



Observando e cantando e seguindo o padrão...

Dinâmica 2

2º Série | 2º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	Ensino Médio 2ª	Numérico Aritmético	Regularidades numéricas: sequências

DINÂMICA	Observando e cantando e seguindo o padrão...
HABILIDADE BÁSICA	H44 – Resolver problemas com números naturais envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão).
HABILIDADE PRINCIPAL	H41 – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números (padrões).
CURRÍCULO MÍNIMO	Identificar sequências numéricas, obter a expressão algébrica do seu termo geral e utilizar o conceito de sequência numérica para resolver problemas significativos.

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar Ideias	Sequência cantada...	30 a 40 min	Toda a turma	Individual
2	Um novo olhar...	Seguindo e estudando as sequências.	15 a 20 min	Em duplas com discussão coletiva	Individual
3	Fique por dentro!	Sou PA ou PG?	10 a 15 min	Em duplas com discussão coletiva	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise das respostas ao Quiz	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor, se tiver dúvidas.			

APRESENTAÇÃO

Caro professor,

Nesta dinâmica pretendemos apresentar aos alunos as progressões aritméticas e geométricas. Para isso, na etapa 1, a partir de uma revisão do cálculo mental das quatro operações, os alunos devem formar as progressões aritméticas e geométricas, ainda que não sejam remetidos, a princípio, a esses conceitos. Os termos das sequências são obtidos por uma adição/subtração ou multiplicação/divisão de um número dado. Na etapa 2 os alunos devem explorar características de crescimento, decréscimo e alternância das sequências construídas na etapa 1, bem como observar uma sequência e perceber alguma característica peculiar. Por fim, na etapa 3, ainda utilizando as sequências construídas na etapa 1, os alunos devem classificá-las em progressões aritméticas e geométricas. Como sempre, você terá possibilidade de fazer algumas escolhas entre usar mais ou menos tempo nas atividades aqui propostas ou enfatizar algum ponto que considere mais crucial para os seus alunos.

Bom trabalho!

PRIMEIRA ETAPA

COMPARTILHAR IDEIAS



ATIVIDADE • SEQUÊNCIA CANTADA

Objetivo

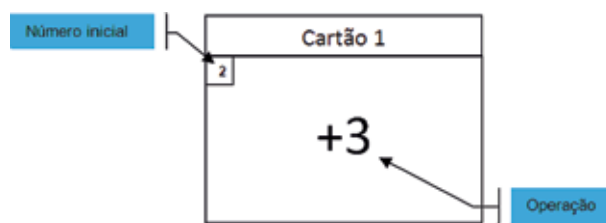
Revisar as quatro operações fundamentais a partir do cálculo mental.

Descrição da atividade

Nesta atividade convidamos os alunos a construírem sequências “cantando”. No material anexo há cartões que apresentam um número inicial (que é o primeiro termo da sequência) e a operação que deve ser usada para construção da sequência. Para formar as sequências:

- Convide um aluno para fazer anotações na lousa e forme uma semi-circunferência com todos os demais.
- Pegue o Cartão 1, leia em voz alta o número inicial e a regra de operação. Em seguida, entregue o cartão para o primeiro aluno, que deve dar o resultado da operação e repetir a regra para que o próximo aluno diga o resultado seguido da regra de operação e assim até formar os 10 termos da sequência.
- O aluno convidado para escrever na lousa deve anotar a Sequência 1.
- Faça isso com os 8 cartões.

Por exemplo, no Cartão 1



Você, professor, inicia cantando, “2 mais 3” (número inicial seguido da operação). Entregue o cartão ao primeiro aluno que deve dizer “5 mais 3” e passa o cartão para o colega que está imediatamente à direita que deve dizer “8 mais 3”. Essa ação deve ser repetida para o 11, 14, 17, 20, 23, 26 e 29, até que se atinja o 32.

Após a brincadeira os alunos devem anotar as sequências construídas no seu encarte.

Você e seus colegas montaram 8 sequências.

Registre essas sequências para utilizá-las nas próximas etapas.

Sequência 1: (2, __, __, __, __, __, __, __, __)

Sequência 2: (19, __, __, __, __, __, __, __, __)

Sequência 3: (2, __, __, __, __, __, __, __, __)

Sequência 4: (16, __, __, __, __, __, __, __, __, __)

Sequência 5: (0,5; __, __, __, __, __, __, __, __, __)

Sequência 6: (1,5; __, __, __, __, __, __, __, __, __)

Sequência 7: (3; __, __, __, __, __, __, __, __, __)

Sequência 8: (256; __, __, __, __, __, __, __, __, __)

Sequência 9: (2; __, __, __, __, __, __, __, __, __)

Resposta

Sequência 1: (2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32)

Sequência 2: (19, 23, 27, 31, 35, 39, 43, 47, 51, 55)

Sequência 3: (2, 6, 18, 54, 162, 486, 1458, 4374, 13122, 39366)

Sequência 4: (16, 12, 8, 4, 0, -4, -8, -12, -16, -20)

Sequência 5: (0,5; 1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; 128; 256)

Sequência 6: (1,5; 4; 6,5; 9; 11,5; 14; 16,5; 19; 21,5; 24)

Sequência 7: (3; -6; 12; -24; 48; -96; 192; -384; 768; -1536)

Sequência 8: (256; 128; 64; 32; 16; 8; 4; 2; 1; 0,5)



Recursos necessários:

- Encarte do aluno.
- Cartões disponíveis no Anexo.

Procedimentos Operacionais

- Solicite um voluntário para o registro das sequências na lousa. Você pode trocar o voluntário de acordo com os cartões ou manter o mesmo aluno durante toda a atividade.
- Organize a turma de modo que os demais alunos sentem-se lado a lado e que, ao mesmo tempo, todos visualizem as sequências no quadro.
- Os cartões devem ser recortados previamente.
- Optamos por montar sequências com 10 termos, verifique se na sua

turma esse número é adequado e altere caso necessário.



Intervenção Pedagógica

- *Professor, a atividade foi elaborada para trabalhar a formação de padrões numéricos por meio de uma atividade lúdica. A ideia é que os alunos possam retomar as quatro operações a partir do cálculo mental. Por esse motivo é interessante que você conduza a “cantoria” de forma que os alunos exponham como chegaram nos valores e, com isso, você possa verificar se eles estão calculando corretamente, sobretudo nas sequências 3 e 7, quando se deve determinar valores grandes e multiplicar por um fator negativo, respectivamente. É interessante também que quando surgirem erros as ações das operações sejam retomadas e não apenas os resultados corrigidos.*
- *Nas sequências 1, 2, 5, 6 e 8 acreditamos que eles não encontrem grandes dificuldades, apesar de nas sequências 5, 6, e 8 o campo numérico ter sido ampliado. Caso você perceba que eles têm alguma dificuldade na sequência 6, uma alternativa é a de pensar nessa conta no contexto do dinheiro, pois a adição nesse contexto é usualmente feita no cotidiano. As sequências 5 e 8 possuem duas contas com decimal, $0,5 \cdot 2$ e $1 \div 2$, respectivamente. As dificuldades, nesse caso, podem ser trabalhadas tanto no contexto do dinheiro, quanto na reta numérica, onde os alunos podem visualizar o que a operação significa.*
- *Na sequência 4, a subtração a partir do zero pode causar algum desconforto aos alunos que ainda não entendem o significado dos números negativos. Nesse caso você pode desenhar uma reta numerada e indicar essas subtrações, com “pulos”, por exemplo, como feito na dinâmica 1.*



SEGUNDA ETAPA UM NOVO OLHAR ...

ATIVIDADE • SEGUINDO E ESTUDANDO AS SEQUÊNCIAS.

Objetivo



Observar o comportamento de sequências numéricas.

Descrição da atividade

Professor, nessa etapa os alunos devem fazer observações sobre o comportamento das sequências obtidas no item anterior. Primeiro, devem classificá-las como crescentes, decrescentes ou alternadas, para depois identificá-las de acordo com algumas características. Observe a proposta.

Você registrou as sequências de 1 a 8 na etapa anterior. Para responder às perguntas você deve consultá-las.

1. Dentre as sequências que você construiu, existem algumas nas quais os termos crescem sempre, ou seja, cada termo, a partir do segundo, é maior do que o anterior. Essas sequências são chamadas de **crescentes**. Discuta com seus colegas e cheguem a um acordo sobre quais sequências apresentam tal característica.

Resposta

Sequências 1, 2, 3, 5 e 6.



2. Quando os termos diminuem de acordo com a posição, ou seja, cada termo, a partir do segundo, é menor do que o anterior, chamamos a sequência de **decrescente**. Discuta com seus colegas e cheguem a um acordo sobre quais sequências apresentam tal característica.

Resposta

Sequências 4 e 8.



3. Ainda existem sequências cujos termos ora são positivos, ora negativos, ou seja, dois termos consecutivos quaisquer têm sinais opostos, e, por isso, são chamadas de **alternadas**. Discuta com seus colegas e cheguem a um acordo sobre qual sequência apresenta tal característica.

Resposta

Sequência 7.



4. De acordo com as afirmações a seguir, identifique, dentre as sequências de 1 a 8, qual atende à característica citada.
- a. Os termos são formados pela adição de um número negativo.

Resposta

Sequência 4.



- b. Os termos são formados pela multiplicação por um número negativo.

Resposta

Sequência 7.



- c. Apresenta os termos crescendo mais rapidamente que todas as outras.

Resposta

Sequência 3.



- d. Apresenta os termos formados pela adição de um número decimal.

Resposta

Sequência 6.



Recursos necessários:

- Encarte de aluno.

Professor, organize a turma em duplas.



Intervenções pedagógicas

- *Professor, nesta etapa os alunos são redirecionados às sequências que foram construídas na etapa anterior para identificarem algumas características que elas apresentam. Pelo comportamento de cada uma, devem classificá-las como crescentes, decrescentes ou alternadas. Acreditamos que essa não seja uma tarefa difícil para os alunos, porque a ideia de crescimento e decrescimento é algo que os alunos provavelmente já vivenciaram, por exemplo, no estudo de funções.*
- *Dentre os comportamentos que pretendemos que os alunos observem, talvez o de sequências alternadas seja o único que o aluno não tenha tido experiências anteriores. Fique atento às possíveis dúvidas que possam surgir. Ainda sobre as sequências alternadas, perceba se os alunos conhecem esse termo, ou alternantes ou oscilantes; é interessante que você use o mesmo termo usado pelo professor regente da turma de seus alunos. Se isso não for possível, fale aos alunos que alguns autores usam o termo diferente, contudo, eles sempre se referem à característica de alternância do sinal dos termos da sequência.*
- *É importante comentar que todas as sequências criadas na etapa anterior se encaixam em uma das três classificações, crescentes, decrescentes ou alternadas. No entanto, existem sequências que não se enquadram nessa classificação. Dê alguns exemplos, como a sequência $(-4, 1, 5, 4, -1, -5, -4, 1, 5, 4, -1, -5, \dots)$, ou ainda, $(3, 3, 3, 3, 3, 3, 3)$, que é uma sequência constante.*
- *Você também pode comentar que existem sequências que, por sua vez, não podem ser criadas como na etapa 1, ou seja, a partir da soma, subtração, multiplicação ou divisão de um determinado valor. Um exemplo interessante é o da sequência crescente dos oito primeiros algarismos naturais que começam pela letra d $(2, 10, 12, 16, 17, 18, 19, 200)$, ou a sequência de Fibonacci, ou a PA de segunda ordem $(2, 6, 12, 20, 30, 42, 56, 72, \dots)$, cujas diferenças entre os termos consecutivos formam uma PA.*
- *No item 2, esperamos que os alunos observem as sequências e percebam como elas se formam. Na verdade, esperamos que eles percebam nas sequências exatamente o que está escrito nos cartões da etapa anterior. O objetivo agora é que eles identifiquem as características observando as sequências exclusivamente, e não os cartões. Caso eles se lembrem dos cartões, o que diverge do objetivo desta*

etapa, anote algumas sequências no quadro e faça perguntas como as que são sugeridas neste item.



TERCEIRA ETAPA

FIQUE POR DENTRO!

ATIVIDADE • SOU PA OU PG?

Objetivo

Distinguir PA de PG.

Descrição da atividade

Professor, nessa etapa os alunos devem retomar as sequências da etapa 1 para distinguir PA de PG.

Vamos analisar novamente as sequências de 1 a 8 trabalhadas na etapa 1.

1. Considere a sequência 1. Como podemos obter um determinado termo conhecendo o anterior? Isso vale sempre?

Resposta

Somando 3 ao termo anterior. Esse processo vale para encontrar qualquer termo.



2. Considere agora a sequência 3. Como podemos obter um determinado termo conhecendo o anterior? Isso vale sempre?

Resposta

Multiplicando 3 ao termo anterior. Esse processo vale para encontrar qualquer termo.



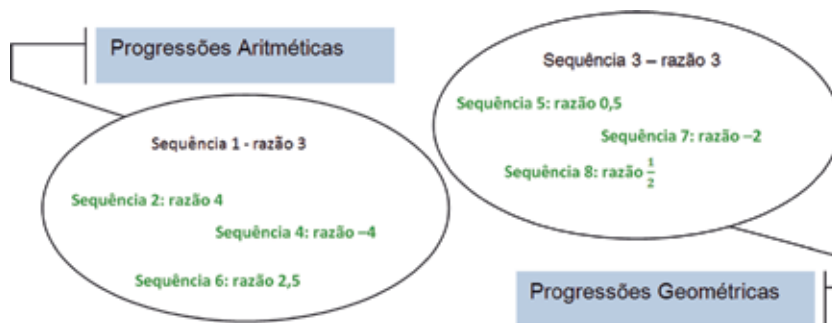
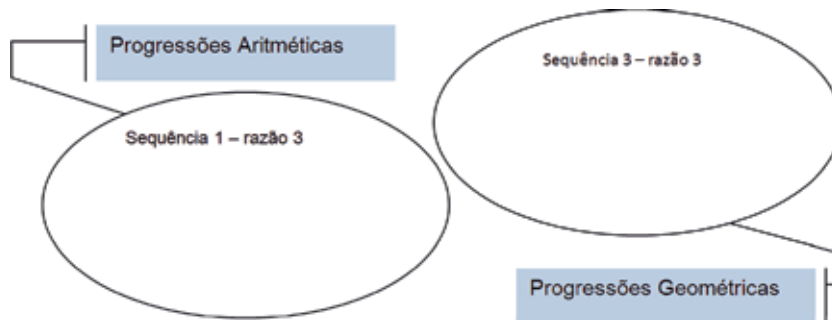
3. Sabendo que sequências como a 1 são chamadas de **Progressões Aritméticas (PA)** e as como a 3, **Progressões Geométricas (PG)**, explique com suas palavras o que você entende por PA e o que você entende por PG.

Espera-se que os alunos percebam que em uma PA geramos o termo seguinte pela adição de um mesmo valor, enquanto na PG por uma multiplicação.



4. Tanto a PA quanto a PG possuem um número “especial”, aquele associado à relação entre dois termos consecutivos. Apesar de serem obtidos de maneira diferente na PA e na PG, em ambos os casos esse número é chamado de **razão**.

Complete o diagrama, classificando as sequências de 1 a 8 como PA ou PG. Identifique também a razão.



Recursos Necessários:

- Encarte do aluno.

Professor, continue com a turma organizada em duplas.



Intervenção Pedagógica

- Os itens 1 e 2 têm como objetivo que os alunos percebam a característica aditiva e multiplicativa da PA e da PG, respectivamente. Caso os alunos encontrem dificuldades você pode indicar na lousa algumas adições e multiplicações para que eles continuem o processo.

$$\begin{array}{cccccc} +3 & +3 & +3 & +3 & +3 \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ (2, & 5, & 8, & 11, & 14, & 17, & 20, & 23, \dots) \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} \times 3 & \times 3 & \times 3 & \times 3 & \times 3 \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ (2, & 6, & 18, & 54, & 162, & 486, & 1458, & 4374, \dots) \end{array}$$

- Após compreenderem as ideias aditiva e multiplicativa da PA e da PG, respectivamente acreditamos que os alunos expressem essas características no item 3. É importante, que você, professor, explore as respostas dos alunos e chame a atenção para os termos “aritmética” e “geométrica”.
- Quando estiverem separando as sequências no item 4, alguns alunos podem pensar que as sequências 4 e 8 não sejam PA e PG, respectivamente. Nesse caso, lembre a eles que diminuir 4 é o mesmo que somar -4 e que dividir por 2 é o mesmo que multiplicar por $\frac{1}{2}$.
- Ainda no item 4 pode ser conveniente introduzir a notação de razão na PA e na PG.



QUARTA ETAPA

Quiz

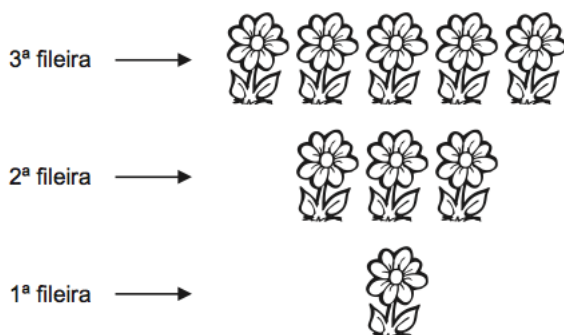


SAERJINHO 2012 – CADERNO C1105 – 2o BIMESTRE –
ADAPTADA.

Questão 45

M110011D3

Vera fez um canteiro plantando mudas de flores em fileiras. Começou com uma muda e aumentou uma quantidade constante de mudas de flores de uma fileira para a outra conforme o desenho abaixo. Na última fileira, Vera plantou 13 mudas de flores.



A quantidade de fileiras desse canteiro é

- A) 3
- B) 5
- C) 7
- D) 9
- E) 13

Professor

QUINTA ETAPA

ANÁLISE DAS RESPOSTAS AO QUIZ



Resposta

1ª fileira: 1 flor

2ª fileira: 3 flores – 2 flores a mais que a 1ª fileira

3ª fileira: 5 flores – 2 flores a mais que a 2ª fileira

Repare que temos sempre a 1ª flor com um acréscimo de duas flores a cada nova fileira. Assim,

2ª fileira: $1 + 2$

3ª fileira: $1 + 2 + 2$

Como $13 = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$



Logo, a resposta correta é a letra (c)

Possíveis Erros

O aluno pode optar pelos itens (a) ou (d) quando observam apenas o desenho contando o número de filas (3) e o número de flores (9), respectivamente.

O item (e) pode ser assinalado caso os alunos confundam a quantidade de fileiras com a quantidade de flores.

Outro erro que pode ser cometido é o aluno achar que o primeiro termo é 5, nesse caso, ele substitui na fórmula por 5 e obtém $n = 5$.



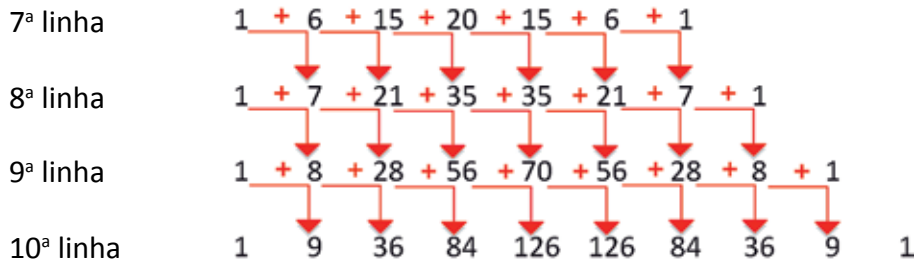
ETAPA FLEX: PARA SABER +

Você já ouviu falar sobre o Triângulo de Pascal? Trata-se de números dispostos em forma triangular, de tal maneira que cada linha possui um elemento a mais que a linha acima e começa e termina pelo número 1.

1						
1	1					
1	2	1				
1	3	3	1			
1	4	6	4	1		
1	5	10	10	5	1	
1	6	15	20	15	6	1

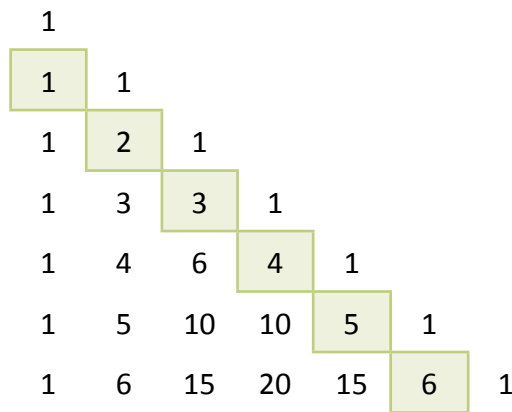
Triângulo de Pascal com 7 linhas

O Triângulo de Pascal tem uma propriedade interessante que permite obter uma linha a partir da anterior.

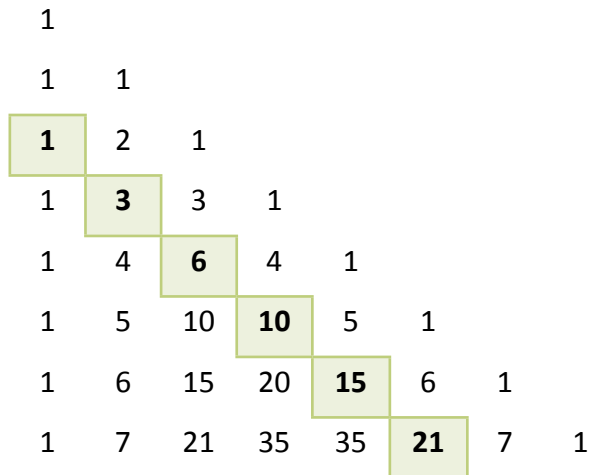


Observando o Triângulo de Pascal, é possível perceber diversos padrões.

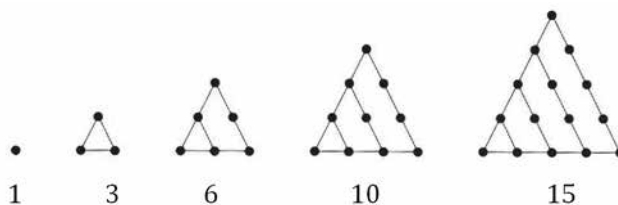
1. A sequência dos números naturais, que é uma PA cujo primeiro termo é 1 e a razão também é 1.



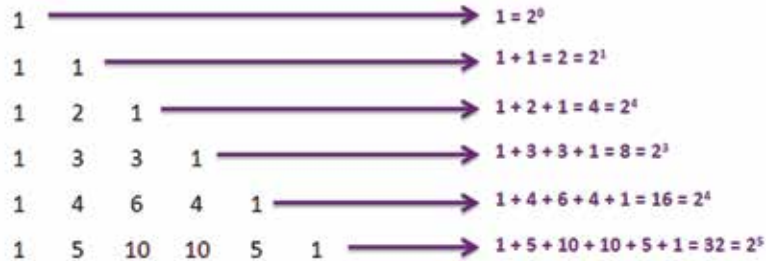
2. A sequência dos números Triangulares



A sequência (1, 3, 6, 10, 15, 21, ...) é denominada sequência dos números triangulares, porque seus elementos podem ser organizados em formato triangular.



3. A sequência das potências de 2, obtida a partir da soma dos elementos de cada linha.



Você pode descobrir muitos outros padrões, basta você se dispor a descobrir, buscar relações e encadear seu raciocínio.... Está disposto a encarar esse desafio?

ETAPA FLEX: AGORA, É COM VOCÊ!

1. Raquel inventou uma máquina com 4 teclas: ♣, ♦, ♥, e ♠. As funções das teclas são as seguintes:
 - ♣ - multiplica por 2.
 - ♦ - divide por 2.
 - ♥ - soma 2.
 - ♠ - diminui 2.
- a. Se Raquel digitar o número 5 e apertar a tecla ♥ 10 vezes, que número encontrará?

Resposta

Ao apertar a tecla ♥ 10 vezes, Rachel somará 20 ao número 5, encontrando 25.



- b. Se ela digitar o número 10 e apertar a tecla ♦ 5 vezes, que número encontrará?

Resposta

Ao digitar o número 10 e apertar a tecla ♦ a primeira vez, Raquel encontrará 5, da segunda vez encontrará 2,5, da terceira, 1,25, da quarta, 0,625 e, por fim, 0,3125.



- c. Raquel digitou um número diferente de zero e apertou as teclas da seguinte forma:



Para, a partir do número que Raquel encontrou, Carlos voltar ao número que ela digitou inicialmente, ele deve apertar as teclas seguindo qual ordem?

- I. ♥♦♠♠♣
- II. ♠♣♥♥♥♦
- III. ♣♣♦♦♥♥
- IV. ♣♣♥♥♦♦

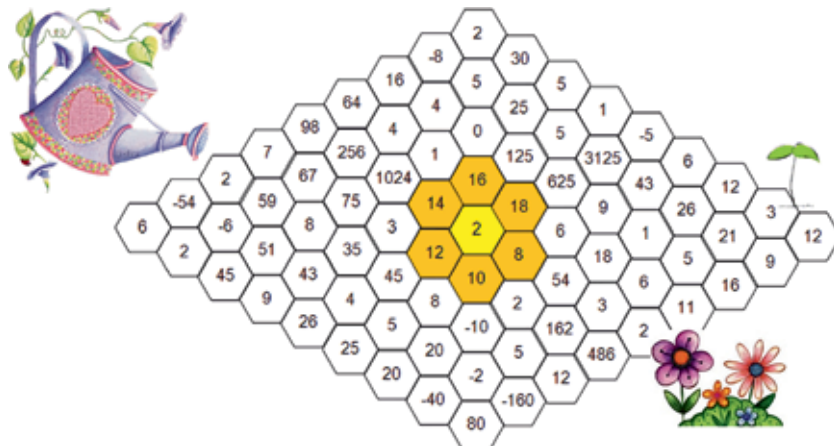
Resposta

A sequência digitada por Carlos é a do item (I), pois mostra as operações inversas na ordem contrária àquela em que foram realizadas por Raquel.

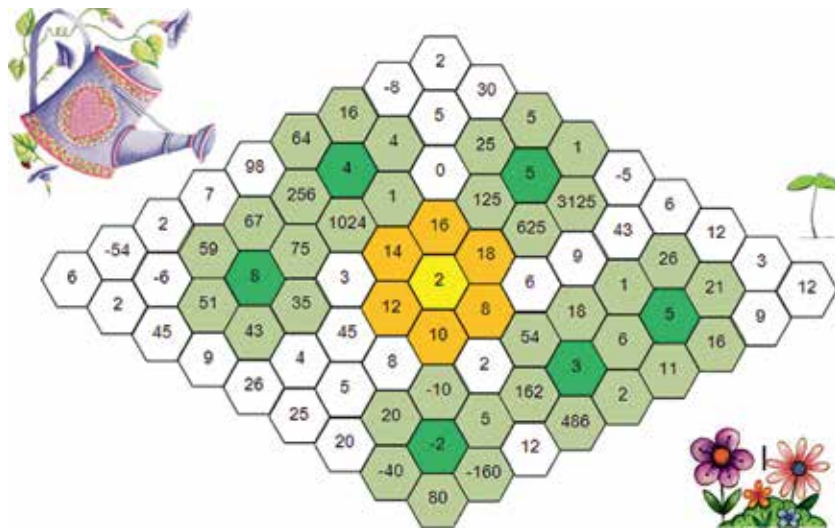


2. Na estrutura abaixo estão escondidas seis sequências. Três são progressões aritméticas e três são progressões geométricas. Elas formam uma flor conforme o exemplo. Seu miolo representa a razão da sequência, e as pétalas são a sequência, algumas podem ser lidas no sentido horário e outras no sentido contrário.

No exemplo temos uma progressão aritmética de razão igual a 2 e cujo primeiro termo é igual a 8. Essa sequência é lida no sentido horário. Encontre as demais.



Resposta



Cartão 1

2
$+3$

Cartão 2

19
$+4$

Cartão 3

2
$\times 3$

Cartão 4

16
-4

Cartão 5

0,5
$\times 2$

Cartão 6

1,5
$+2,5$

Anexo I

Cartão 7
3
$\times (-2)$

Cartão 8
256
$\div 2$

Anexo I

