**FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ**
**COLÉGIO:** Colégio Estadual Dr. Phillippe Uébe
**PROFESSOR: José Alves Novaes Júnior**
**MATRÍCULA: 0009282740**
**SÉRIE: 1° ano**
**TUTOR : EMILIO RUBEM BATISTA JUNIOR**

**Tarefa 1:**
**Plano de Trabalho sobre Funções Quadráticas**

## I-Introdução:

As minhas turmas não possuem livro, o livro didático disponível na escola não é suficiente para todos os alunos, resolvo o problema tirando fotocópia (quando o tempo permite), mesmo assim montei um material a partir de vários livros.

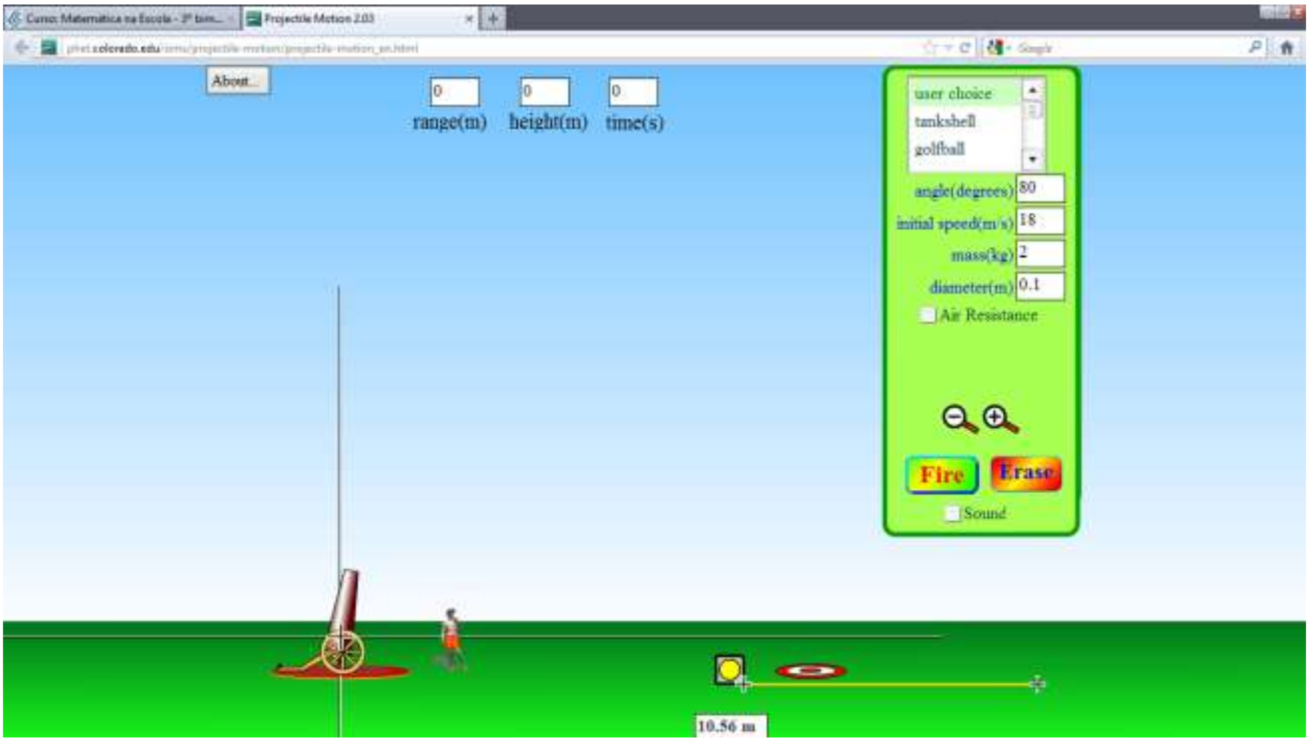
Nesse material busquei trabalhar a contextualização e o desenvolvimento da interpretação das situações problemas, além da fixação dos cálculos através de vários exercícios.

Apresento a definição da função quadrática sempre após mostrar que ela vem da necessidade de resolução de alguma situação-problema.

## II-Desenvolvimento:

**Primeira aula:** Duração prevista 100 minutos. Será necessário o projetor multimídia e notebook na sala de aula. Uso de calculadora.
Descritores: H57 - Resolver problemas envolvendo equações do 2º grau.

Pretendo iniciar minha aula sobre função quadrática com a visualização dos vídeos: http://www.youtube.com/watch?v=14aA9_85Wdo e http://www.youtube.com/watch?v=v2LO2zqXTFw , leitura de um pequeno texto introdutório, e o uso do simulador: http://phet.colorado.edu/sims/projectile-motion/projectile-motion_en.html , para analisarmos as variáveis que estão presentes no lançamento de um projétil.



No simulador, os alunos podem modificar a massa e diâmetro dos projéteis, sua velocidade inicial, o ângulo de lançamento e até mesmo o efeito da resistência do ar. Além disso, é possível brincar de atingir o alvo marcado no chão. Para tirar o máximo de proveito dessa atividade o professor deve realizar perguntas aos alunos no que diz respeito às alterações nas variáveis, como por exemplo, pedir que eles variem apenas a massa do projétil e que observem o que acontece com o tempo e a distância. É importante estimular os alunos a estabelecerem e anotarem as relações percebidas e por fim, desafiá-los com relação a função quadrática que relaciona a distância do lançamento com o quadrado da variável tempo.

## FUNÇÃO DO 2º- GRAU

Se gosta de esportes, provavelmente você deve se lembrar do saque "Jornada nas Estrelas". Neste saque, o jogador dá um impulso inicial à bola de baixo para cima, fazendo com que esta atinja cerca de 15 m de altura, caindo diretamente no campo adversário. A trajetória percorrida pela bola é uma curva denominada parábola. Algebricamente, essa curva representa uma função do 2º grau.

Em cerca de 2000 a.C., matemáticos babilônios já resolviam algumas equações do 2º grau. Nessa época, utilizavam regras ou figuras nas resoluções, já que não faziam uso de letras simbolizando números e, conseqüentemente, não tinham fórmulas.

Foi o matemático hindu Bhaskara que encontrou a resolução da equação do 2º grau sem recorrer a figuras; mas somente no século XVI, quando o matemático francês François Viète começou a usar letras simbolizando coeficientes e incógnitas, a fórmula de Bhaskara adquiriu o formato que conhecemos hoje.

A partir do conceito que os alunos já possuem sobre função, estudada no 1º bimestre e de uma situação-problema, deduzir como chegar à lei que representa uma função quadrática. Propor a resolução da seguinte situação:

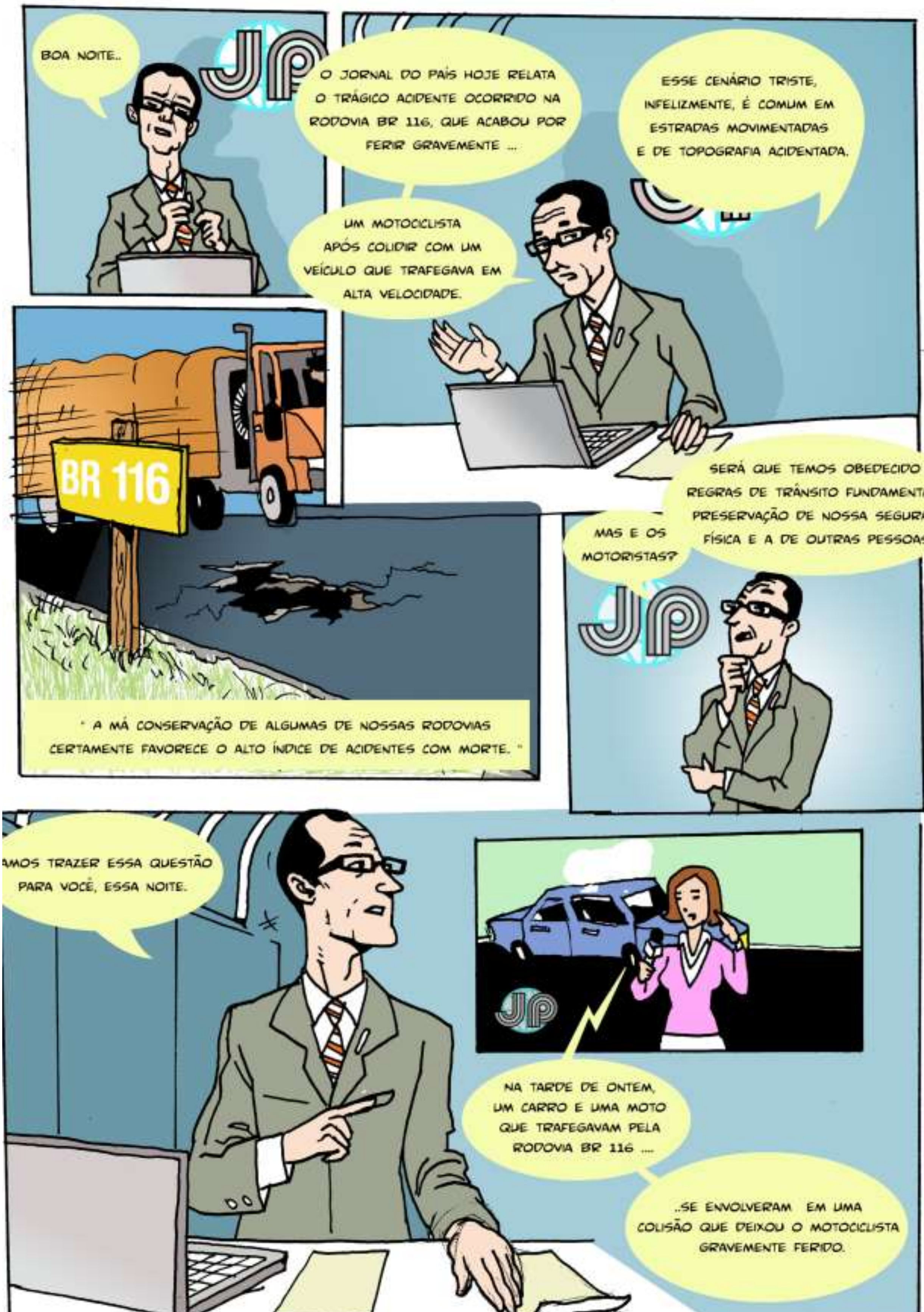
***Para o casamento de Vera e Edu, um grupo de amigos escolheu um presente de R$ 300,00, o valor a ser dividido igualmente entre eles. Porém, depois da compra, três deles decidiram dar presente separados. Dessa forma, a despesa teve que ser dividida entre os demais, resultando em um gasto adicional de R$ 5,00 para cada um. Quantas pessoas eram inicialmente?***

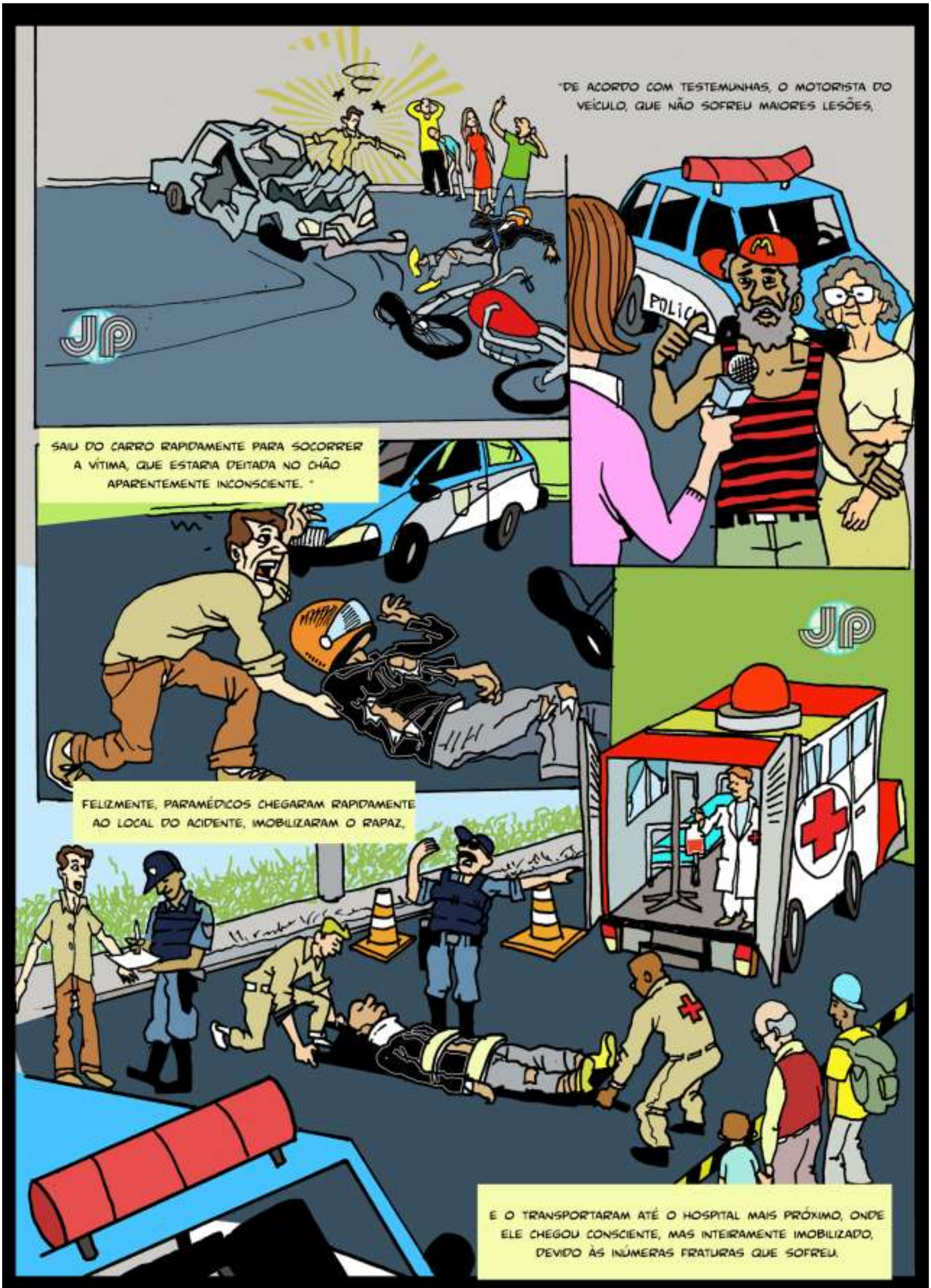
**Segunda aula:** Duração prevista de 100 min. Será necessário folha de atividades e calculadora.
Descritores: H57 - Resolver problema envolvendo equação do 2º grau.
H62 - Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial do 2º grau e identificar uma equação do 2º grau que expressa um problema.

Usarei a atividade do Roteiro de Ação 1. Com os alunos em pequenos grupos, colocarei a história em quadrinhos em slides, onde faremos a leitura e discussão do assunto abordado.

Resolução da folha com as questões propostas no roteiro 1, que será fornecida aos alunos.

Após essas conclusões espero que o aluno perceba a forma como uma função quadrática se apresenta e então exponho a definição.


BOA NOITE..
O JORNAL DO PAÍS HOJE RELATA O TRÁGICO ACIDENTE OCORRIDO NA RODOVIA BR 116, QUE ACABOU POR FERIR GRAVEMENTE ...
UM MOTOCICLISTA APÓS COLIDIR COM UM VEÍCULO QUE TRAFEGAVA EM ALTA VELOCIDADE.
ESSE CENÁRIO TRISTE, INFELIZMENTE, É COMUM EM ESTRADAS MOVIMENTADAS E DE TOPOGRAFIA ACIDENTADA.
BR 116
" A MÁ CONSERVAÇÃO DE ALGUMAS DE NOSSAS RODOVIAS CERTAMENTE FAVORECE O ALTO ÍNDICE DE ACIDENTES COM MORTE. "
MAS E OS MOTORISTAS?
SERÁ QUE TEMOS OBEDECIDO A REGRAS DE TRÂNSITO FUNDAMENTAIS À PRESERVAÇÃO DE NOSSA SEGURANÇA FÍSICA E A DE OUTRAS PESSOAS?
AMOS TRAZER ESSA QUESTÃO PARA VOCÊ, ESSA NOITE.
NA TARDE DE ONTEM, UM CARRO E UMA MOTO QUE TRAFEGAVAM PELA RODOVIA BR 116 ....
..SE ENVOLVERAM EM UMA COLISÃO QUE DEIXOU O MOTOCICLISTA GRAVEMENTE FERIDO.


"DE ACORDO COM TESTEMUNHAS, O MOTORISTA DO VEÍCULO, QUE NÃO SOFREU MAIORES LESÕES,
POLICIA
SAIU DO CARRO RAPIDAMENTE PARA SOCORRER A VÍTIMA, QUE ESTARIA DEITADA NO CHÃO APARENTEMENTE INCONSCIENTE."
FELIZMENTE, PARAMÉDICOS CHEGARAM RAPIDAMENTE AO LOCAL DO ACIDENTE, IMOBILIZARAM O RAPAZ,
E O TRANSPORTARAM ATÉ O HOSPITAL MAIS PRÓXIMO, ONDE ELE CHEGOU CONSCIENTE, MAS INTEIRAMENTE IMOBILIZADO, DEVIDO ÀS INÚMERAS FRATURAS QUE SOFREU.


QUEM FOI O RESPONSÁVEL POR ESSE ACIDENTE QUE PODE TER CONSEQÜÊNCIAS GRAVÍSSIMAS PARA O MOTOCICLISTA?
TERIA HAVIDO IMPRUDÊNCIA NA DIREÇÃO, DA PARTE DE ALGUM DOS CONDUTORES?
O MOTORISTA DO CARRO, ÚNICO ENTREVISTADO ATÉ AGORA, ALEGA QUE NÃO ESTAVA EM ALTA VELOCIDADE,
JP
CONTRARIANDO DECLARAÇÃO DE TESTEMUNHAS DE QUE O VEÍCULO POR ELE CONDUZIDO ENCONTRAVA-SE EM VELOCIDADE ACIMA DA MÁXIMA PERMITIDA PARA O LOCAL, QUE É DE 40KM/H.
40
POLICIAIS PERMANECERAM NO LOCAL ATÉ O ANOITECER,
..... RETORNANDO NA PARTE DA MANHÃ, COM O INTUITO DE COLHER EVIDÊNCIAS E VOLTAR A CONVERSAR COM TESTEMUNHAS PARA RECONSTITUIR O ACIDENTE DE COLISÃO.
FORAM REALIZADOS REGISTROS FOTOGRÁFICOS,
MEDIDAS DAS MARCAS DE PNEUS DEIXADAS SOBRE A RODOVIA,
BEM COMO ENTREVISTAS COM MORADORES LOCAIS.
SEGUNDO O RELATÓRIO DO PERITO, COMO O COMPRIMENTO DAS MARCAS DOS PNEUS NA PISTA GERADAS PELO SÚBITO PISAR DE FREIOS DO MOTORISTA MEDIA CERCA DE 64M, ENTÃO A VELOCIDADE DO VEÍCULO NÃO PODIA SER INFERIOR A 80KM/H. O MOTORISTA SERÁ INDICIADO POR LESÃO CORPORAL GRAVÍSSIMA.
ESSA É UMA OPORTUNIDADE PARA DUPLICARMOS NOSSA ATENÇÃO AO VOLANTE E REPENSARMOS AS CONSEQÜÊNCIAS DE NOSSA CONDUTA.....
...NO QUE SE REFERE À NOSSA SEGURANÇA FÍSICA E À DE OUTRAS PESSOAS.
BOA NOITE A TODOS E ATÉ AMANHÃ.

**folha com as questões propostas no roteiro 1:**

a. Se o veículo estivesse na velocidade indicada pelo motorista, qual deveria ser o comprimento aproximado das marcas dos pneus no asfalto? Discuta com seus colegas, explicitando seu raciocínio.

b. Na tabela abaixo encontram-se os valores estimados para as distâncias percorridas (em metros) por um veículo de passeio após o acionamento dos freios e até a sua completa parada, e associados às velocidades (em quilômetros por hora) do veículo no momento em que o motorista aciona os freios. Observe-a.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| velocidades (em quilômetros por hora) | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 |
| distâncias percorridas (em metros) | 16 | 36 | 64 | 100 | 144 |

Compare os valores da tabela com a resposta dada no item anterior. Ela está certa? Por quê?

c. Existe alguma relação entre a resposta dada no item (a) e o valor indicado na tabela do item (b)? Qual é essa relação?

d. Observe na tabela as distâncias associadas às velocidades de 40 km/h e 80 km/h. Qual a relação entre esses valores?
Essa relação está ligada de alguma forma ao fato de que 40 é a metade de 80?
E com as distâncias associadas às velocidades de 60km/h e 120km/h, existe alguma relação?
Essa relação é igual ou diferente da relação existente entre 40km/h e 80km/h?

e. Agora, compare as distâncias associadas às velocidades de 40km/h e 120km/h. O que você observa?

f. Supondo que a tabela e a proporção utilizada nela estejam corretas, você seria capaz de estimar a distância associada a uma velocidade de 200km/h? Qual é essa distância?

g. As velocidades de 40km/h e 60km/h relacionam-se de maneira que 60 é uma vez e meia maior que 40. Considerando esse fato, determine a relação entre as distâncias percorridas para essas velocidades.

h. Faça o mesmo para as velocidades de 80km/h e 100km/h.

i. Você saberia fazer o mesmo considerando, agora, as velocidades de 40km/h e 70km/h? Tente! Troque ideias com seus colegas e discuta a estratégia usada para a resolução.

j. Agora que você já deve ter percebido que a distância percorrida após o acionar dos freios pelo motorista e a velocidade do veículo neste momento se relacionam, escreva uma fórmula para este problema. Para tanto, considere uma velocidade v qualquer, em km/h, maior que 40km/h e determine a distância d de frenagem que está associada a ela a partir da distância associada a 40km/h.

k. Use a fórmula que você encontrou para completar essa tabela, verificando as distâncias percorridas após o acionar dos freios quando o veículo está a uma velocidade de 50, 70 e 90 km/h, completando a tabela abaixo:

| **velocidades** | **distâncias percorridas** |
|---|---|
| 40 | **16** |
| 50 | |
| 60 | **36** |
| 70 | |
| 80 | **64** |
| 90 | |
| 100 | **100** |
| 110 | |
| 120 | **144** |

**Definição:**

Chama-se função do 2º grau ou função quadrática, de domínio R e contradomínio R, a função

$$\mathbf{f(x)} = \mathbf{ax^2 + bx + c},$$

onde a, b e c são números reais e $a \neq 0$.

a é o coeficiente de $x^2$

b é o coeficiente de x

c é o termo independente

Chama-se função completa aquela em que a, b e c não são nulos, e função incompleta aquela em que b ou c são nulos.

Resolução de problemas do tipo:
(Unifap) Segundo afirmam os fisiologistas, o número N de batimentos cardíacos por minutos, para um indivíduo sadio e em repouso, varia em função da temperatura ambiente T, em graus Celsius, e é dado pela função: $N(T) = (0,1)T^2 - 4T + 90$.

a) A que temperatura o número de batimentos cardíacos por minuto de uma pessoa sadia e em repouso será 90? Resposta:40ºC
b) Se uma pessoa sadia estiver dormindo em um quarto refrigerado de 20ºC, qual será o número de seus batimentos cardíacos por minuto? Resposta: 50

**Terceira aula:** Duração prevista de 100 minutos. Uso de folha de atividades.
Descritores: H62 - Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial do 2º grau.
H66 - Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.

Analogamente à função do 1º grau, para encontrar as raízes da função quadrática, devemos igualar f(x) a zero. Teremos então: $ax^2 + bx + c = 0$
Explico que a expressão obtida recai numa equação do 2º grau, e que sua resolução é exatamente encontrar o valores de x que fazem f(x) ter valor zero, ou seja resolver a equação.
Para a resolução usarei a forma canônica, e para isso utilizarei as atividades do roteiro 4 e o inicio do roteiro 5 ( tabela de cálculos usando a forma canônica).

Resolução de exercícios do tipo: Determinar as raízes da função $f(x) = x^2 + 4x + 3$, usando a forma canônica.
Resposta: x = -1 ou x = -3

**Quarta aula**: Duração aproximada de 100 minutos. Será necessário projetor multimídia, notebook e folha de atividade.
Descritores: H62 - Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial do 2º grau e reconhecer o gráfico de uma função a partir de sua lei de formação.

Com os alunos em grupos pequenos e utilizando o software Winplot, os alunos digitarão as funções do 2º grau criadas por eles e visualizarão os seus respectivos gráficos, relatar o nome que esse tipo de curva recebe: **parábola**. A partir dessa visualização faremos questionamentos sobre o comportamento da curva e seus pontos de intersecção com os eixos Ox e Oy, além de destacar o significado geométrico das raízes da função já estudadas.
Nesse momento seriam usadas as atividades proposta no roteiro 3 para fazer a relação da concavidade e o sinal do coeficiente **a** e a relação do coeficiente **c** com a intersecção da parábola com eixo y. Observar no gráfico que a parábola atinge pontos máximos e mínimos.

**Quinta aula:** Duração aproximada de 100 minutos. Material necessário: folha de atividades.
Descritores: H57-Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.

Nessa aula começaremos a construir no papel o esboço do gráfico que representa a função quadrática. Durante a observação dos gráficos da função quadrática percebermos que a concavidade da parábola muda o seu comportamento, pois possui um ponto de máximo ou de mínimo, esse ponto é o vértice da parábola. Deverá ser observado que esse ponto é o local por onde passa o eixo de simetria da parábola. Podemos determinar as coordenadas do vértice da função, usando a fórmula para o cálculo do $X_v$. Para determinação do $Y_v$, faremos o cálculo de $F(X_v)$.

$$\mathbf{V = ( X_v, Y_v )}$$

$$\mathbf{X_v = -b/2a}$$

Exemplo: $f(x) = x^2 - 6x + 5$

$X_v = 6/2$
$X_v = 3$, fazendo $f(3) = 3^2 – 6.3 + 5 = - 4$, com isso: $V = (3, - 4)$
Após saber resolver esses cálculos, relacioná-los ao ponto máximo e mínimo de uma função, usando resolução de problemas do tipo:

Sabe-se que, sob certo ângulo de lançamento, a altura h atingida por uma pedra, em metros, em função do tempo t, em décimos de segundos, é dada por $h(t) = - t^2/60 + t$.

a) Qual é a altura máxima atingida por pela pedra em relação ao plano horizontal de onde ela foi lançada?
b) Em quanto tempo, após o lançamento, a pedra atinge sua altura máxima?
c) Em quanto tempo, após o lançamento a pedra atinge o solo, suposto no mesmo plano horizontal de onde ela foi lançada?

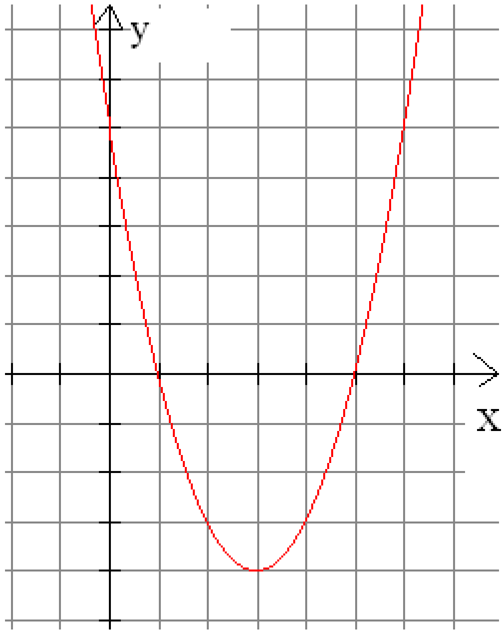
**Sexta aula:** Duração aproximada de 100 minutos. Usaremos folha de atividades, papel quadriculado e calculadora.
Descritores: H62 - Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial do 2º grau e reconhecer o gráfico de uma função a partir de sua lei de formação.

Nessa aula começaremos a construir no papel o esboço do gráfico que representa a função quadrática. Identificando o seu conjunto domínio e conjunto imagem. Para isso usaremos papel quadriculado, que facilitará as marcações.

Para a construção do gráfico costumo determinar em primeiro lugar com meus alunos as coordenadas do vértice, pois com essa informação e sabendo se a concavidade é voltada para cima ou para baixo, já saberei se a função irá ter uma raiz real, duas raízes reais ou nenhuma raiz real.

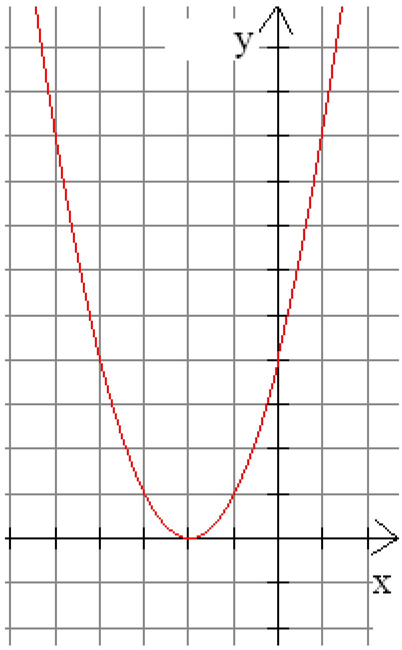
Coloco os três casos:
1º: Dada a função: $f(x) = x^2 – 6x + 5$, esboçar seu gráfico.

Calculando o vértice obtenho: $V=(3, -4)$, como possui c. v. c. sei que a parábola terá duas raízes reais. Então o próximo passo é calcular essas raízes.
Calculando as raízes obtenho: $x_1= 1$ e $x_2 = 5$
Traçamos o esboço do gráfico:




2º: Dada a função: $F(x) = x^2 + 4x + 4$ , esboçar seu gráfico.

Calculando o vértice obtenho: V = ( - 2, 0 ), sendo c. v. c., a parábola terá apenas uma raiz real que será o próprio vértice. Nesse caso peço ao aluno para escolher um valor de x a direita do $X_v$ e outro valor a esquerda do $X_v$. Escolhendo x= -4 e x = 1.
Fazemos: f( -4) = 4 e f(1) = 9 e marcamos no gráfico.




O mesmo processo é seguido no caso da função que não possui raízes reais.Ressaltando em cada uma delas os pontos de intersecção da parábola com os eixos.

Resolução de problemas do tipo:
Certo dia numa praia a temperatura atingiu o seu valor máximo as 14horas. Suponha nesse dia a temperatura f(t) em graus era uma função do tempo t, medido em horas, dada por $f(t) = - t^2 + bt – 160$, quando $8 \leq t \leq 20$. Obtenha:

a) o valor de b;
b) a temperatura máxima atingida nesse dia;
c) o gráfico de f.

**Sétima aula:** Duração de 100 minutos. Uso de folha de atividades.

Nessa aula e na próxima serão feitos vários exercícios de fixação que trabalhem os vários assuntos que abordamos.

**III- Avaliação**.

Os alunos estarão sendo avaliados durante o processo de desenvolvimento das atividades, na construção de cada conceito. Após isso será realizada uma atividade avaliativa.

**IV- Referências:**

DANTE, L. R. **Matemática:** contexto e aplicações**.** São Paulo: Ática, 2010, v.2

GIOVANNI, J. R. & BONJORNO, J. R. **Matemática completa.** 2. ed. renov. São Paulo: FTD, 2005, v.1

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D. et al. **Matemática:** ciência e aplicações. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010, v.1, 304 p.

XAVIER, Claudio & BARRETO, Benigno. **Matemática aula por aula.** 2. ed. São Paulo: FDT, 2005, v.1

Abaixo está a folha de atividades para fixação dos conteúdos.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Valor: | COLÉGIO ESTADUAL DR. PHILLIPPE UÉBE | | Nota Obtida |
| Série: | **Atividades - 3º BIMESTRE** | | |
| Turma: | DISCIPLINA: Matemática | Prof. José Alves. | |
| Aluno: | | Nº | Data: |

1) Dada a função $f(x) = x^2 - 5x + 6$, calcule:

a) $f(1) =$

b) $f(-1) =$

c) $f(2) =$

d) $f\left(\frac{1}{2}\right) =$

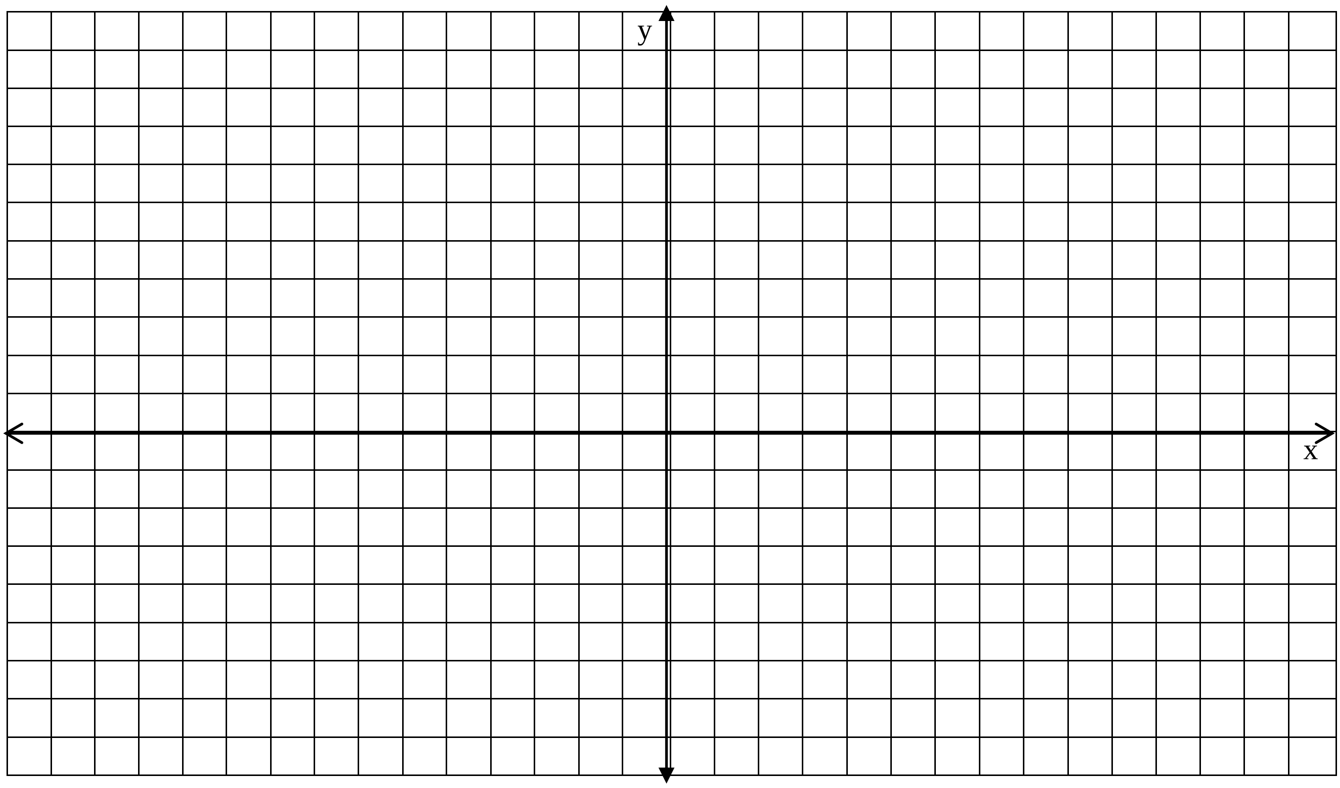
2) Esboçar o gráfico da função $y = x^2 - 4x + 3$, determinando:

a) as raízes;

b) as coordenadas do vértice;

c) a classificação de $y_v$ (valor mínimo ou valor máximo da função);

d) intersecção da curva com o eixo y



3) Uma empresa produz um determinado produto com o custo definido pela seguinte função C(x) = $x^2 - 80x + 3000$. Considerando o custo C em reais e x a quantidade de unidades produzidas, marque a opção abaixo que determina a quantidade de unidades para que o custo seja mínimo e o valor desse custo mínimo.

a)Para que o custo seja mínimo, a empresa deverá produzir somente 40 unidades do produto e o valor do custo mínimo é de R$ 1 400,00.

b)Para que o custo seja mínimo, a empresa deverá produzir somente 80 unidades do produto e o valor do custo mínimo é de R$ 2 800,00.

c)Para que o custo seja mínimo, a empresa deverá produzir somente 40 unidades do produto e o valor do custo mínimo é de R$ 2 800,00.

d)Para que o custo seja mínimo, a empresa deverá produzir somente 1 400 unidades do produto e o valor do custo mínimo é de R$ 40,00.

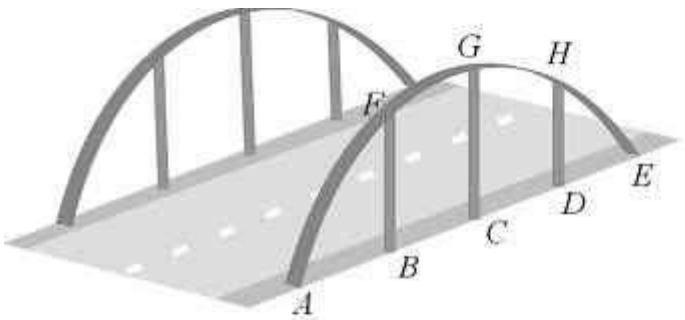
4) Determine o conjunto imagem das seguintes funções quadráticas:

a) $y = x^2 - 2x - 8$

b) $y = x^2 - 4x - 4$

5) Encontre a condição para o parâmetro m, de modo que a função $y = (4m - 16)x^2 + 2x - 1$ seja quadrática.

6) A figura abaixo ilustra uma ponte suspensa por estruturas metálicas em forma de arco de parábola.




Os pontos A, B, C, D e E estão no mesmo nível da estrada e a distância entre quaisquer dois consecutivos é 25m. Sabendo-se que os elementos de sustentação são todos perpendiculares ao plano da estrada e que a altura do elemento central CG é 20m, a altura de DH é:

(A) 17,5m
(B) 15,0m
(C) 12,5m
(D) 10,0m
(E) 7,5m

Obs.: Planejamento foi feito para três semanas de aula, contando com as atividades avaliativas.