FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

Matemática 2º Ano – 1º Bimestre/2013

PLANO DE TRABALHO

FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Tarefa 3

Nome: Cintia de Oliveira Santos

Grupo: 5

Tutor: Paulo Alexandre Alves de Carvalho

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O principal objetivo desse trabalho é fornecer ideias diferentes para ensinar função logarítmica. Nas atividades aqui propostas buscou-se apresentar algumas sugestões metodológicas que podem e devem ser utilizadas em sala de aula para que possamos fazer um trabalho diferenciado e, assim, tentar sair da rotina que é a vida acadêmica dos nossos alunos.

As atividades aqui propostas permitirão que os alunos percebam a aplicabilidade do conteúdo denominado **"Função Logarítmica"**, presente no currículo mínimo para as turmas do 2º ano do Ensino Médio. Os alunos serão levados a construir o conhecimento sobre o tema a partir de atividades diferenciadas e exercícios práticos. Permitindo que os alunos percam o medo da matemática.

Através das questões contextualizadas procuramos responder aqueles questionamentos por parte dos alunos tão comuns quando iniciamos um tópicos: *"Por que preciso aprender isso?"; "No que isso vai me ajudar no meu dia a dia?",* e etc.

Iremos trabalhar com diferentes vídeos para que os nossos alunos percebam a aplicação da função logarítmica. E, assim, podem perceber porque temos que estudá-las. Além disso, iremos utilizar o software ***GEOGEBRA***, para que os alunos possam construir os gráficos das funções logarítmicas e percebem seu comportamento, visto que a construção no papel não possui tamanha precisão como encontramos no computador.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1:

- **Duração prevista:** 100 minutos
- **Área de conhecimento:** Matemática
- **Assunto:** Função Logarítmica
- **Objetivos:** Apresentação do conceito de logaritmo.
- **Pré-requisitos:** Potenciação.
- **Material necessário:** Folha de atividades, régua, lápis, caneta, data show.
- **Organização da classe:** Turma disposta em duplas, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.
- **Descritores Associados:**
  - H34 – Efetuar operações utilizando as propriedades operatórias do logaritmo.

1) Um pouco de história.

A descoberta dos logaritmos foi feita pelo escocês John Napier (1550 – 1617), buscava simplificar os processos de multiplicação e divisão, transformando-as em operações de adição e subtração. Com o desenvolvimento dessa importante ferramenta de cálculo numérico houve um avanço no comércio, na navegação e na astronomia.

Do grego temos ***LÓGOS = razão*** e ***ARITHMÓS = número.*** Assim, podemos traduzir logaritmos como o número de razões.

Por definição: Sendo *a* e *c* números reais e positivos, com $a \neq 1$, chama-se *logaritmo de c* na base *a,* o expoente que se deve dar à base *a* de modo que a potência obtida seja igual a c. Traduzindo para símbolos matemáticos: se *a, c* pertencem ao conjunto dos números reais, $0 < a \neq 1$ e $c > 0$, então,

$$\log_a c = b \Leftrightarrow a^b = c$$

E assim, dizemos: *a* é a base do logaritmo, *c* é o logaritmando e *b* é o logaritmo.

Exemplos: Calcule os logaritmos seguindo o modelo:

a) $\log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$

b) $\log_3 9 =$ ____

c) $\log_5 5 =$ ____

Professor, nesse momento, caso os alunos tenham demonstrado dificuldades em resolver os exemplos acima é aconselhável fazer uma revisão de potenciação.

2) Apresentação dos vídeos: A Aparição (disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1050) e Terremoto Brasileiro (disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1182).

Professor, após a exibição dos vídeos, propor um debate com os alunos sobre os conhecimento que obtiveram com os vídeos apresentados.

3) A atividade a seguir foi retirada do material fornecido pelo presente curso de aperfeiçoamento ***Repensando o logaritmo*.**

a)Napier construiu suas tábuas numericamente. Ele denominava tábua de logaritmos uma tabela com duas linhas, uma em progressão geométrica e a outra em progressão aritmética. A seguir apresentamos um exemplo dessa tabela com progressão geométrica de razão 2. Complete-a.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
PG de razão 2	1	2	4			32	64			512		2048	4096		16384

b) Com a tabela acima Napier podia multiplicar, por exemplo, os números 32 e 64. Ele percebeu que os números correspondentes a 32 e 64 são, respectivamente, 5 e 6. Somando-os, obteve 11. Ao localizar o número 2048 correspondente ao 11 na tabela, efetuou a multiplicação 32 x 64. Você consegue identificar qual propriedade das potências foi utilizada por Napier para efetuar essa multiplicação? Explique-a.

____

____

____

c) Agora efetue você: 16 x 1024

____

____

____

____

____

Você percebeu podemos escrever 32 como 2^5 e 64 como 2^6. Assim, Napier utilizou a propriedade da multiplicação de potências de mesma base (repete-se a base e soma-se os expoentes), veja:

$$32 \times 64 = 2^5 \times 2^6 = 2^{5+6} = 2^{11} = 2048\,.$$

Assim, Napier concluiu que podia transformar uma multiplicação em uma adição.

Professor, verifique se os alunos conseguiram realizar as correspondências necessárias para resolver de forma correta o exemplo, 16 x 1024. Observe que para resolvê-la bastaria somas os expoentes 4 e 10, que é 14. Ao consultar a tabela percebemos que o correspondente é 16384.

c) Como você acha que seria o procedimento para calcular 4096 : 512.

____

____

____

d) Qual propriedade das potências você utilizou?

____

____

Professor, verifique se os alunos perceberam que para efetuar a divisão eles tiveram que utilizar a propriedade do quociente de mesma base, onde repetimos as bases e subtraímos os expoentes. Assim, ao resolver a atividade proposta, o aluno teria que resolver 12 – 9 = 3, ou seja, 4096 : 512 = 8.
Caso os alunos ainda estejam com dificuldades resolver mais exercícios relacionados com as propriedades de potências.

<u>Exercícios de Fixação</u>

Aplicação do Roteiro de Ação 1 – Fractais e Logaritmos.

Observe a tabela a seguir.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
3^0	3^1	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6	3^7	3^8	3^9	3^{10}	3^{11}	3^{12}	3^{13}
1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049	177147	531441	1594323

Repare que a nossa base é 3, então dizemos que:

- 2 é o logaritmo de 9 na base 3, ou seja, $\log_3 9 = 2$
- 5 é o logaritmo de 243 na base 3, ou seja, $\log_3 243 = 5$
- 10 é o logaritmo de 59049 na base 3, ou seja, $\log_3 59049 = 10$
- 13 é o logaritmo de 1594323 na base 3, ou seja, $\log_3 1594323 = 13$

1) A partir dessas informações, preencha a seguinte tabela:

$\log_3 531441 = \underline{\hspace{3cm}}$	O logaritmo de 81 na base 3 é ______
O logaritmo de 177147 na base 3 é _______	$\log_3 6561 = \underline{\hspace{2cm}}$
$\log_3 729 = \underline{\hspace{2cm}}$	O logaritmo de 3 na base 3 é ______.

Atividade 2:

- **Duração prevista:** 200 minutos
- **Área de conhecimento:** Matemática
- **Assunto:** Função Logarítmica
- **Objetivos:** Aplicar as principais propriedades do logaritmo.
- **Pré-requisitos:** Conceito de logaritmo.
- **Material necessário:** Folha de atividades, régua, lápis ou caneta.
- **Organização da classe:** Turma disposta em duplas, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.
- **Descritores Associados:**
  - H34 – Efetuar operações utilizando as propriedades operatórias do logaritmo.

Questão 1: Um caminhão custa hoje R$100.000,00 e sofre uma desvalorização de 10% por ano de uso. Depois de quanto tempo de uso o valor do veículo será igual a R$20.000,00? (Questão extraída do livro Matemática: Ciências e Aplicações, página 151 – maiores detalhes veja Fontes de Pesquisa).

a) Quanto vale o caminhão após 1 ano de uso?

____
____
____
____

b) Quanto vale o caminhão após 2 anos de uso?

____
____
____
____

c) Quanto vale o caminhão após 3 anos de uso?

____
____
____
____

d) Quanto vale o caminhão após ***x*** anos de uso?

____
____
____
____

e) Depois de quanto tempo de uso o veículo será igual a R$20.000,00?

____

____
____
____

Você deve ter percebido que o valor do veículo em reais evolui, ano a ano, de acordo com a sequência:

100.000; (0,9) . 100.000; $(0,9)^2$. 100.000; $(0,9)^3$. 100.000; $(0,9)^x \, . \, 100.000$

onde x indica o número de anos de uso. Portanto, para responder o problema devemos resolver a equação $(0,9)^x \, . \, 100\ 000 = 20\ 000 \Rightarrow (0,9)^x = 0,2$. Contudo não conseguimos reduzir todas as potências a mesma base. Para resolvê-la devemos utilizar os logaritmos.

Você já viu que, por definição, $\log_a c = b \Leftrightarrow a^b = c$

e) Resolva a equação $\log_x 4 = -2$

____
____
____
____
____
____
____
____

Professor, o aluno deve ter notado que para resolver a equação acima deve-se aplicar a definição de logaritmos, ou seja,

$$x^{-2} = 4 \Rightarrow \frac{1}{x^2} = 4 \Rightarrow 1 = 4x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

Questão 2: Leandro depositou uma certa quantia em uma caderneta de poupança especial, que rende 1% ao mês. Por quanto tempo ele deverá deixar o dinheiro na conta para que o seu valor triplique?

a) Qual foi o valor inicial depositado por Leandro?

____

Professor, nesta atividade espera-se que o aluno perceba que o valor inicial investido por Leandro é uma incógnita e por esta razão deve ser representado por uma letra qualquer do nosso alfabeto.

b) Qual será o saldo na poupança no fim do 1º mês de aplicação?

____

____

____

____

c) Qual será o saldo em conta no final de 2 meses da aplicação?

____

____

____

____

d) Qual será o saldo após o 3º mês de aplicação?

____

____

e) Qual será o saldo na poupança no final de *n* meses de aplicação?

____

____

f) Qual o tempo necessário para que a importância triplique ao final de n meses?

____

____

____

____

Professor, verifique se o aluno percebeu que para calcular o saldo na caderneta de poupança no fim do 1º mês de aplicação deve calcular valor inicial + 1% do valor inicial, ou seja, considerando o valor inicial = x temos:

x + 1% de x = x+ 0,01x = 1,01x.

Cálculo do valor ao final do 2º mês de aplicação: 1,01x + 1% de 1,01x = 1,01x + 0,01(1,01x) = 1,01x (1+0,01) = $(1,01)^2$x.

Cálculo do valor ao final do 3º mês de aplicação: $(1,01)^2$x + 1% de $(1,01)^2$x = $(1,01)^2$x + 0,01$(1,01)^2$x =$(1,01)^2$x(1 + 0,01) = $(1,01)^3$x.

Cálculo do valor ao final de n mês de aplicação: $(1,01)^n$ x

Como queremos que o valor aplicado inicialmente triplique ao final de n meses, temos:

$(1,01)^n$ x = 3x $\Rightarrow$ $(1,01)^n$ = 3 $\Rightarrow \log_{1,01}(1,01)^n = \log_{1,01} 3 \Rightarrow n = \log_{1,01} 3$

Saiba que:

Sejam a, b e c números reais com $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$. Temos as seguintes propriedades:

1. O logaritmo de 1 em qualquer base a é igual a zero.

$$\log_a 1 = 0$$

Exemplo: $\log_8 1 = 0$

2. O logaritmo da base, qualquer que seja ela, é igual a 1.

$$\log_a a = 1$$

Exemplo: $\log_7 7 = 1$

3. A potência de base a e expoente $\log_a b$ é igual a b.

$$a^{\log_a b} = b$$

Exemplo: $5^{\log_5 3} = 3$

Você já viu como calcular os logaritmos utilizando a definição. Agora veremos algumas propriedades do logaritmo.

1ª propriedade: Logaritmo do produto.

Dados a, b e c números reais positivos, com $a \neq 1$, vale a seguinte igualdade:

$$\log_a (b.c) = \log_a b + \log_a c$$

Exemplo: $\log_2 (16.4) = \log_2 16 + \log_2 4 = 4 + 2 = 6$

2ª propriedade: Logaritmo do quociente.

Dados a, b e c números reais positivos, com $a \neq 1$, vale a seguinte igualdade:

$$\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$$

Exemplo: $\log_2 \left(\frac{32}{4}\right) = \log_2 32 - \log_2 4 = 5 - 2 = 3$

3ª propriedade: Logaritmo da potência.

Dados a e b números reais positivos, com $a \neq 1$ e $r \in R$. Temos:

$$\log_a b^r = r\log_a b$$

Exemplo: $\log_3 243 = \log_3 3^5 = 5.\log_3 3 = 5.1 = 5$

Há situações que aparece logaritmo em uma base específica e devemos convertê-lo a outra base. Para aplicarmos as propriedades operatórias, por exemplo, devemos ter todos os logaritmos na mesma base. Quando isso não ocorre devemos mudar a base de alguns logaritmos. Para isso usamos a seguinte propriedade:

4ª propriedade: Mudança de base.

Sejam a, b e c números reais positivos com a, c $\neq 1$ então:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Exemplo: Passar para a base 5: $\log_7 15 = \dfrac{\log_5 15}{\log_5 7}$

<u>Exercícios de Fixação</u>

(Exercícios extraídos do livro Matemática: Ciência e Aplicações).

1. Sejam x e y positivos e 0 < b $\neq 1$. Sabendo que $\log_b x = -2$ e $\log_b y = 3$, calcule o valor dos seguintes logaritmos.

a) $\log_b (x.y)$

b) $\log_b \left(\dfrac{x}{y}\right)$

c) $\log_b (x^3.y^2)$

d) $\log_b \left(\dfrac{y^2}{\sqrt{x}}\right)$

e) $\log_b \left(\dfrac{x.\sqrt{y}}{b}\right)$

2. Qual é o valor de:

a) $\log_{15} 3 + \log_{15} 5$?

b) $\log_3 72 - \log_3 12 - \log_3 2$?

3. Escreva em base 2 os seguintes logaritmos:

a) $\log_5 3$

b) $\log 5$

c) $\log_3 4$

4. Qual é o valor de:

a) $y = \log_7 3.\log_3 7.\log_{11} 5.\log_5 11?$

b) $z = \log_3 2.\log_4 3.\log_5 4.\log_6 5?$

Atividade 3:

- **Duração prevista:** 100 minutos
- **Área de conhecimento:** Matemática
- **Assunto:** Função Logarítmica
- **Objetivos:** Estudar o gráfico da função logarítmica, seus intervalos de crescimento e decrescimento.
- **Pré-requisitos:** Função Logarítmica
- **Material necessário:** Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica, computador com software Geogebra instalado.
- **Organização da classe:** Turma disposta em duplas, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.
- **Descritores Associados:**
    - H64 – Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica.

Aplicação do roteiro de ação 4 – Entendendo o gráfico da função logarítmica.

As atividades a seguir serão realizadas no laboratório de informática, já com o software Geogebra instalado e com o arquivo "Gráfico_função_log.ggb" fornecido pelo curso disponível no computador para que os alunos possam manipulá-lo durante a aula.

Nas atividades a seguir iremos explorar o gráfico da função logarítmica $f(x) = \log_a x$ e, assim, iremos estudar suas principais características.

1) Abra o arquivo do Geogebra "Gráfico_função_log.ggb", disponibilizado pelo professor.

2) Varie os valores de ***a*** no seletor e verifique o aspecto da função logarítmica.

3) Para quais valores de ***a*** o aspecto da função logarítmica é o mesmo?

____

4) Movimentando os valores de ***a,*** você saberia dizer em que instante a função muda de aspecto?

____

Professor, em um primeiro momento deixe os alunos explorarem livremente o software. Ao refletir sobre os itens acima, esperamos que percebam que o gráfico da função logarítmica tem o mesmo comportamento quando a > 1 e o comportamento muda completamente quando os valores de *a* estão entre 0 e 1, 0 < a < 1.

Você deve ter notado que quando a > 1 o comportamento da função logarítmica permanece o mesmo.

5) Movimente o ponto A e, em seguida, preencha a tabela abaixo.

x	$f(x)=\log_2 x$
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

6) O que está acontecendo com os valores de x? E com os valores de $f(x)$?

____

____

Professor, caso os alunos estejam com dificuldades para preencher a tabela, lembre-os de olhar as coordenadas do ponto P. Espera-se que os alunos, nessa atividade, sejam capazes de visualizar que à medida que os valores de x aumentam, os valores de $f(x)$ aumentam também.

7) A função $f(x)=\log_2 x$ é crescente ou decrescente? Converse com seu colega e veja se chegaram a mesma conclusão. Explicite um argumento que justifique a sua resposta.

____

____

8) Movimentando os valores de a e mantendo a > 1, você chegaria a mesma conclusão? O que podemos afirmar sobre o comportamento da função $f(x)=\log_2 x$ quando a > 1?

____

____

Professor, neste momento, pode ser interessante fazer uma breve revisão sobre crescimento e

decrescimento de uma função. Nesta atividade esperamos que os alunos concluam que a função $f(x)=\log_a x$ é crescente quando a>1.

Agora, você vai analisar o que acontece com o gráfico da função $f(x)=\log_2 x$ quando 0 < a < 1.

9) Preencha a tabela abaixo com o auxílio do software Geogebra.

x	$f(x)=\log_{\left(\frac{1}{2}\right)} x$
0,1	
0,2	
0,3	
0,4	
0,5	
0,6	
0,7	

10) O que está acontecendo com os valores de x? E com os valores de $f(x)$?

____

11) A função $f(x)=\log_{\left(\frac{1}{2}\right)} x$ é crescente ou decrescente? Converse com seu colega e veja se chegaram à mesma conclusão. Explicite um argumento que justifique a sua resposta.

____

____

12) Movimentando os valores de a e mantendo 0 < a < 1, você chegaria a mesma conclusão?

____

____

13) O que podemos afirmar sobre o comportamento da função $f(x)=\log_a x$ quando 0 < a < 1?

____

____

Professor, nesta atividade, esperamos que os alunos concluam que a função $f(x)=\log_a x$ é decrescente quando 0<a<1.

Atividade 4:

- **Duração prevista:** 50 minutos
- **Área de conhecimento:** Matemática
- **Assunto:** Função Logarítmica
- **Objetivos:** Resolver problemas significativos utilizando Função Logarítmica.
- **Pré-requisitos:** Função Logarítmica. Função Exponencial.
- **Material necessário:** Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta.
- **Organização da classe:** Turma disposta em duplas, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.
- **Descritores Associados:**
    - H59 – Resolver problemas envolvendo a função logarítmica.

(Exercício extraído do Roteiro de Ação 5 – A Função Logarítmica em problemas significativos).

1) **Desafio – Lei Seca**

A Lei 11705, de 2008, do Código de Trânsito Brasileiro, tem como objetivo proibir que motoristas dirijam alcoolizados. Aqueles que fizeram o teste de alcoolemia (bafômetro) e forem flagrados com 0,2 grama de álcool por litro de sangue, ou mais, terão que pagar uma multa, receberão 7 pontos na carteira de habilitação, perderão o direito de dirigir por um ano e ainda terão o veículo apreendido.

Suponha que uma pessoa tenha em determinado momento 1,6 g/L de álcool no sangue e que esse valor decresça de acordo com a função $f(x) = 1{,}6 \;.\; 2^{\left(-\frac{t}{2}\right)}$, em que t é o tempo em horas. Após parar de beber, quantas horas no mínimo são necessárias para que essa pessoa tenha 0,1 g/L de álcool no sangue?

(Questões extraídas do livro Matemática: Contexto e Aplicações)

2) Segundo o Banco Mundial, a previsão do crescimento demográfico na América Latina, no período de 2004 a 2020, é de 1,2% ao ano, aproximadamente. Em quantos anos a população da América Latina vai dobrar se a taxa de crescimento continuar a mesma?

3) Um cartão de crédito cobra juros de 9% a.m. sobre o saldo devedor. Um usuário desse cartão tem um saldo devedor de R$505,00. Em quanto tempo essa dívida chegará a R$600,00 se não for paga? (Dados: $\log 2 = 0{,}3$; $\log 3 = 0{,}48$; $\log 1{,}01 = 0{,}004$; $\log 1{,}09 = 0{,}038$).

(Questão extraída do livro Matemática: Ciência e Aplicações)

4) A instalação de radares para controle da velocidade dos veículos em grandes avenidas de uma cidade proporcionou uma diminuição do número de acidentes. Esse número pode ser calculado pela lei:

$$n(t) = n(0)\ .\ 0{,}8^t$$

sendo n(0) o número de acidentes anuais registrado no ano da instalação dos radares e n(t) o número de acidentes anuais t anos depois. Qual é o tempo necessário para que o número de acidentes se reduza à quarta parte da quantidade registrada no ano da instalação dos radares? (Use a aproximação: $\log 2 = 0{,}3$).

Atividade 5:

- **Duração prevista:** 50 minutos
- **Área de conhecimento:** Matemática
- **Assunto:** Função Logarítmica
- **Objetivos:** Resolver logaritmos através da atividade lúdica.
- **Pré-requisitos:** Definição de logaritmos. Propriedades de logaritmos.
- **Material necessário:** Cartas contendo os logaritmos e suas respectivas soluções.
- **Organização da classe:** Turma disposta em grupos de 4 alunos, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.
- **Descritores Associados:**
    - H34 – Efetuar operações utilizando as propriedades operatórias do logaritmo.

Jogo da Memória com os Logaritmos

Regras

- Embaralhe as cartas e coloque-as de cabeça para baixo.
- Escolhe-se o primeiro a jogar.
- O jogador vira duas cartas e verifica se formou um par, ou seja, uma carta com o logaritmo que deve ser calculado e a outra carta deve ser a solução.
- Se formar um par, o jogador tem direito a jogar novamente. Caso contrário, passa a vez.
- O jogo prossegue até que todos os pares tenham sido formados.
- Vence o jogo aquele que tiver mais pares.

$\log_2 64$	$\log 10$
$\log_5 1$	$\log_2\left(\frac{1}{4}\right)$
$\log_3 81$	$\log_{\frac{1}{2}} 2$

$7^{\log_7 8}$	$\log_2 8 + \log_5 25$
$\log_2(64.16)$	$\log_4 64$
$\log_5\left(\frac{1}{125}\right)$	$\log_7 49$

0	6
1	-2
4	-1

8	5
10	3
-3	2

AVALIAÇÃO

Após as atividades 1 e 2, pode-se propor uma atividade avaliativa em dupla e com consulta (50 minutos) para que o professor tenha noção do que os alunos aprenderam. E, além disso, ao longo da realização da atividade os alunos poderão trocar informações a respeito dos temas estudados. Tal atividade contribui para o desenvolvimento crítico e argumentativo dos alunos. Em seguida, com base nos resultados obtidos pelos alunos, o professor poderá propor uma atividade diferenciada buscando suprir as dúvidas que ainda tiverem a respeito do conteúdo visto.

Em um momento oportuno, aplicar uma atividade individual para avaliar o nível de conhecimento de cada aluno nos descritores H34, H65, H64 e H59. Considerando que a prova do Saerjinho servirá como pontuação bimestral, verificar se os alunos compreenderam os descritores que serão avaliados na prova.

Aplicar uma avaliação escrita individual (100 minutos) para investigar a capacidade dos alunos de resolverem questões envolvendo os diferentes tópicos de Função Logarítmica estudados ao longo do bimestre.

Fontes de pesquisa

Roteiros de Ação – Sistemas Lineares – Curso de aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio. 1º Bimestre/2013. - http://projetoseeduc.cecierj.edu.br – acessado em 07/02/2013.

Forum temático 1 do Curso de aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio. 4º Bimestre/2012. - http://projetoseeduc.cecierj.edu.br – acessado em 12/02/2013.

http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1182) – acessado em 11/02/2013.

http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1050) – acessado em 11/02/2013.

SOUZA, Joamir Roberto de. Novo olhar matemática. 1ª edição. São Paulo. FTD, 2010. (Coleção Novo olhar, vol. 2).

IEZZI, Gelson. DOLCE, Osvaldo. DEGENSZAJN, David. PÉRIGO Roberto. ALMEIDA, Nilze de. Matemática Ciência e Aplicações. 6ª edição. São Paulo. Editora Saraiva, 2010. Volume 2.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: Contexto e Aplicações. Volume Único. Editora Ática. 3ª edição. São Paulo, 2010.