FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

POLÍGONOS REGULARES E ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

Volta Redonda, 2014

FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA
Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

POLÍGONOS REGULARES E ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

Tarefa 2 elaborada pela cursista Neli Aparecida Pereira Pedroso, curso de Formação Continuada – Matemática na Escola – 4º bimestre – 9º ano - 2014, sob a orientação da Tutora Bianca Coloneze, como parte dos requisitos para conclusão do curso.

Volta Redonda, 2014

Sumário

1. INTRODUÇÃO

O presente plano de trabalho tem a finalidade de estimular o envolvimento do estudante com situações concretas e contextualizadas, aprendizagem colaborativa e construções coletivas entre os próprios estudantes e docentes. Incentivar o desenvolvimento da autonomia do alunado.

A geometria é um conteúdo que resulta em idéias novas e motivadoras quando trabalhada em situações do cotidiano. Podendo contribuir para a formação de cidadãos capazes de explorar suas competências cognitivas e não cognitivas, estimulando a busca do conhecimento de forma autônoma, por meio dos diversos recursos bibliográficos e tecnológicos, de modo a encontrar soluções para desafios na vida pessoal e profissional.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1. ATIVIDADE

HABILIDADE RELACIONADA:

- Reconhecer polígonos regulares e suas propriedades.
- Calcular os ângulos internos e externos de um polígono regular.

PRÉ-REQUISITOS: Conceito de polígonos, elementos de um polígono, classificação de polígonos quanto à quantidade de lados ou de vértices, soma dos ângulos internos de um triângulo.

TEMPO DE DURAÇÃO: 4 aulas (200 minutos).

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: quadro, giz, régua, papel quadriculado, livro didático e cadernos de atividades autorreguladoras.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: individual.

OBJETIVOS:

- Classificar figuras geométricas;
- Identificar os elementos geométricos de polígonos.
- Identificar propriedades quanto aos ângulos.
- Resolver problemas, justificando logicamente sua resposta com base na teoria desenvolvida.

METODOLOGIA ADOTADA: abordar os tópicos descritos abaixo.

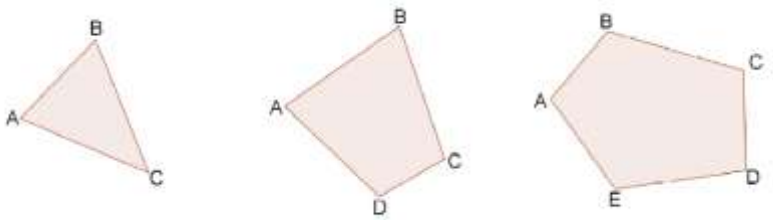
1) POLÍGONOS REGULARES E SUAS PROPRIEDADES

Caro aluno, nesta aula, vamos estudar sobre os polígonos regulares e suas propriedades, mas antes vamos relembrar o que é um polígono e quais são seus elementos. Esta aula é muito importante para a continuidade de nossos estudos no campo geométrico. Preste bastante atenção!

1.1 – POLÍGONO:

Como já foi dito, o objeto de estudo desta aula é o polígono regular. No entanto, precisamos relembrar o que é um polígono. Você se lembra?

Um polígono é uma figura geométrica formada por no mínimo três segmentos de reta que se unem, dois à dois, por suas extremidades. Veja alguns exemplos abaixo:

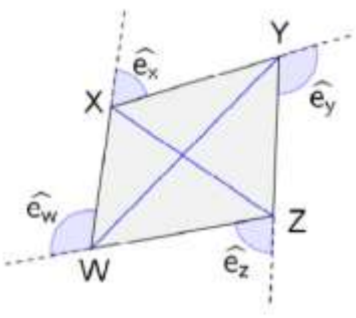


Obs.: Todos os polígonos acima são convexos. Ou seja, se você traçar a reta suporte de qualquer um dos lados do polígono, ela não interceptará o polígono!

1.2 – ELEMENTOS DE UM POLÍGONO:

Os principais elementos de um polígono convexo são os vértices, lados, ângulos internos, ângulos externos e as diagonais.

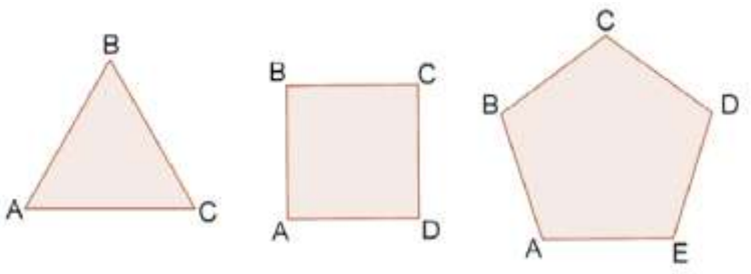
Considerando um polígono convexo, vamos destacar seus elementos:



- Vértices: W, X, Y e Z.
- Lados: $\overline{WX}, \overline{XY}, \overline{YZ}$ e $\overline{ZW}$
- Ângulos internos: $W\hat{X}Y, X\hat{Y}Z, Y\hat{Z}W$ e $Z\hat{W}X$
- Ângulos externos: $\hat{e}_W$, $\hat{e}_X$, $\hat{e}_Y$ e $\hat{e}_Z$.
- Diagonais: $\overline{WY}$ e $\overline{XZ}$

1.3 – POLIGONO REGULAR:

Um polígono é dito regular quando todos os seus lados e ângulos são congruentes, ou seja, um polígono regular é equilátero e equiângulo.



Apenas dois tipos de polígonos regulares têm uma nomenclatura especial, são os triângulos e os quadriláteros. O triângulo regular é chamado de triângulo eqüilátero e o quadrilátero regular é chamado de quadrado. Os outros polígonos têm apenas a palavra "regular" acrescida a seu nome: pentágono regular, hexágono regular, heptágono regular...

1.4 - PROPRIEDADES:

- Soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo (S_i)

  Se o polígono convexo tem n lados, a soma das medidas de seus ângulos internos (S_i) é dada pela fórmula: $S_i = (n-2) \cdot 180°$
- Soma das medidas dos ângulos externos de um polígono convexo (S_e)

  Em qualquer polígono convexo, a soma das medidas dos ângulos externos é igual a 360°.
- Ângulo interno

  Indicando por a_i medida de cada ângulo interno de um polígono regular, temos:

  $$a_i = \frac{S_i}{n} = \frac{(n-2)\cdot 180°}{n}$$
- Ângulo externo

  Indicando por a_e medida de cada ângulo externo de um polígono regular, temos:

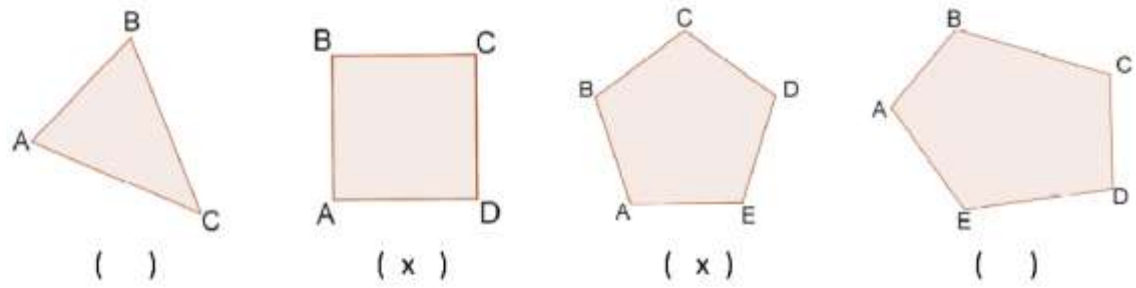
  $$a_e = \frac{S_e}{n} = \frac{360°}{n}$$
- Número de diagonais de um polígono convexo

  Dado um polígono convexo de n lados, de cada um dos seus vértices partem $(n-3)$ diagonais. Como o polígono de n lados tem n vértices, pode parecer que teremos $n \cdot (n-3)$ diagonais. Mas, agindo assim, cada diagonal foi contada duas vezes. Portanto, precisamos dividir $n \cdot (n-3)$ por 2.

  $$d = \frac{n\cdot(n-3)}{2}$$

1.5 - ATIVIDADES

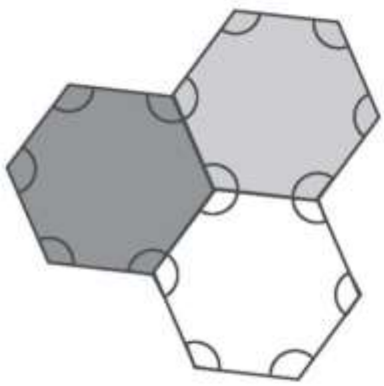
1) Dos polígonos abaixo, marque os que visualmente são regulares:



2) Um dos ângulos internos de um polígono regular mede 120°. Quantos lados tem esse polígono?

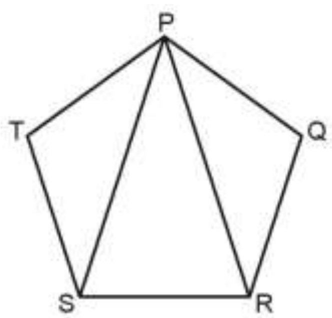
3) Qual é a soma dos ângulos internos de um pentágono regular?

4) Marcelo juntou três figuras na forma de hexágono regular e percebeu que elas encaixavam perfeitamente, conforme mostra a ilustração abaixo.



Qual é a soma dos ângulos internos das três peças?

5) Na figura abaixo, PQRST é um polígono regular.



Quais as medidas dos ângulos internos do triângulo PQR?

2.2. ATIVIDADE

HABILIDADE RELACIONADA:

- Calcular o perímetro de uma circunferência e a área de um círculo.

PRÉ-REQUISITOS: conhecimento prévio de ponto e segmento de reta (traçado e medida).

TEMPO DE DURAÇÃO: 4 aulas (200 minutos).

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: quadro, giz, régua, livro didático e cadernos de atividades autorreguladoras.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: individual.

OBJETIVOS:

- Identificar os elementos geométricos da circunferência.
- Calcular o comprimento de circunferências.
- Calcular a área de círculo.
- Resolver problemas, justificando logicamente sua resposta com base na teoria desenvolvida.

METODOLOGIA ADOTADA: abordar os tópicos descritos abaixo.

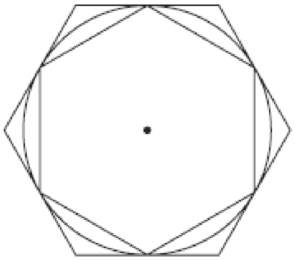
1) PERÍMETRO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA E ÁREA DE UM CÍRCULO

1.1 - UM POUCO DE HISTÓRIA

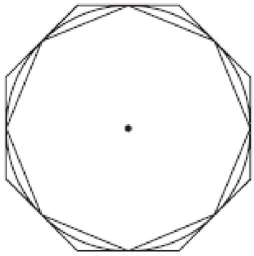
Arquimedes, que viveu por volta de 287 a 212 anos antes de Cristo, foi um gênio da Matemática e da Física, além de grande construtor de máquinas de guerra. Ele desenvolveu muitos estudos para obter um cálculo aproximado de π. Sabia que a divisão do comprimento de uma circunferência por seu diâmetro é um número constante, qualquer que seja o tamanho da circunferência.

Para calcular o número π, Arquimedes aproximou polígonos por dentro e por fora da circunferência e mediu os perímetros. Quanto maior era o número de lados do polígono mais ele se aproximava da medida da circunferência.

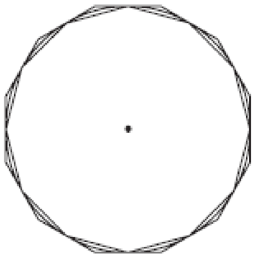
O valor utilizado para π foi, durante muitos anos, o número aproximado obtido por Arquimedes: $\frac{22}{7} = 3{,}142857142857 \cdots$



6 lados



8 lados



12 lados

Descobriu-se, posteriormente, que o número π não pode ser representado por uma fração e que ele tem infinitas casas decimais. O número π é exemplo de um tipo de número chamado irracional.

Há cem anos aproximadamente, o matemático William Shanks calculou o número π com 707 casas decimais. Para realizar essa tarefa, precisou de 15 anos!

Atualmente os supercomputadores são capazes de apresentar o número π com milhares de casas decimais em apenas alguns minutos.

$\pi = 3{,}14159265358979323846264338327950 28 \cdots$

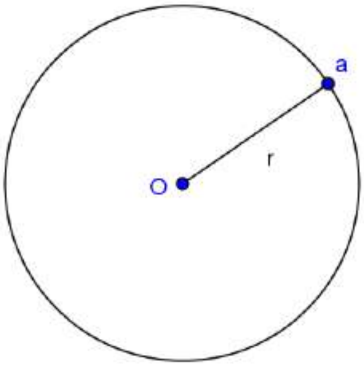
Na prática, usa-se apenas $3{,}14$ ou $3{,}1416$ para aproximar o valor de π.

Caros alunos, antes de começarmos essa aula, precisamos, antes de mais nada, diferenciar círculo e circunferência, pois, somente desse modo, poderemos iniciar este estudo. Você irá observar que os conceitos ficarão mais claros após esta explicação.

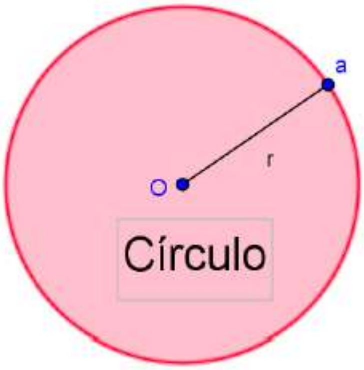
1.2 - DIFERENÇA ENTRE CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA:

A principal característica de uma circunferência é que os pontos estão localizados a uma mesma distância do centro, chamada raio da circunferência.

Observe a figura abaixo:



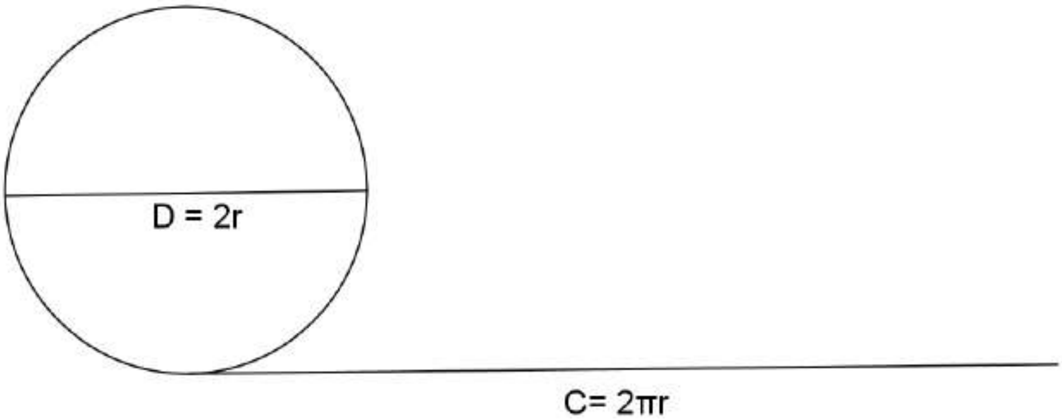
Já um círculo é a reunião da circunferência com o conjunto de pontos localizados dentro da mesma, ou seja, são pontos internos a uma circunferência.



1.3 - CÁLCULO DO PERÍMETRO DA CIRCUNFERÊNCIA:

Agora que já conhecemos uma circunferência, é fácil perceber que para calcular o perímetro basta medir o seu contorno. De modo geral, calcular o perímetro de uma figura consiste em somar os lados dessa figura. Como a circunferência não possui lados, calcular o seu perímetro equivale a calcular o comprimento do seu contorno.

Observe:



Vejamos alguns exemplos:

EXEMPLO 01:

Uma circunferência tem 10 cm de diâmetro, qual o seu comprimento? Use $\pi = 3{,}14$.

Resolução:

Observe que se a circunferência tem diâmetro igual a 10 cm, teremos que o raio equivale a $r = 5\ cm$. Como o cálculo do comprimento é dado pela fórmula $C = 2\pi r$ teremos que:

$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5\ cm$

$C = 31{,}4\ cm$

O comprimento da circunferência será dado por 31,4 cm

EXEMPLO 02:

Uma circunferência tem $28\pi\ cm$ de comprimento, qual é o diâmetro dessa circunferência?

Resolução:

Sabemos que o cálculo da circunferência é dado pela fórmula $C = 2\pi r$, temos então:

$C = 2\pi r$

$28\pi = 2\pi r$

$r = \frac{28\pi}{2\pi}$

$r = 14\ cm$

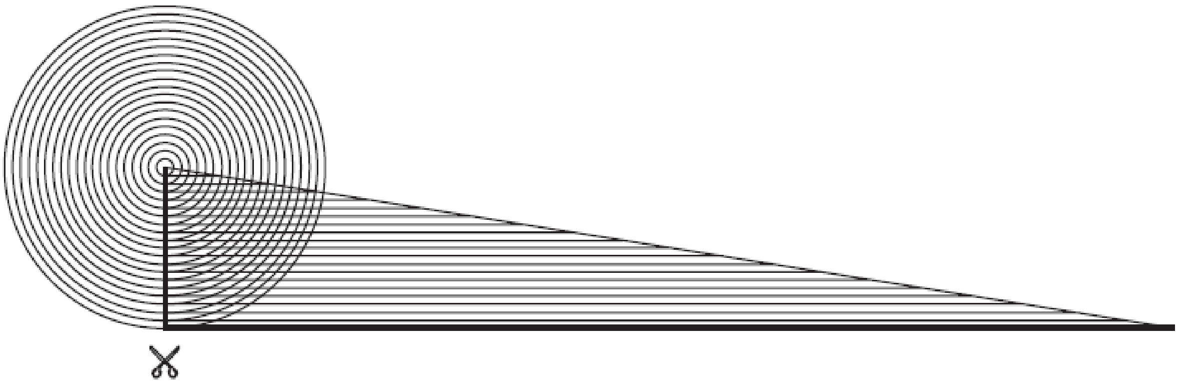
Como o diâmetro é igual a duas vezes o raio, ou seja, $D = 2r$, temos:

$D = 2 \cdot 14$

$D = 28\ cm$

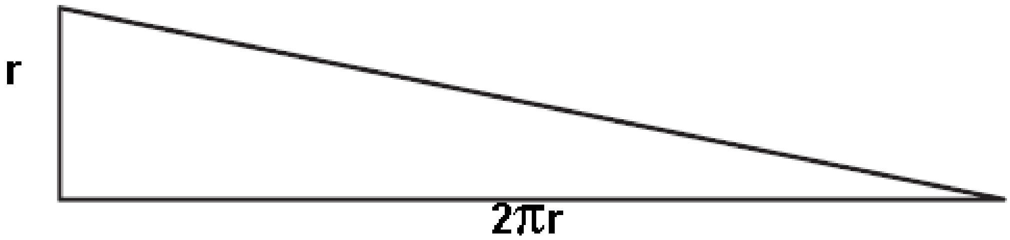
1.4 - A ÁREA DE UM CÍRCULO:

Imaginamos que o círculo seja formado por várias circunferências concêntricas. Depois, Imaginamos também que podemos cortar essas circunferências e esticá-las. A figura que obtemos, então, é um triângulo retângulo:



Nesse processo, quanto maior for o número de circunferências utilizado para completar o círculo, melhor será sua representação em um triângulo.

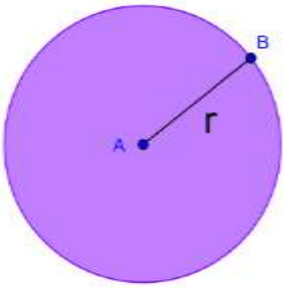
Observe o triângulo abaixo. Sua altura é igual ao raio do círculo e sua base mede $2\pi r$, isto é, o comprimento da maior circunferência, a fronteira do círculo.



Calculando a área do triângulo, temos:

$\frac{base \cdot altura}{2} = \frac{2\pi r \cdot r}{2} = \pi r^2$

O cálculo da área de um círculo é determinado por uma fórmula na qual se é obtido um valor numérico para a região interna de uma circunferência.



O cálculo da área será obtido através da fórmula: $A = \pi r^2$

EXEMPLO 01:

Uma circunferência tem 10 cm de raio, qual é a sua área?

Resolução:

Este cálculo é bem simples! Basta substituir o valor do raio na fórmula apresentada. Então, sabendo que o raio é 10 cm, teremos:

$A = \pi r^2$

$A = \pi 10^2$

$A = \pi \cdot 10 \cdot 10$

$A = 100\pi cm^2$

EXEMPLO 02:

Um círculo tem $225\pi cm^2$ de área, qual é o seu raio?

Resolução:

Sabendo que a área é calculada por $A = \pi r^2$, temos:

$225\pi = \pi r^2$

$r^2 = \frac{225\pi}{\pi}$

$r^2 = 225$

$r = \sqrt{225}$

$r = 15\ cm$

Logo o raio do círculo será 15 cm.

EXEMPLO 03:

Um círculo tem $400\pi cm^2$de área, qual é o diâmetro desse círculo?

Resolução:

Sabendo que a área é calculada por $A = \pi r^2$, temos:

$400\pi = \pi r^2$

$r^2 = \frac{400\pi}{\pi}$

$r^2 = 400$

$r = \sqrt{400}$

$r = 20\ cm$

Como o diâmetro é igual a duas vezes o raio, ou seja, $D = 2r$, temos:

$D = 2 \cdot 20$

$D = 40\ cm$

1.5 - ATIVIDADES

1) Diferencie círculo de circunferência.

2) Usando um compasso, desenhe uma circunferência com um raio de 5 cm.

3) Usando um compasso, desenhe uma circunferência com diâmetro de 10 cm.

4) Desenhe duas circunferências com o mesmo centro e com os raios medindo 4 cm e 6 cm. Qual delas tem o maior comprimento?

5) Numa bicicleta em que o raio da roda é de 26 cm, qual será, aproximadamente, o comprimento da circunferência da roda?

6) Medindo uma circunferência com fita métrica graduada obtivemos 62,8 cm de comprimento. Qual a medida do diâmetro dessa circunferência?

7) Complete a tabela abaixo:

$RAIO = r$	$DI\hat{A}METRO = d$	$COMPRIMENTO = 2\pi r$
2	4	$2 \cdot 3{,}14 \cdot 2 = 12{,}56$
1		
	5	
		18,84

8) Se uma circunferência tem 18,84 m de comprimento, qual o comprimento da semicircunferência dela obtida?

9) Agora imagine uma circunferência de 18,84 m de comprimento que foi dividida em 4 arcos do mesmo tamanho. Qual o comprimento de cada um dos arcos?

10) Numa circunferência de 1 cm de raio, quanto mede a maior corda que podemos desenhar?

11) Desenhe uma circunferência e divida-a em apenas dois arcos.

12) Calcule a área de um círculo:
   a) cujo raio mede 6 cm;
   b) cujo diâmetro mede 8 cm.

3. AVALIAÇÃO

Terá duas diferentes formas de avaliar os alunos: uma avaliação e uma pesquisa.

A pesquisa será individual e para casa. O aluno deverá dar exemplos de polígonos encontrados em figuras de artes, pinturas e esculturas. Nesse caso poderá aceitar qualquer que seja a representação trazida pelo aluno, desde que seja uma representação de polígonos.

A avaliação será feita de forma individual e os alunos terão 100 minutos, para desenvolver as competências e habilidades estudadas, sem consulta ao material de estudo.

A aplicação da avaliação e pesquisa tem a finalidade de verificar a construção do conhecimento e a aprendizagem efetiva e significativa por parte dos alunos, com as pertinentes mediações do professor.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Livros

Dante, Luiz Roberto. Projeto Teláris: Matemática. São Paulo: Ática, 2012.

Sites

RIO DE JANEIRO. Secretaria de estado de educação. Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada – 04 – 9º ano – 4º bimestre. Rio de Janeiro, 2006.
Disponível em http://www.conexaoprofessor.rj.gov.br, acesso em 03/02/2014.

CONEXÃO PROFESSOR: SAERJ/SAERJINHO – banco de itens
Disponível em http://www.saerjinho.caedufjf.net, acesso em 03/02/2014