FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA.
FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ.

Colégio: COLÉGIO ESTADUAL D. JOÃO VI – QUEIMADOS/RJ.

Cursista: CINTIA AZEVEDO DOS SANTOS.

Série: 1º ANO – ENSINO MÉDIO.

Tutora: LÍGIA VITÓRIA DE AZEVEDO TELLES.

Tema: PLANO DE TRABALHO I – FUNÇÃO DO 2º GRAU.

1. INTRODUÇÃO:

O objetivo deste plano de trabalho é permitir que os alunos percebam as diversas aplicações no cotidiano das funções do 2º grau e paralelamente despertar o interesse do aluno por questões e conteúdos relacionados a manipulações algébricas, a interdisciplinaridade e a história da matemática.

No que diz respeito a manipulações algébricas, a importância reside no fato do educando poder trabalhar a matemática de modo conceitual, entendendo que a matemática está regida por regras.

Entretanto, isso não significa que o aprendizado ficará restrito à pura abstração, posto que a aplicação e a efetivação dessas regras são encontradas no nosso cotidiano, na nossa realidade concreta, como também elas (as regras) fazem parte do arcabouço de outras ciências. Por isso, com essa abordagem, consequentemente haverá uma postura interdisciplinar.

Além disso, através da interação dos conhecimentos matemáticos tanto com outras ciências como também com o mundo concreto, poder-se-á desenvolver nos alunos a compreensão do desenvolvimento da matemática ao longo do tempo, que a matemática não é uma ciência que nasceu pronta e acabada – ela possui uma *história*.

2. DESENVOLVIMENTO:

ATIVIDADE 1:

Habilidade relacionada: Reconhecer funções do 2º grau, forma algébrica e gráfica.

Tempo de duração: 100 minutos.

Pré-requisito: Plano cartesiano.

Recursos educacionais: Livro didático, quadro branco, caneta para quadro branco e papel quadriculado.

Organização da turma: Individual.

Objetivo: Compreender o conceito de função do 2º grau.

Metodologia:

Permitir que os alunos percebam que a funções do 2º grau possuem diversas aplicações no cotidiano, principalmente em situações relacionadas à Física, envolvendo movimento variável, lançamento oblíquo etc.; à Biologia, estudando o processo de fotossíntese das plantas; na Administração e Contabilidade, relacionando as funções custo, receita e lucro; e na Engenharia Civil, mostrando o conceito nas diversas construções.

Introduzir um exemplo do livro didático como ponto de partida para a compreensão do conceito de função do 2º grau.

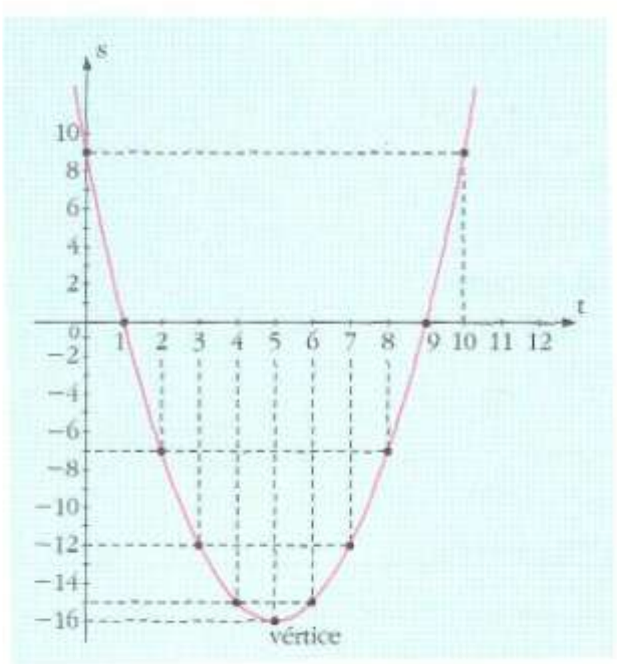
É chamado *queda livre o* movimento na vertical que os corpos, soltos a partir do repouso, sofrem pela ação da gravidade, desprezando-se a resistência do ar. Um paraquedista, conhecendo seu tempo de queda livre – isto é, do momento em que salta da aeronave até o momento em que abre o paraquedas –, pode determinar a distância que percorreu por meio de uma função. A distancie percorrida Δs (em metro) pelo paraquedista em queda livre, depois de um intervalo de tempo *t* (medido em segundo a partir do zero), pode ser modelada pela função $\Delta s(t) = \frac{1}{2}gt^2$. A constante g corresponde à aceleração da gravidade que, nas proximidades da superfície da Terra, mede cerca de 9,8 m/s^2. Assim: $\Delta s(t) = 4{,}9t^2$.

Essa sentença é um exemplo de lei de formação de uma função quadrática.

O exemplo a seguir mostra-nos uma aplicação de função quadrática. E o aluno deverá trabalhar essa função em papel quadriculado. Enunciado do exemplo: um móvel descreve uma trajetória obedecendo à função horária $s = 9 - 10t + t^2$, em que *s* é dado em metros e *t* em segundos.

Construindo uma tabela para desenhar o gráfico em papel quadriculado, temos:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
s	9	0	-7	-12	-15	-16	-15	-12	-7	0	9	...



Em seguida, por exposição do professor no quadro, será introduzido o conceito formal de função do 2º grau, a determinação dos coeficientes e a observação geométrica das raízes, vértice, concavidade e intersecção com o eixo 0y.

ATIVIDADE 2:

Habilidade relacionada: Determinar as raízes de uma função quadrática.

Tempo de duração: 50 minutos.

Pré-requisito: Fatoração de polinômios.

Recursos educacionais: Livro didático, quadro branco, caneta para quadro branco e televisão.

Organização da turma: Individual.

Objetivos: Compreender o conceito de raiz de uma função quadrática e seus usos.

Metodologia:

Introduzir o tema com o vídeo *Esse tal de Bhaskara*, extraído da Midiateca.

A apresentação da fórmula de Bhaskara levando o aluno a obtê-la junta à exposição no quadro pelo professor.

Para resolver a equação $ax^2 + bx + c = 0$ usa-se o conhecido artifício de complementar o quadrado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 - b^2 + 4ac = 0$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

$$\text{Chamando } \Delta = b^2 - 4ac$$

Chegando com os alunos a $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, através de manipulação algébrica.

Visando a compreensão e fixação do tema, serão propostos os exercícios abaixo; cada aluno recebe uma folha contendo as questões a serem resolvidas.

(1) Determinar os zeros das funções quadráticas:

(a) $y = -x^2 + 2x + 3$

(b) $y = x^2 - 2x + 1$

(c) $y = -x^2 + x + 1$

Será observado na questão (a) descriminante $\Delta > 0$ e que as raízes são números reais e desiguais.

Será observado na questão (b) descriminante $\Delta = 0$ e que são números reais e iguais.

Será observado na questão (c) descriminante $\Delta < 0$ e que não existem raízes reais.

ATIVIDADE 3:

Habilidade relacionada: Determinar o vértice da parábola.

Tempo de duração: 150 minutos.

Pré-requisito: Plano cartesiano, simetria.

Recursos educacionais: Livro didático, quadro branco, caneta para quadro branco, papel quadriculado e régua.

Organização da turma: Dupla.

Objetivo: Compreender, através do conceito de simetria, a ideia do vértice da parábola.

Metodologia:

Introduziremos a clássica fórmula do vértice da parábola através da noção de simetria e das raízes, buscando a participação dos alunos na dedução da fórmula.

x_v (abscissa do vértice), por conter o eixo de simetria da parábola, é o ponto médio de x_1 e x_2 (zeros da função). Então

$$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}}{2}$$

$$x_v = \frac{\frac{-b+\sqrt{\Delta}-b-\sqrt{\Delta}}{2a}}{2} = \frac{\frac{-2b}{2a}}{2} = \frac{-b}{2a}$$

A obtenção de y_v é feita substituindo $x_v = \frac{-b}{2a}$ na expressão da função

$$y_v = a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\left(\frac{-b}{2a}\right) + c$$

$$y_v = \frac{ab^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$y_v = \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} = \frac{-\Delta}{4a}$$

Reforçar que todas as fórmulas têm demonstração e não são escolhidas ao acaso.

Visando a compreensão e fixação do tema, serão propostos exercícios e os alunos recebem duas folhas de papel quadriculado onde farão os dois gráficos das questões propostas a seguir:

(a) Calcular o vértice e fazer o gráfico de $y = x^2 - 4x + 3$

(b) Durante um cruzeiro, em uma situação de emergência, para avisar a Guarda Costeira, o capitão do navio *Bob Esponja II* dispara um sinalizador luminoso cuja trajetória é uma parábola. O movimento desse sinal é descrito pela função $h(t) = 2t(20 - t)$, onde h é a altura medida em metros e t é o tempo medido em segundos. Qual a altura máxima desse sinal luminoso e quantos segundos levam até atingir a altura máxima respectivamente?

Com esses dois exercícios propostos serão fixados vértice e concavidade.

ATIVIDADE 4:

Habilidade relacionada: Identificar características de funções do 1º e 2º graus e da função constante, bem como trabalhar as habilidades de leitura e análise de gráficos.

Tempo de duração: 100 minutos.

Pré-requisitos: Função do 1º grau e função do 2º grau.

Recursos educacionais: 37 cartas com expressões algébricas de funções, esboços de gráficos, características das funções e 2 cartas com o termo FUNÇÃO.

Organização da turma: Trio.

Objetivos: Trabalhar de forma lúdica a função do 2º grau. Permitir ao aluno comparar a função do 1º grau (já estudada anteriormente) com a do 2º grau.

Metodologia:

De posse das cartas, orientar os alunos quanto às regras:

(1) O objetivo do jogo é formar famílias de quatro cartas. Cada família é formada pela expressão algébrica da função, pelo esboço de seu gráfico e por duas outras cartas que contêm propriedades da função, a saber: pontos importantes do gráfico, comportamento do sinal da função. É possível formar, no máximo, dez famílias.

(2) Embaralham-se as cartas e coloca-se o baralho sobre a mesa, virado para baixo.

(3) Um dos jogadores tira uma das cartas do baralho e a coloca sobre a mesa com a face virada para cima.

(4) O próximo a jogar procede do mesmo modo.

(5) Se a carta tirada por um dos jogadores pertence à mesma família de uma das cartas já viradas, coloca-se a carta retirada abaixo da carta de mesma família. Caso contrário, coloca-se a carta sobre a mesa sem aproximar de outras cartas.

(6) Se um dos jogadores colocar uma das cartas na família errada ele perde a vez de jogar, e essa carta é colocada no fim do baralho.

(7) Se a carta tirada por um jogador for uma carta FUNÇÃO, ele poderá utilizá-la em qualquer momento do jogo para formar uma família.

(8) O jogo termina quando não for possível formar mais famílias.

(9) Ganha o jogo quem tiver maior pontuação, de acordo com as seguintes regras:

- Sempre que um dos jogadores retirar uma carta que pertence à mesma família de uma das cartas da mesa, coloca a carta retirada ao lado da carta de mesma família e ganha 1 ponto.
- O jogador que completar uma das famílias ganha 5 pontos.

Algumas explorações possíveis:

Trabalhar esse jogo quando seus alunos tiverem estudado os conceitos relacionados à função constante, afim e quadrática.

Algumas sugestões para apresentar o jogo: em grupo, os alunos lêem as regras e jogam; você lê as regras com a classe, simula algumas situações de jogo, e depois deixa que joguem sozinhos; entrega aos grupos as cartas, propõe a análise e a escrita coletiva das regras para, em seguida, apresentá-las.

Se perceber que seus alunos não estão compreendendo como compor as famílias (gráfico, forma algébrica e duas características), peça que façam uma organização prévia das famílias para conhecer todas as cartas para depois realizar o jogo.

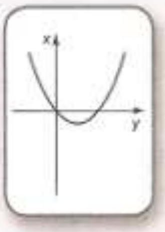
Após jogar algumas vezes com a classe, apresente alguns problemas para explorar melhor as características das funções envolvidas no jogo. Veja algumas sugestões:

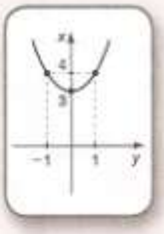
1. Quais das características apresentadas a seguir estão relacionadas à função $f(x) = -x^2 + 2x - 1$?
   a) o gráfico da função intercepta o eixo y no ponto de ordenada -1;
   b) o gráfico de $f(x)$ passa pelo ponto $(-1, 0)$;
   c) a função $f(x)$ é decrescente em $]-\infty, 1]$ e crescente em $[1, +\infty[$;
   d) a função possui concavidade para baixo.

2. Indique as cartas que fazem parte da mesma família que a carta a seguir:

$y = -3x^2$

3. Na sua vez de jogar, Rita observou a mesa e percebeu que faltava apenas uma carta para formar uma das famílias. Veja:





$y = 2x^2 - x$	É uma função do 2º grau que não possui raízes reais.	y é crescente em $]\infty, 0]$ e decrescente em $[0, +\infty[$
O gráfico da função passa pelo ponto $(0, 0)$.		

Rita conseguiria formar a família se retirasse do monte a carta:

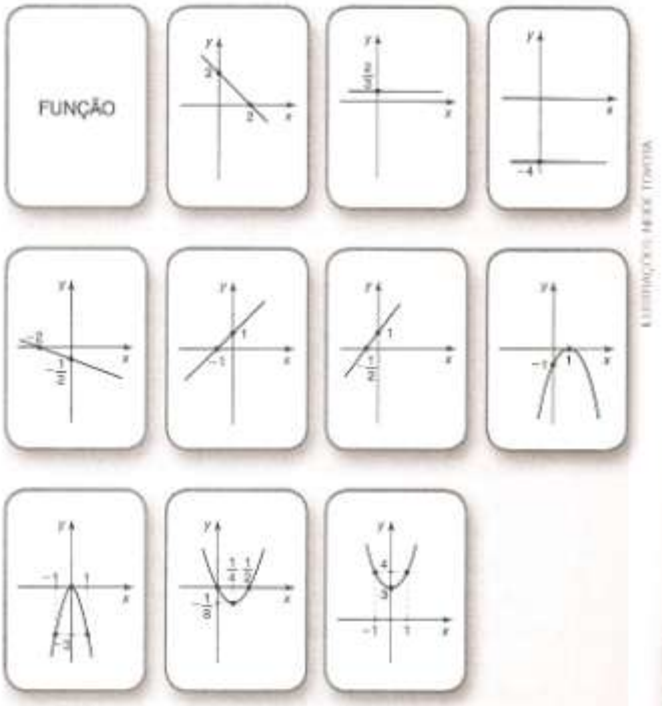
O gráfico intercepta o eixo y no ponto de ordenada zero.

Comunicando a aprendizagem:

Propor que os grupos criem novos problemas a partir do jogo e troquem-nos entre si para resolvê-los. É interessante aproveitar esse trabalho para discutir com os grupos a estrutura dos problemas criados, o tipo de problema e as formas de resolução.

Cartas:

$y = \frac{2}{3}$	$y = -4$	$y = -\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$	$y = -x + 2$
$y = 2x + 1$	$y = x + 1$	$y = -x^2 + 2x - 1$	$y = -3x^2$
$y = 2x^2 - x$	$y = x^2 + 3$	$y = \frac{2}{3}$ para qualquer x do domínio.	-2 é raiz da função.
$y \leq 0$ quando $x \leq -\frac{1}{2}$ $y \geq 0$ quando $x \geq -\frac{1}{2}$	1 é coeficiente angular e linear da função.	É uma função afim decrescente.	Possui concavidade para baixo e $f(0) = -1$.
A função é crescente em $]-\infty, 0]$ e decrescente em $[0, +\infty[$.	$y = -4$ para qualquer x do domínio.	O gráfico da função intercepta o eixo y no ponto de ordenada -4.	O gráfico passa pelo ponto (0,0).
O gráfico é uma reta que intercepta o eixo x no ponto da abscissa $-\frac{1}{2}$.	O gráfico intercepta o eixo y no ponto de ordenada zero.	O gráfico da função y não intercepta o eixo x.	O ponto $(0, -1)$ pertence ao gráfico.
O gráfico passa pela origem do plano cartesiano.	O gráfico passa pelo ponto (0, 1).	O gráfico da função é uma reta que passa por (0,2) e (0,2).	FUNÇÃO



SMOLE, Kátia Stocco et. al. "Família de funções". In: *Jogos de Matemática*: de 1º a 3º ano. Porto Alegre: Artmed, 2008.

3. AVALIAÇÃO:

Ao longo da feitura das atividades, o professor deve ser capaz de perceber e, a partir daí, avaliar a participação dos alunos na resolução dos exercícios propostos, seja de modo individual e/ou em grupo.

A avaliação em grupo deve preconizar a interação entre os membros, destacando a divisão de tarefas e a resolução conjunta de problemas, evitando-se que somente um componente resolva (ou tente resolver) os trabalhos propostos enquanto os demais apenas subscrevem as respostas.

Outrossim, convém valorizar as avaliações individuais, tanto as preparadas pelo professor da disciplina quanto as propostas pelo SAERJ.

Os critérios de avaliação versarão sobre o uso dos conhecimentos adquiridos e do raciocínio matemático.

Por fim, o respeito ao tempo destinado à resolução dos problemas também é critério de avaliação, sendo que o tempo para a resolução de problemas em grupo pode ser menor do que a resolução individual.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

BARROSO, J. B. (Org.) *Conexões com a matemática.* São Paulo: Ed. Moderna, 2010.

CÂNDIDO, S. L., SCORDAMAGLIO, M. T., VASCONCELLOS, M. J. C. *Matemática.* São Paulo: Editora do Brasil, /s.d./ (*Coleção matemática*.)

PAIVA, M. *Matemática.* São Paulo: Ed. Moderna, 2009.

SILVA, C. X. *Matemática aula por aula.* São Paulo: Ed. FTD, 2005. (*Coleção matemática aula por aula*.)