Projetos SEEDUC
Formação Continuada

Geometria Espacial

Matemática
2ª Série do ensino médio
1º Bimestre

Plano de Trabalho 2
Professora**: Viviane de Almeida Ramos**
Tutor**: Claudio Rocha de Jesus**
Grupo: 6

Introdução

O estudo da *Geometria Espacial* tem a característica de não ser bem visto pelos alunos. Ocorre na maioria das vezes uma dificuldade em interpretar as questões e conseqüentemente decidir por qual fórmula utilizar.

De acordo com esta realidade, este plano de trabalho visa inserir o conteúdo Geometria Espacial de forma simplificada, dando opções para que o aluno analise as situações-problemas e encontre a melhor maneira de solução.

Como o assunto exige operações com potenciação e radiciação faz-se necessário reforçar tais conteúdos para que os alunos realizem as atividades propostas.

Desenvolvimento

As atividades serão desenvolvidas na Escola Estadual João Coelho da Silva, 2ª série do ensino médio, na turma 2001.

➢ *1ª aula*

- Tempo Previsto: 100 minutos

- Pré requisitos: Nenhum

- Objetivo: apresentar a possibilidade de conjugar saberes artísticos e matemáticos e preparar uma introdução para o trabalho com geometria espacial.

- Materiais necessários: Folha A4, cartolina, tesoura, lápis de cor,régua, computador e Data Show.

- Organização da turma: dupla

Metodologia

✓ *Apresentar para os alunos através do data show, a seguinte situação:*

- Apresentação de vídeo geometria colorida, disponibilizado no site

http://www.blogdaemme.com/estilo/geometria-colorida/

- Após a exibição do vídeo, discutir com a turma as formas geométricas que aparecem não apenas nas roupas da modelo, mas em todo o cenário.

✓ *Apresentar para os alunos através do datashow, a seguinte situação:*

- Poema de Niemeyer

POEMA DA CURVA

Não é o ângulo reto que me atrai,

Nem a linha reta, dura, inflexível criada pelo o homem.

O que me atrai é a curva livre e sensual.

A curva que encontro no curso sinuoso dos nossos rios,

nas nuvens do céu,

no corpo da mulher preferida.

De curvas é feito todo o universo,

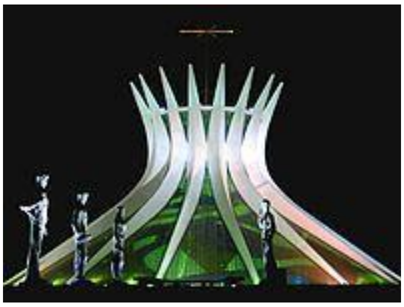
O universo curvo de Einstein.

A geometria se faz presente também na arquitetura. E quando falamos dela, não podemos deixar de citar o grande mestre Oscar Niemeyer.

- ✓ *Exibição no Data Show de* Slide Show com fotos disponível em

http://g1.globo.com/pop-arte/fotos/2012/12/fotos-obras-de-oscar-niemeyer.html.


Palácio da Alvorada




Catedral de Brasília *Congresso Nacional*


Museu de Artes Contemporânea Museu de Niemeyer

- Qual a característica principal presente nas obras de Niemeyer?
- Você consegue enxergar nessas obras formas parecida com as que temos na natureza? Quais?
- Pense em objetos criados pelo homem onde a natureza possa ter sido uma fonte de inspiração.
- Converse com seus colegas e faça uma lista com esses objetos.

- Confecção de cartaz com as fotos acima e alguns trabalhos feito pelos alunos.

➢ *2ª aula*

- Tempo Previsto: 100 minutos

- Assunto: Introdução à Geometria Espacial

- Pré requisitos: Ponto, reta e plano.

- Objetivo: Trabalhar as relações entre duas retas, reta e plano e entre dois planos.

- Materiais necessários: Folha de atividades, computador com o programa geometria dinâmica Geogebra instalado.

- Organização da turma: dupla

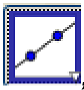
Metodologia

✓ *Apresentar para os alunos através do computador e datashow, a seguinte situação:*

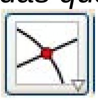
- software de geometria dinâmica Geogebra, que pode ser baixado gratuitamente no link http://www.geogebra.org/cms/pt_BR.

Folha de Atividades 1.

1) Abra o Geogebra, programa de Geometria Dinâmica. Aparecerá uma tela com os eixos x e y traçados e algumas linhas tracejadas em cinza. Vá ao menu Exibir e desmarque as opções Eixos e Malha.

2) Com a ferramenta Reta definida por dois pontos *, trace duas retas quaisquer.*

3) Elas se interceptam em algum ponto, ou seja, elas se cruzam em algum lugar? Converse com seu colega.

4) Se você estiver com dúvidas quanto à resposta para o item anterior, clique na ferramenta Interseção de Dois Objetos  *, que fica na segunda janela da esquerda para a direita, e selecione as retas que você traçou. Observe se na Janela de Álgebra há algo novo em Objetos Dependentes. E então, as retas se interceptam ou não?*

Dizemos que duas retas r e s quaisquer são concorrentes (ou secantes) se e somente se elas são coplanares e possuem apenas um ponto em comum.

Consideramos coplanares duas retas, quando existe um plano que as contém.

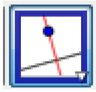
5) Selecione uma das retas já traçadas e delete-a, assim como seus pontos. Com a ferramenta *Reta Paralela*, que fica na quarta janela da esquerda para a direita, trace

uma reta paralela à reta que restou na tela. Elas se interceptam em algum ponto? Se for o caso, utilize a ferramenta *Interseção entre Dois Objetos*.

Dizemos que duas retas quaisquer r e s são paralelas se e somente se elas são coplanares e não possuem pontos em comum.

6) As arrastamos uma das retas e colocá-la exatamente sobre a outra reta, quantos pontos teremos em comum?

Podemos dizer que duas retas r e s são coincidentes se correspondem ao mesmo conjunto de pontos.

7) Escolha uma das retas traçadas, e usando a ferramenta Reta Perpendicular *, trace uma reta perpendicular. Podemos afirmar que a reta perpendicular e as paralelas são concorrentes? Discuta com seu colega.*

8) Vamos medir o ângulo formado pelas retas paralelas e a reta perpendicular? Na oitava janela, marque a opção Ângulo. Uma dica: clique primeiro em uma das paralelas e depois na perpendicular! Que ângulo é formado pelas retas paralelas e a reta perpendicular?

Você sabia que se duas retas concorrentes r e s formam um ângulo reto, dizemos que elas são perpendiculares entre si?

9) Abra o arquivo "CubonoGeoGebra.ggb" disponibilizado pelo seu professor. Você pode aumentar o cubo, arrastando o seletor Lado = 3, ou até mesmo rotacioná-lo. Para isso, basta mover o vetor os pontos E ou F no vetor u.

10) Agora, observe os segmentos de reta que formam o cubo e responda:
a) Quais são paralelos?
b) Quais são concorrentes?
c) Quais são perpendiculares?

11) E o que podemos afirmar quanto aos segmentos de reta AB e B´C´? Eles se enquadram em alguma das posições estudadas anteriormente?

12) Considere os pontos A e B e o plano ABB´A´. Estes dois pontos pertencem ao plano ABB´A´? Então, podemos afirmar que o segmento de reta AB está contido neste plano?

13) Se tomarmos o segmento de reta CD, podemos dizer que ele intercepta o plano α em algum ponto? Que tal discutir com seu colega?

14) O segmento BC intercepta o plano α em algum ponto? Onde?

Observe o cubo no Geogebra e responda:
a) Quais planos são paralelos ao plano ABB´A´?
b) Quais planos são concorrentes ou secantes ao plano ABB´A´?
c) Existe algum plano coincidente?

- *Para casa: atividades no livro didático*

➢ *3ª aula*

-Habilidade: Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

- Tempo Previsto: 100 minutos

- Assunto: Introdução à Geometria Espacial.

- Pré requisitos: Conceitos primitivos (ponto, reta e plano).

- Objetivo: Identificar e relacionar poliedros e corpos redondos com suas planificações.

- Materiais necessários: Folha de atividades,lápis, tesoura,cola e cartolina.

- Organização da turma: dupla

Metodologia

✓ *Apresentar para os alunos a seguinte situação:*

Folha de Atividades 2.

1) Recorte, monte e cole as figuras que seu professor disponibilizou.

2) Você conhece o nome de algum dos sólidos construídos pelo seu grupo? Tente completar a tabela abaixo, associando a planificação do sólido com o nome dele:

Planificação	*Nome do Sólido*
-	

OBS: colocar figuras

3) Observe o cone e o cilindro. O que diferencia estes sólidos dos demais? Será que podemos dividir os sólidos em dois grupos?

4) Você conhece a esfera? Que objetos do dia a dia você pode citar para representá-la? Ela pode ser considerada um corpo redondo?

5) Observe os poliedros e complete a tabela a seguir.

Nome do poliedro	*Nome dos polígonos que compõem os poliedros*	*Quantidade de polígonos que compõe o poliedro*
Tetraedro	*Triângulos*	*4*
Hexaedro ou cubo		
Octaedro		
Dodecaedro		
Icosaedro		
Prisma de base triangular		
Prisma de base pentagonal		
Pirâmide de base quadrada	*Quadrado e triângulo*	*1 quadrado e 4 triângulos*
Pirâmide de base pentagonal		

6) Vamos analisar os cinco primeiros poliedros que aparecem na tabela (tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro). Quantos tipos diferentes de polígonos compõe cada um deles? Esses polígonos são regulares?

7) E quanto aos demais poliedros, quantos tipos diferentes de polígonos compõe cada um deles?

Você sabia que os cinco primeiros poliedros da tabela (tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro) são conhecidos como Poliedros de Platão?
Esses poliedros regulares e convexos são assim chamados por terem sido estudados pelo filósofo Platão por volta do século VI antes de Cristo, que os associou aos elementos da natureza.
Tetraedro: fogo Hexaedro (cubo): terra Octaedro: ar Icosaedro: água Dodecaedro: universo

i. Vamos analisar os prismas construídos por seu grupo. Existe alguma característica que pode ser destacada neste tipo de poliedro? Qual?

ii. E quanto as pirâmides, que características elas possuem que podemos destacar?

➢ 4ª aula

-Habilidade: Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

- Tempo Previsto: 100 minutos

- Assunto: Introdução à Geometria Espacial.

- Pré requisitos: Poliedros regulares.

- Objetivo: Apresentar os poliedros e suas características.

- Materiais necessários: Folha de atividades, lápis e borracha .

- Organização da turma: dupla

Metodologia

✓ *Apresentar para os alunos folha de atividade:*

Relação de Euler

O matemático suíço Leonhard Euler (1707-1783) descobriu uma importante relação entre o número de vértices (**V**), o número de arestas (**A**) e o número de faces (**F**) de um poliedro convexo.

Observe estes exemplos:

Cubo	Tetraedro	Dodecaedro	Prisma de base pentagonal	Pirâmide de base quadrangular	Tronco de pirâmide de base retangular
F = 6	F = 4	F = 12	F = 7	F = 5	F = 6
V = 8	V = 4	V = 20	V = 10	V = 5	V = 8
A = 12	A = 6	A = 30	A = 15	A = 8	A = 12

Observe que, para cada um dos poliedros, o número de arestas é exatamente 2 unidades menos do que a soma do número de faces com o número de vértices.

Essa relação pode ser escrita assim:

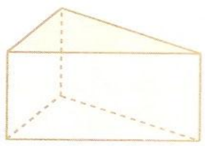
$$V - A + F = 2 \quad \text{(relação de Euler)}$$

Para refletir

No cubo, temos: $8 - 12 + 6 = 2$. Escreva a relação de Euler para os outros poliedros acima.

O valor 2 dessa expressão é uma característica de todos os poliedros convexos.

Note a relação de Euler em mais um poliedro convexo:



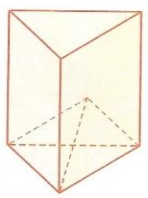
V = 6
F = 5
A = 9

$$V - A + F = 2$$
$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$
$$6 - 9 + 5 = 2$$

Observações:

1ª) Em alguns poliedros (não em todos) não convexos vale também a relação de Euler.

Examine um exemplo dessa afirmação no poliedro não convexo abaixo:



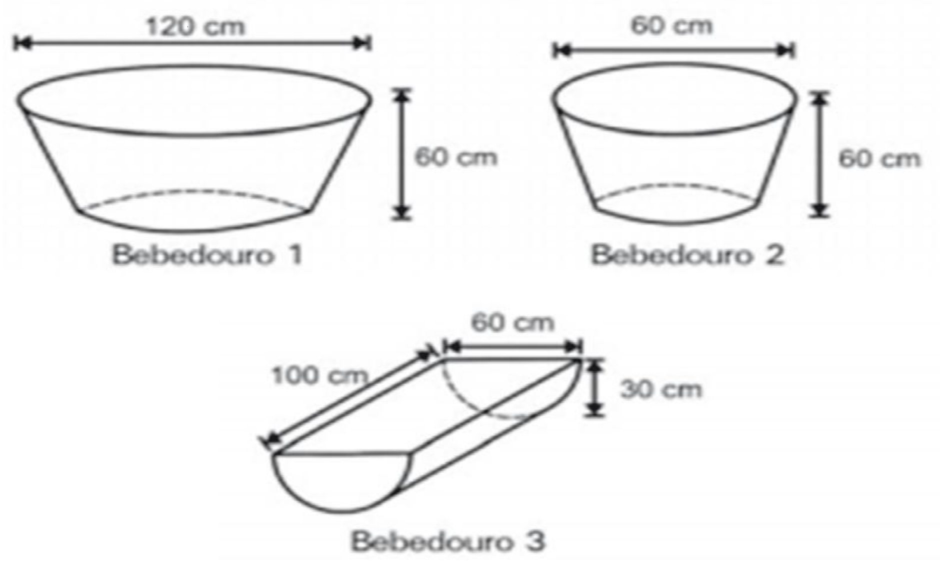
V = 7
F = 7
A = 12

$$V - A + F = 2$$
$$7 - 12 + 7 = 2$$

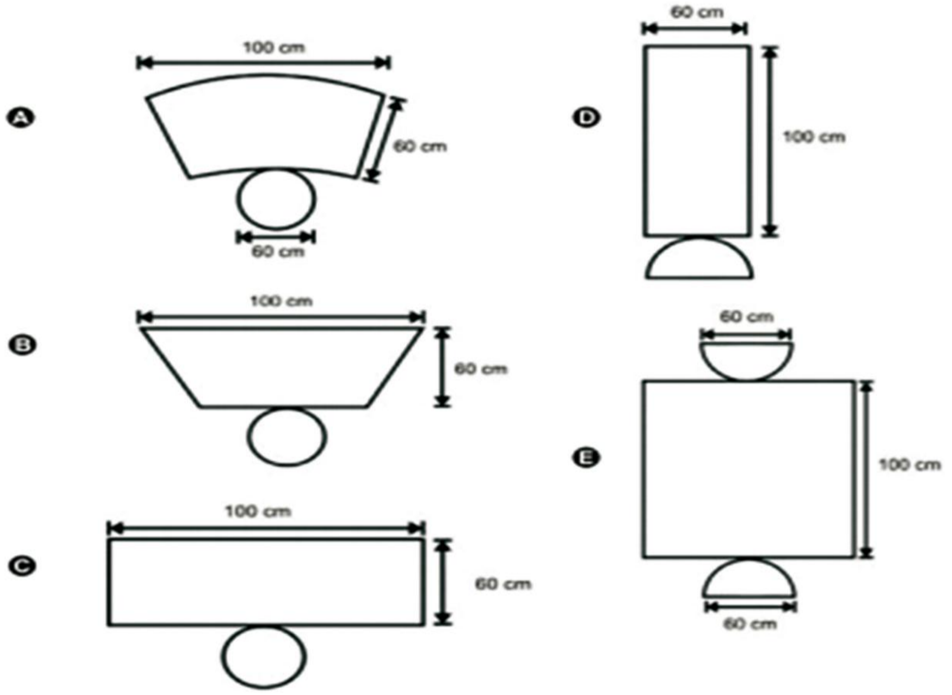
Exercícios

1) ENEM 2010

Alguns testes de preferência por bebedouros de água foram realizados com bovinos, envolvendo três tipos de bebedouros, de formatos e tamanhos diferentes. Os bebedouros 1 e 2 têm a forma de um tronco de cone circular reto, de altura igual a 60 cm, e diâmetro da base superior igual a 120 cm e 60 cm, respectivamente. O bebedouro 3 é um semicilindro, com 30 cm de altura, 100 cm de comprimento e 60 cm de largura. Os três recipientes estão ilustrados na figura.



Considerando que nenhum dos recipientes tenha tampa, qual das figuras a seguir representa uma planificação para o bebedouro 3?



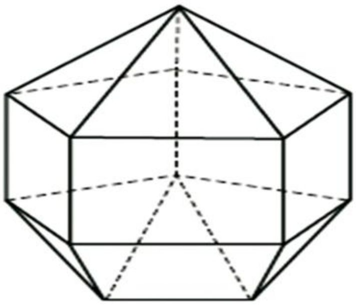
2-Um poliedro convexo tem 3 faces pentagonais e algumas faces triangulares. Qual o número de faces desse poliedro, sabendo que o número de arestas é o quádruplo do número de faces triangulares.

2) Observando a figura e simplesmente contando, determine o nº de faces, o nº de arestas e o nº de vértices do poliedro convexo.

____ faces

____ arestas

____ vértices



Avaliação

A avaliação foi realizada no decorrer das aulas, visto que havia um grande número de exercícios e uma parte deles foi objeto de avaliação.

A prova do SAERJINHO também servirá como instrumento de avaliação para este conteúdo uma vez que consta na matriz de referência para o 1º bimestre.

Referências Bibliográficas

- ROTEIROS DE ACAO –Introdução à Geometria Espacial – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 1º bimestre/2013.

- MATEMÁTICA, Contexto e Aplicações, 2º ano/Luiz Roberto DANTE – 2ª edição – São Paulo: Editora Ática, 2000.