiu a quantia exata de RS 95,05 após depositar a moeda de

A) 1 centavo no 679º dia, que caiu numa segunda-feira.
B) 5 centavos no 186º dia, que caiu numa quinta-feira.
C) 10 centavos no 188º dia, que caiu numa quinta-feira.
D) 25 centavos no 524º dia, que caiu num sábado.
E) 50 centavos no 535º dia, que caiu numa quinta-feira.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático para fixação.

Desenvolvimento

Atividade 2 – Progressão Aritmética

- **Habilidade relacionada** – Identificar, analisar e calcular uma progressão aritmética. Utilizar a definição para a resolução de questões e na resolução de problemas significativos. Tomar decisões diante de situação problema e elaborar argumentos, com base na interpretação das informações. Entender o conceito e ser capaz de aplicar na discussão. H- 55

- **Pré- requisitos** – Reconhecer, interpretar, identificar, aplicar e resoluções de problemas que envolvem o conteúdo.

- **Tempo de duração** – 100 minutos.

- **Recursos educacionais** – Livro didático e Roteiros disponibilizados pelo curso.

- **Organização da turma** – Dupla.

- **Objetivos** – Mostrar aos alunos a importância do tema estudado e sua aplicabilidade em assuntos cotidianos.

- **Metodologia adotada** - Apresentar o vídeo para os alunos com o objetivo de informar todos os aspectos do tema que será tratado.

Você sabia?

O matemático Leonardo Pisa, conhecido como **Fibonacci**, propôs no século XIII, a seqüência numérica abaixo:

(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...)

Essa seqüência tem uma lei de formação simples: cada elemento, a partir do terceiro, é obtido somando-se os dois anteriores. Veja: 1+1=2, 2+1=3, 3+2=5 e assim por diante.

Desde o século XIII, muitos matemáticos, além do próprio Fibonacci, dedicaram-se ao estudo da seqüência que foi proposta, e foram encontradas inúmeras aplicações para ela no desenvolvimento de modelos explicativos de fenômenos naturais.

Progressão Aritmética

Chama-se Progressão Aritmética – PA – à toda sequência numérica cujos termos a partir do segundo, são iguais ao anterior somado com um valor constante denominado razão.

Exemplo:

- ✓ (1, 5, 9, 13, 17, 21, ...) razão = 4 (PA crescente)
- ✓ (3, 12, 21, 30, 39, 48, ...) razão = 9 (PA crescente)
- ✓ (5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, ...) razão = 0 (PA constante)
- ✓ (100, 90, 80, 70, 60, 50, ...) razão = -10 (PA decrescente)

Termo Geral de uma PA

Seja a PA genérica (a_1, a_2, a_3, ... , a_n, ...) de razão r. De acordo com a definição podemos escrever:

$a_2 = a_1 + 1.r$

$a_3 = a_2 + r = (a_1 + r) + r = a_1 + 2r$

$a_4 = a_3 + r = (a_1 + 2r) + r = a_1 + 3r$

Podemos inferir (deduzir) das igualdades acima que:

$$a_n = a_1 + (n - 1) . r$$

é denominada termo geral da PA. Nesta fórmula, temos que $\mathbf{a_n}$ é o termo de ordem **n** (n-ésimo termo) , **r** é a razão e $\mathbf{a_1}$ é o primeiro termo da Progressão Aritmética – PA.

Exemplos:

1) Sabendo que o primeiro termo de uma PA é 5 e a razão é 11, calcule o 13º termo.

$a_1 = 5 \qquad r = 11 \qquad a_{13} = ?$

Agora, substituindo:

$a_{13} = 5 + (13 - 1).11$
$a_{13} = 5 + (12).11$
$a_{13} = 5 + 132$
$a_{13} = 137$

2) Dados $a_5 = 100$ e $r = 10$, calcule o primeiro termo:
$a_5 = a_1 + (5 - 1).r$
$100 = a_1 + (5 - 1).10$

$100 = a_1 + 40$
$100 - 40 = a_1$
$a_1 = 60$

Exercícios

1. Dada a P.A. (-19,-15,-11,...) calcule o seu enésimo termo.

2. Interpole seis meios aritméticos entre –8 e 13.

3. Escreva uma P.A. de três termos, sabendo que a soma desses termos vale 12 e que a soma de seus quadrados vale 80.

4. Calcule quantos números inteiros existem entre 13 e 247 que não são múltiplos de 3.

5. Encontre o valor de x para que a sequência (2x, x+1, 3x) seja uma progressão aritmética.

6. Considere as seguintes seqüências de números:

I. 3, 7, 11, ...
II. 2, 6, 18, ...
III. 2, 5, 10, 17, ...

O número que continua cada uma das seqüências na ordem dada deve ser respectivamente:

7 . Determinar o primeiro termo de uma progressão aritmética de razão -5 e décimo termo igual a 12.

8. Em uma progressão aritmética sabe-se que a4 = 12 e a9 = 27. Calcular a5.

9. Interpolar 10 meios aritméticos entre 2 e 57 e escrever a P. A. correspondente com primeiro termo igual a 2.

10. Determinar x tal que 2x - 3; 2x + 1; 3x + 1 sejam três números em P. A. nesta ordem.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático para fixação.

Desenvolvimento

Atividade 3 – Soma dos termos de uma PA

- **Habilidade relacionada** – Identificar, analisar e calcular a soma dos termos de uma progressão aritmética. Utilizar a definição para a resolução de questões e na resolução de problemas significativos. Tomar decisões diante de situação problema e elaborar argumentos, com base na interpretação das informações. Entender o conceito e ser capaz de aplicar na discussão. H- 55
- **Pré- requisitos** – Reconhecer, interpretar, identificar, aplicar e resoluções de problemas que envolvem o conteúdo.
- **Tempo de duração** – 100 minutos.
- **Recursos educacionais** – Livro didático e Roteiros disponibilizados pelo curso.
- **Organização da turma** – Dupla.
- **Objetivos** – Mostrar aos alunos a importância do tema estudado e sua aplicabilidade em assuntos cotidianos.
- **Metodologia adotada** - Apresentar o vídeo para os alunos com o objetivo de informar todos os aspectos do tema que será tratado.

Soma dos n primeiros termos de uma PA

Seja a PA ($a_1, a_2, a_3, ..., a_{n-1}, a_n$). A soma dos n primeiros termos $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{n-1} + a_n$, pode ser deduzida facilmente, da aplicação da segunda propriedade acima.

Temos:

$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{n-1} + a_n$

É claro que também poderemos escrever a igualdade acima como:

$S_n = a_n + a_{n-1} + ... + a_3 + a_2 + a_1$

Somando membro a membro estas duas igualdades, vem:
$2.\ S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + ... + (a_n + a_1)$

Logo, pela segunda propriedade acima, as n parcelas entre parênteses possuem o mesmo valor (são iguais à soma dos termos extremos $a_1 + a_n$) , de onde concluímos inevitavelmente que:
$2.S_n = (a_1 + a_n).n$, onde n é o número de termos da PA. Daí então, vem finalmente que:

$$Sn = \frac{(a1 + an)n}{2}$$

Exemplo:

Calcule a soma dos 200 primeiros números ímpares positivos.

Temos a PA: (1, 3, 5, 7, 9, ...)

Precisamos conhecer o valor de a_{200} .
Mas, $a_{200} = a_1 + (200 - 1).r = 1 + 199.2 = 399$

Logo, $S_n = [(1 + 399).\ 200] / 2 = 40.000$
Portanto, a soma dos duzentos primeiros números ímpares positivos é igual a 40000.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático para fixação.

Desenvolvimento

Atividade 4 – Progressão Geométrica

- **Habilidade relacionada** – Identificar, analisar e calcular uma progressão geométrica. Utilizar a definição para a resolução de questões e na resolução de problemas significativos. Tomar decisões diante de situação problema e elaborar argumentos, com base na interpretação das informações. Entender o conceito e ser capaz de aplicar na discussão. H-55

- **Pré- requisitos** – Reconhecer, interpretar, identificar, aplicar e resoluções de problemas que envolvem o conteúdo.

- **Tempo de duração** – 100 minutos.

- **Recursos educacionais** – Livro didático e Roteiros disponibilizados pelo curso.

- **Organização da turma** – Dupla.

- **Objetivos** – Mostrar aos alunos a importância do tema estudado e sua aplicabilidade em assuntos cotidianos.

- **Metodologia adotada -** Apresentar o vídeo para os alunos com o objetivo de informar todos os aspectos do tema que será tratado.

Progressão Geométrica

Dizemos que uma sequência numérica constitui uma progressão geométrica quando, a partir do 2º termo, o quociente entre um elemento e seu antecessor for sempre igual. Observe a sequência:

(2, 4, 8, 16, 32, 64,...), dizemos que ela é uma progressão geométrica, pois se encaixa na definição dada.

4 : 2 = 2

8 : 4 = 2

16 : 8 = 2

32 : 16 = 2

64 : 32 = 2

O termo constante da progressão geométrica é denominado **razão (q).**

Muitas situações envolvendo sequências são consideradas PG, dessa forma, foi elaborada uma expressão capaz de determinar qualquer elemento de uma progressão geométrica. Veja:

$$an = a1.\,q^{n-1}$$

Exemplo:

1- Em uma progressão geométrica, temos que o 1º termo equivale a 4 e a razão igual a 3. Determine o 8º termo dessa PG.

$a_8 = 4 \ . \ 3^7$
$a_8 = 4 \ . \ 2187$
$a_8 = 8748$

O 8º termo da PG descrita é o número 8748.

2- Dada a PG (3, 9, 27, 81, ...), determine o 20º termo.

$a_{20} = 3 \ . \ 3^{19}$
$a_{20} = 3 \ . \ 1.162.261.467$
$a_{20} = 3.486.784.401$

As PG's podem ser divididas em quatro tipos, de acordo com o valor da razão:

- ✓ Oscilante ($q < 0$)

Neste tipo de PG, a razão é negativa, o que fará com que a sequência númerica seja composta de números negativos e positivos, se intercalando.

(3,-6,12,-24,48,-96,192,-384,768,...), onde a razão é -2

- ✓ Crescente ($q > 0$)

Na PG crescente, a razão é sempre positiva, e por isto a sequência será formada por números crescentes, como:

(1, 3, 9, 27, 81, ...), onde a razão é 3

- ✓ Constante

Nesta PG, a sequência numérica tem sempre os mesmos números. Para isso, a razão deve ser sempre 1:

(4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, ...) onde a razão é 1

- ✓ Descrescente

As progressões geométricas decrescentes tem a razão sempre positiva e diferente de zero, e os números da sequência são sempre menores do que o número anterior:

(64, 32, 16, 8, 4, 2, 1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32, 1/64, 1/128, ..) razão = 1/2

(-1, -3, -9, -27, -81, ...) onde a razão é 3 (observe que na PG crescente temos um exemplo com a mesma razão, porém o número inicial aqui é negativo, alterando toda a sequência)

Exercícios

1. Calcule o quarto e o sétimo termos da P. G. (3, -6, 12, ...).
2. Insira 4 meios geométricos entre 2 e 486, nesta ordem.
3. Se a razão de uma P. G. é maior que 1 e o primeiro termo é negativo, a P. G. é chamada:
4. O segundo termo de uma P. G. crescente tal que a1 = 8 e a3 = 18 é igual a:
5. As medidas do lado, do perímetro e da área de um quadrado estão em progressão geométrica, nessa ordem. A área do quadrado será:

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático para fixação.

Desenvolvimento

Atividade 5 – Soma dos termos de uma PG

- **Habilidade relacionada** – Identificar, analisar e calcular a soma dos termos de uma progressão geométrica. Utilizar a definição para a resolução de questões e na resolução de problemas significativos. Tomar decisões diante de situação problema e elaborar argumentos, com base na interpretação das informações. Entender o conceito e ser capaz de aplicar na discussão. H- 55
- **Pré- requisitos** – Reconhecer, interpretar, identificar, aplicar e resoluções de problemas que envolvem o conteúdo.
- **Tempo de duração** – 100 minutos.
- **Recursos educacionais** – Livro didático , Roteiros disponibilizados pelo curso e tabuleiros de xadrez.
- **Organização da turma** – Dupla.
- **Objetivos** – Mostrar aos alunos a importância do tema estudado e sua aplicabilidade em assuntos cotidianos.
- **Metodologia adotada** - Apresentar o vídeo para os alunos com o objetivo de informar todos os aspectos do tema que será tratado.

Soma dos termos de uma PG

A soma dos termos de uma PG é calculada através da seguinte expressão matemática:

$$Sn = \frac{a1.(q-1)}{q-1}$$

Exemplo:

Calcule a soma dos 10 primeiros termos da PG (1,2,4,8,...)
Temos:

$$S10 = \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 1023$$

Observe que neste caso $a_1 = 1$.

Atividade Extra:

1- A soma dos termos da PG (5, 50, ..., 500000) é:

(A) 222 222
(B) 333 333
(C) 444 444
(D) 555 555
(E) 666 666

Vídeo:

http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1158

Xadrez

"Conta-se que o criador do jogo de xadrez, ao ser chamado por seu rei desejoso de recompensá-lo, fez o seguinte pedido: 1 grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro, 2 grãos de trigo pela segunda e assim sucessivamente, sempre dobrando, até a última das 64 casas. Tempos depois, o soberano deve ter sido informado por sua assessoria especializada de que jamais conseguiria satisfazer àquele pedido aparentemente despretensioso, mas que significava uma quantidade fabulosa de trigo. Em nosso sistema de numeração, esse número de grãos é representado com 20 algarismos."

Como um tabuleiro de xadrez tem 64 casas, trata-se de obter a soma dos 64 termos de uma progressão geométrica finita, cujo primeiro termo (a1) é igual a 1 e razão (q) igual a 2, representando-se a nossa progressão desta forma:

P.G. = (a1, a2, a3, a4, …, a64), onde a1, a2, a3, a4, … e a64, são, respectivamente, o primeiro, segundo, o terceiro, o quarto e assim por diante, até o sexagésimo quarto termo. A razão, que denominamos q, é o quociente entre dois termos vizinhos: a2/a1 = a3/a2 = a4/a3 = ... = q .

Portanto, eis a nossa progressão:
P.G. = (1, 2, 4, 8,...,[aqui, o 64° termo]) ou P.G. = (2^0, 2^1, 2^2, 2^3, …,2^{63}), com q = 2 (neste caso).

Sem muito trabalho de demonstração, chegaríamos à fórmula determinante da soma dos termos de uma progressão geométrica finita:
$S_n = (a_n \cdot q - a_1) / (q - 1)$ onde n representa o número de termos, q a razão da progressão e a_1 o primeiro termo.

E, aplicando-se ao nosso caso do trabuleiro de xadrez, obtemos:
$S_{64} = (a_{64} \cdot 2 - 1) / (2 - 1) = (2^{63} \cdot 2 - 1) = 2^{64} – 1 =$ **18446744073709551615.**
Isto mesmo, 18 quintilhões, 446 quatrilhões, 744 trilhões, 73 bilhões, 709 milhões, 551 mil, 615 (ufa!) – um número astronômico! Como se vê, o criador do xadrez não tinha nada de bobo!

Darei Um tempo para que eles joguem xadrez.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático para fixação

Desenvolvimento

Atividade 6 – Matemática Financeira

- **Habilidade relacionada** – Identificar, analisar e calcular porcentagem , juros e montante. Utilizar a definição para a resolução de questões e na resolução de problemas significativos. Tomar decisões diante de situação problema e elaborar argumentos, com base na interpretação das informações. Entender o conceito e ser capaz de aplicar na discussão. H- 54 e H- 68.

- **Pré- requisitos** – Reconhecer, interpretar, identificar, aplicar e resoluções de problemas que envolvem o conteúdo.

- **Tempo de duração** – 100 minutos.

- **Recursos educacionais** – Livro didático e Roteiros disponibilizados pelo curso.

- **Organização da turma** – Dupla.

- **Objetivos** – Mostrar aos alunos a importância do tema estudado e sua aplicabilidade em assuntos cotidianos.

- **Metodologia adotada -** Apresentar o vídeo para os alunos com o objetivo de informar todos os aspectos do tema que será tratado.

Para iniciar, um vídeo:

http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1178

A Matemática Financeira é uma ferramenta útil na análise de algumas alternativas de investimentos ou financiamentos de bens de consumo. Consiste em empregar procedimentos matemáticos para simplificar a operação financeira a um Fluxo de Caixa.

Capital

O Capital é o valor aplicado através de alguma operação financeira. Também conhecido como: Principal, Valor Atual, Valor Presente ou Valor Aplicado. Em inglês usa-se Present Value (indicado pela tecla PV nas calculadoras financeiras).

Juros

Juros representam a remuneração do Capital empregado em alguma atividade produtiva. Os juros podem ser capitalizados segundo dois regimes: simples ou compostos.

JUROS SIMPLES: o juro de cada intervalo de tempo sempre é calculado sobre o capital inicial emprestado ou aplicado.
JUROS COMPOSTOS: o juro de cada intervalo de tempo é calculado a partir do saldo no início de correspondente intervalo. Ou seja: o juro de cada intervalo de tempo é incorporado ao capital inicial e passa a render juros também.

O **juro** é a remuneração pelo empréstimo do dinheiro. Ele existe porque a maioria das pessoas prefere o consumo imediato, e está disposta a pagar um preço por isto. Por outro lado, quem for capaz de esperar até possuir a quantia suficiente para adquirir seu desejo, e neste ínterim estiver disposta a emprestar esta quantia a alguém, menos paciente, deve ser recompensado por esta abstinência na proporção do **tempo** e **risco**, que a operação envolver. O tempo, o risco e a quantidade de dinheiro disponível no mercado para empréstimos definem qual deverá ser a remuneração, mais conhecida como **taxa de juros**.

Quando usamos juros simples e juros compostos?

A maioria das operações envolvendo dinheiro utiliza **juros compostos**. Estão incluídas: compras a médio e longo prazo, compras com cartão de crédito, empréstimos bancários, as aplicações financeiras usuais como Caderneta de Poupança e aplicações em fundos de renda fixa, etc. Raramente encontramos uso para o regime de juros simples: é o caso das operações de curtíssimo prazo, e do processo de desconto simples de duplicatas.

Taxa de juros

A taxa de juros indica qual remuneração será paga ao dinheiro emprestado, para um determinado período. Ela vem normalmente expressa da forma percentual, em seguida da especificação do período de tempo a que se refere:

8 % a.a. - (a.a. significa ao ano).
10 % a.t. - (a.t. significa ao trimestre).

Outra forma de apresentação da taxa de juros é a unitária, que é igual a taxa percentual dividida por 100, sem o símbolo %:

0,15 a.m. - (a.m. significa ao mês).
0,10 a.q. - (a.q. significa ao quadrimestre)

JUROS SIMPLES

É composto da seguinte fórmula :

$$J = C.i.t$$

Exemplo:

1- Você pediu a seu chefe um empréstimo de $ 10.000,00 e ele, que não é bobo, vai lhe cobrar uma taxa de juros de 5% ao mês , sobre o capital inicial . 6 meses depois você quita sua dívida. Quanto a mais você terá de pagar , a título de juros?

Aplicando a fórmula:

j : o que você quer descobrir **C:**R$ 10.000,00
i:5% a.m. **t**:6 meses

Logo:

J=10000. 0,05 .6 = 3.000,00

JUROS COMPOSTOS

Os juros compostos referem-se às situações em que os juros são integrados ao Capital, a cada cálculo.

Para facilitar, vamos pegar um exemplo clássico: Caderneta de Poupança. A cada mês os juros são incorporados ao Capital e no próximo mês os juros incidirão sobre esse montante e assim sucessivamente. No caso dos juros compostos, o resultado é o próprio Montante. A fórmula é:

$$M = C. (1 + i)^t$$

Exemplo:

1- Uma aplicação bancária está oferecendo juros fixos de 3% a.m. por 6 meses, sobre um valor mínimo de $ 10.000,00. Quanto renderá ao final desse período?

Aplicando a fórmula:

M - o que você quer saber **C** - 10.000,00
i - 3 % - 0,03 **t** – 6

Logo :

M = $10000. (1+0,03)^6$ = 11.940,52.

Fator de Correção

Os matemáticos que se debruçaram sobre a questão da desvalorização monetária, desenvolveram, entre outras coisas, os fatores de correção (f) que são termos de um produto. Eles são utilizados para corrigir valores que precisam sofrer uma atualização monetária, seja esta um desconto ou um aumento.

- ✓ Quando f = 1 = 100%, temos que não houve nenhuma variação da grandeza com o passar do tempo. Assim, um valor é 100% do outro e, dizemos, que este é o fator neutro.
- ✓ No caso da divisão resultar em um número menor do que 1 (f < 1), como , onde A e B representam os valores de uma certa grandeza em tempos diferentes, ele é chamado fator de redução (ou desconto) e podemos entende-lo de duas formas: A é 15% menor do que B; ou A é 85% de B (logo 15% menor).
- ✓ No outro caso, quando f > 1, obtemos o chamado fator de aumento, pois teremos que o valor A será maior do que o valor B. A taxa percentual de correção (i), no caso desconto, i de A para B é de 15%, ou seja, i = 100% -85% = 1 - 0,85 = 0,15 ou 15%. Ao falarmos de aumento, a taxa i será dada por 1 + f.

Resumindo:

- f < 1 significa que a taxa i = 1 - f, assim, houve um desconto de A para B;
- f > 1 significa que a taxa i = 1 + f, e, assim, houve um aumento de B para A;
- f = 1 significa que não houve variação.

Um fator de correção nada mais é que a razão entre dois valores de uma grandeza em tempos diferentes (passado, presente ou futuro). Como em uma divisão entre dois valores quaisquer (não nulos), existem três resultados possíveis: f > 1, f = 1 ou f < 1.
Usualmente, escrevemos os fatores de correção na forma decimal.

1-No supermercado A, o produto X custa R$ 10,00 e no supermercado B, este mesmo produto custa R$ 12,00. Qual é a variação percentual?

$$\frac{10,00}{12,00} \cong 0,83 \quad \rightarrow \quad 1 - 0,83 = 0,17\ .100\% = 17\%$$

Variação de aproximadamente 17%, pois A é 17% menor do que B.

$$\frac{12,00}{10,00} = 1,2 \rightarrow \quad |1 - 1,2| = 0,2\ .100\% = 20\%$$

Variação de 20%, pois B é 20% maior do que A.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático para fixação.

Avaliação

A avaliação envolve aluno e professor e deve ser realizada de maneira que ambos possam avaliar o quanto se desenvolveu cada uma das competências relacionadas aos temas estudados.

O trabalho está sendo desenvolvido em sala de aula. A participação dos alunos é quase total. O vídeo foi um dos elementos essenciais para o auxílio na aprendizagem e motivação dos alunos. Surgiram dúvidas durante a exibição do vídeo. Em um momento oportuno, apliquei um exercício individualmente para uma melhor avaliação.

Os descritores associados foram identificar sequências, progressões e matemática financeira como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática e resolver problemas utilizando-os.

Tenho costume de verificar os acertos dos alunos nas questões e no saerjinho, com isso, posso verificar a aprendizagem do aluno.

Referências Bibliográficas

- Roteiro de ação e Textos – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 2º bimestre/2013.

http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/

- Vídeo sobre Sequência e Matemática Financeira (DVD- Coleção aulão- Cedic)

- Matemática: contexto e aplicações.

Ensino Médio -2ª edição- São Paulo: Ática 2004

- Matemática: participação e contexto.

Silva, Cláudio Xavier da
Ensino Médio -1ª edição- São Paulo: FTD 2009

- Endereços eletrônicos acessados.

www.infoescola.com › Matemática
www.matematicadidatica.com.br
www.brasilescola.com › Matemática
www.somatematica.com.br