



P.A. e P.G., elas têm razão!

Dinâmica 3

2º Série | 2º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	Ensino Médio 2ª	Númerico Aritmético	Regularidades numéricas: sequências

Aluno

PRIMEIRA ETAPA

COMPARTILHAR IDEIAS

ATIVIDADE • DE OLHO NO TAXÍMETRO

Em uma determinada cidade do Brasil, o valor em reais, V , cobrado por uma corrida de taxi, em bandeira 1, é calculado da seguinte maneira:

- O valor calculado quando o taxi fica parado é de $V_p(t) = 0,50 \cdot t$, onde t é o tempo, em minutos, em que o taxi ficou parado. Por exemplo, se um taxi ficou parado 10 minutos $V_p(10) = 0,50 \cdot 10 = 5$, ou seja, o valor da parada de 10 minutos é de R\$ 5,00.
- Quando o taxi está em movimento o valor é calculado pela expressão $V_m(n) = 5 + 2n$, onde o 5 é o valor da bandeirada e n o número de quilômetros rodados (esse número deve ser inteiro e maior que zero). Por exemplo, o valor cobrado por 8 km rodados é $V_m(8) = 5 + 2 \cdot 8 = 5 + 16 = 21$, ou seja R\$ 21,00.

- O valor total da viagem é dado por $V = V_p + V_m$. Com isso, se um taxi rodou 8 km e, nessa viagem, ficou parado por 10 minutos, o valor total da viagem é $V = 21 + 5 = 26$, ou seja, R\$ 26,00.

1. Qual é o valor pago por uma corrida de 13 km, considerando que o taxi manteve-se sempre em movimento?

2. Qual é o valor pago por uma corrida de 9 km, considerando que, por conta dos sinais de trânsito fechados, o taxi permaneceu parado um total de 6 minutos?

3. Em um mesmo dia um taxista realizou duas corridas, a primeira de 32 km e a segunda de 29 km. Na primeira corrida, o taxi manteve-se sempre em movimento, enquanto na segunda o tempo em que ficou parado totalizou 12 min. Que corrida teve o custo mais alto?

4. Considerando que o taxi manteve-se sempre em movimento, preencha a tabela a seguir com o valor pago pela corrida, de acordo com a quilometragem indicada.

QUILOMETRAGEM	1	2	3	4	5	6	7	8	9
VALOR EM REAIS								21	

5. De acordo com a tabela do item anterior, os valores das corridas, em reais, formam uma sequência. Você consegue observar algum padrão nesta sequência? Explique.

SEGUNDA ETAPA

UM NOVO OLHAR ...

Observe as figuras abaixo.



Figura 1



Figura 2



Figura 3

1. Utilizando canudos, monte uma figura como a Figura 1.

Quantos canudos você utilizou?

2. Agora, monte uma figura com 2 quadrados, como indicado na Figura 2.

Quantos canudos foram utilizados?

E para fazer a 3ª figura, quantos canudos são necessários?

-
-
-
-
3. Construa, utilizando canudos, uma representação da próxima figura da sequência apresentada.

Quantos quadrados terá o quarto termo desta sequência? E quantos canudos terá o quarto termo? Como podemos encontrar o número de canudos do quarto termo a partir do terceiro termo?

-
-
-
-
-
-
4. Quantos quadrados terá o quinto termo desta sequência? E quantos canudos terá o quinto termo?

Como podemos encontrar o número de canudos do quinto termo a partir do quarto termo?

-
-
-
-
-
-
5. Explique como podemos encontrar o número de canudos do 6º termo se conhecemos o número de canudos do 4º?

6. Sabendo-se que o 7º termo da sequência contém 22 canudos, quantos canudos terá o 11º termo?

Como você obteve o resultado?

7. Quantos canudos possui o 45º termo da sequência. Explique como você pensou.

8. Indique a sequência formada pela quantidade de canudos em cada figura.

9. A sequência formada pela quantidade de canudos em cada figura é uma PA, uma vez que cada termo, a partir do segundo, é obtido somando-se a razão ao elemento anterior. Numa PA, cada termo pode ser determinado a partir de qualquer outro, bastando acrescentar ou retirar a razão tantas vezes quantas forem necessárias.


Em geral, costuma-se indicar como se determina um elemento qualquer a partir do primeiro termo: a expressão $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$ determina o termo geral da PA, onde a_n é o termo de ordem n ou n -ésimo termo, r é a razão e a_1 é o primeiro termo da PA.

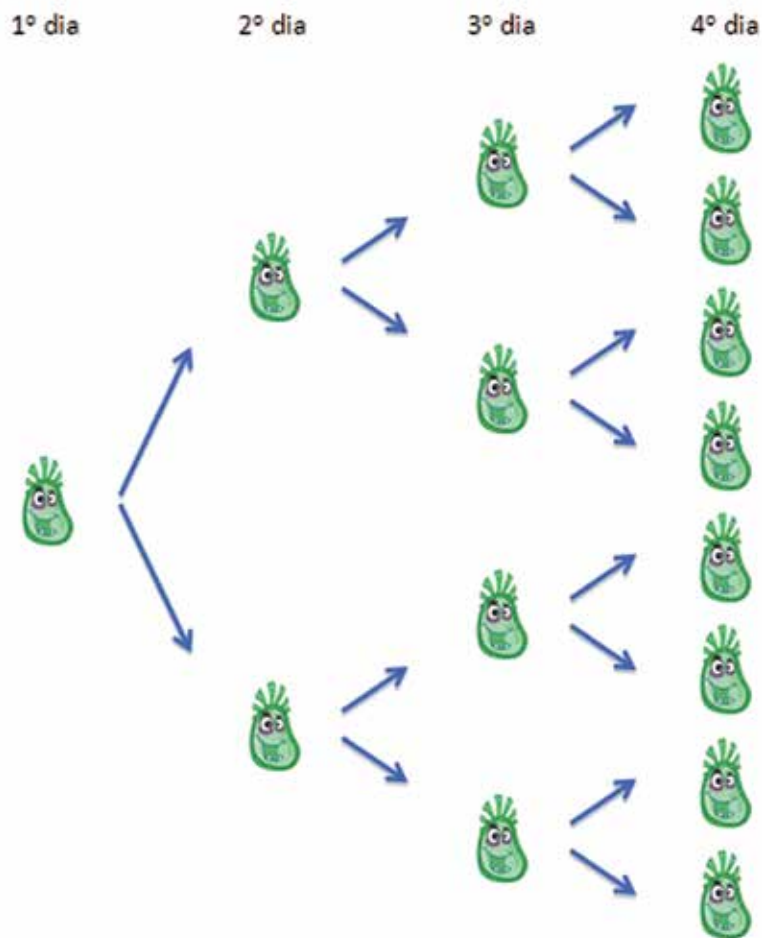
Escreva uma fórmula para a sequência de canudos estudada que permita determinar seu n -ésimo termo e que dependa só do valor da posição n .

TERCEIRA ETAPA: FIQUE POR DENTRO!

ATIVIDADE • MULTIPLICANDO MICROSCOPICAMENTE...

A ameba é um protozoário e só pode ser vista ao microscópio. Após crescer até um certo tamanho, uma ameba se divide ao meio e produz outras duas. No dia seguinte, cada uma se divide ao meio novamente, formando quatro amebas no total. No terceiro dia o mesmo processo se repete e teremos oito amebas, e esse processo, teoricamente, pode continuar indefinidamente.

O desenho abaixo ilustra tal situação até o 4º dia, onde  representa uma ameba.



Supondo que as amebas sigam o mesmo padrão de reprodução, responda:

1. Quantas amebas existirão no 5º dia? Explique como encontrou este valor.

2. Utilizando uma sequência numérica, expresse o número de amebas nos 6 primeiros dias.

3. Explique como podemos encontrar o número de amebas do 10º dia se conhecemos o número de amebas do 8º dia?

4. Explique como podemos encontrar o número de amebas do 22º dia se conhecemos o número de amebas do 23º dia?

5. Quantas amebas haverá no 11º dia?

QUARTA ETAPA

Quiz

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA/SAERJINHO 2011 (ADAPTADO).

A Avenida das Margaridas tem 30 casas. Nesse endereço, as casas foram numeradas obedecendo à progressão aritmética (10, 14, 18, ...).

Dado:

Fórmula do termo geral da PA

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

O número da última casa dessa rua é igual a:

- a. 126
- b. 130
- c. 30
- d. 300
- e. 156



QUINTA ETAPA:
ANÁLISE DAS RESPOSTAS AO QUIZ



ETAPA FLEX:
PARA SABER +

POR QUE OS NOMES ARITMÉTICA E GEOMÉTRICA?

Você já se perguntou por que as sequências estudadas recebem os nomes de Progressão Aritmética e Progressão Geométrica?

Tanto em uma PA quanto em uma PG podemos considerar termos equidistantes a um determinado termo, ou seja, termos que estão a uma mesma distância de um determinado elemento.

Por exemplo, na PA (3, 6, 9, 12, 15, 18, 21), 12 é o termo médio, pois se encontra no meio. Ele pode ser calculado pela média aritmética de termos equidistantes.

O termo tem três pares de termos equidistantes:

- a_1 e a_7
- a_2 e a_6
- a_3 e a_5

Assim,

- $\frac{a_1 + a_7}{2} = \frac{3 + 21}{2} = 12 = a_4$,
- $\frac{a_2 + a_6}{2} = \frac{6 + 18}{2} = 12 = a_4$ e
- $\frac{a_3 + a_5}{2} = \frac{9 + 15}{2} = 12 = a_4$.

Na verdade, isso não acontece apenas para o termo médio: em uma PA, cada termo é a média aritmética de dois termos equidistantes. Com isso, na sequência do exemplo o $a_5=15$ pode ser obtido como $a_5 = \frac{a_3 + a_7}{2} = \frac{9 + 21}{2} = 15$ ou $a_5 = \frac{a_4 + a_6}{2} = \frac{12 + 18}{2} = 15$

Já em uma PG, temos uma situação parecida. Mas, no lugar da média aritmética, temos a média geométrica de dois termos equidistantes. A média geométrica entre dois números a e b , reais positivos, é calculada por $\sqrt{a \cdot b}$.

Na PG (2, 4, 8, 16, 32, 64, 128), o termo $a_3 = 8$ possui dois pares de termos equidistantes e, a partir deles, é possível obter a_3 , calculando a média geométrica.

- a_1 e a_5 fi $a_3 = \sqrt{a_1 \cdot a_5} = \sqrt{2 \cdot 32} = \sqrt{64} = 8$
- a_2 e a_4 fi $a_3 = \sqrt{a_2 \cdot a_4} = \sqrt{4 \cdot 16} = \sqrt{64} = 8$.

Agora que você já viu a média geométrica para o terceiro termo, que tal verificar como encontrar $a_4=16$ como média geométrica de dois termos equidistantes?!
Mãos à obra!

AGORA, É COM VOCÊ!

1. Uma firma fabrica escadas de tamanhos variados, desde bem pequenas até escadas gigantes. Nós podemos representá-las usando palitos. Desta forma, nossa menor escada, que possui apenas um degrau, pode ser representada usando 5 palitos. Para construir uma escada de dois degraus usamos 8 palitos, a de três, 11 palitos.



Considerando P o número total de palitos e d o número de degraus, temos que a fórmula que dá o número total de palitos usados para fazer uma escada de d degraus é:

$$P = 3d + 2$$

Agora responda:

- a. Qual o número de palitos de uma escada de 8 degraus?

- b. Qual o número de palitos de uma escada de 20 degraus?

- c. Que tipo de sequência é formada pela quantidade de palitos das escadas?

- d. Ainda no contexto das sequências, o que significa o valor 3 da fórmula do número de palitos?

2. Uma cultura de certa bactéria mantida em condições ideais triplica seu volume a cada dia, se o volume no primeiro dia é de 9 u.v. (unidade de volume) o volume no quinto dia é?
