Formação continuada em MATEMÁTICA
Fundação CECIERJ/ Consórcio CEDERJ

MATEMÁTICA 1º ANO – 3º BIMESTRE/ 2013

Sandra Maria Vogas Vieira

sandravogas@hotmail.com

TRIGONOMETRIA NA CIRCUNFERÊNCIA

TAREFA 2

CURSISTA: **Sandra Maria Vogas Vieira** **Grupo 3**

TUTOR: **Marcelo Rodrigues**

INTRODUÇÃO

O estudo da Trigonometria nesse tópico visa ampliar as noções apresentadas no 9º ano e/ou no 1º ano, quando foram abordadas as principais relações trigonométricas no triângulo retângulo e suas aplicações. Essa ampliação inicia-se pela definição de arco de circunferência, ângulo central, a compreensão/aplicações práticas de medida e comprimento de um arco, bem como a conversão de unidades (graus – radianos).

Através da observação de exemplos de fenômenos periódicos/cíclicos presentes no cotidiano e uma abordagem histórica do surgimento e evolução da Trigonometria, possibilitar ao aluno um intenso trabalho sobre esse assunto pelo desenvolvimento de diversas atividades propostas.

A definição de circunferência orientada e a localização de arcos côngruos facilita a associação dos números reais aos pontos da circunferência, privilegiando a unidade de medida criada pelos hindus, o arco de 1 radiano, muito mais prático para o estudo futuro da Matemática do que o arco de 1 grau.

DESENVOLVIMENTO

Este Plano de Trabalho tem como objetivo tratar a prática pedagógica que será utilizada para o melhor entendimento sobre Trigonometria na Circunferência. Prática essa, que deverá levar o aluno a perceber a aplicabilidade do assunto e a construção do seu próprio conhecimento com situações problemas e questionamentos feitos por eles.

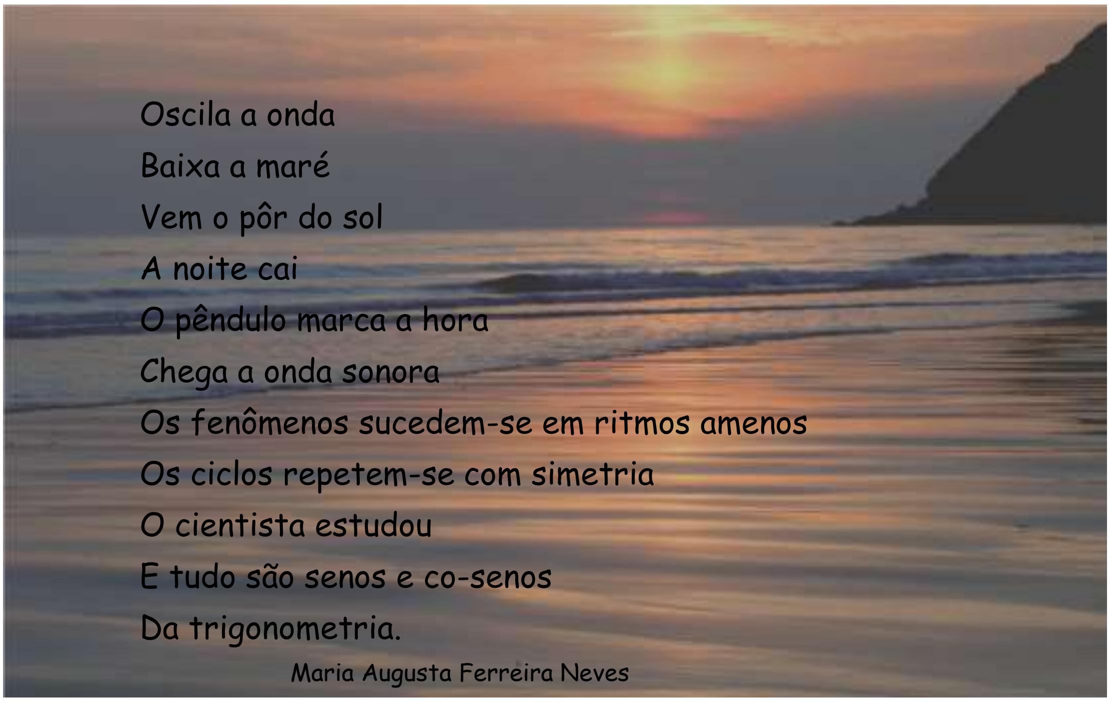
“Círculo Trigonométrico é um recurso criado para facilitar a visualização destas proporções entre os lados dos triângulos retângulos. Ele consiste em uma circunferência orientada de raio unitário, centrada na origem dos 2 eixos de um plano cartesiano ortogonal, ou seja, um plano definido por duas retas perpendiculares entre si, ambas com o valor 0 (zero) no ponto onde elas se cortam. Existem dois sentidos de marcação dos arcos no ciclo: o sentido positivo, chamado de anti-horário, que se dá a partir da origem dos arcos até o lado terminal do ângulo correspondente ao arco; e o sentido negativo, ou horário, que se dá no sentido contrário ao anterior.” (Wikipédia)

ATIVIDADE 1:

- **HABILIDADE RELACIONADA:** reconhecer a existência de fenômenos que se repetem de forma periódica.
- **PRÉ-REQUISITO:** noções de periodicidade
- **TEMPO DE DURAÇÃO**: 100 min
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** vídeo – O Rei Leão- O ciclo da Vida Disney
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA**: individual
- **OBJETIVOS**: apresentar ao aluno uma poesia cujo teor nos remete a exemplos de padrões periódicos de comportamento;

  reconhecer padrões periódicos de comportamento que sirvam para exemplificar e justificar o estudo de funções periódicas;

  identificar nas situações do cotidiano, padrões periódicos de comportamento.
- **METODOLOGIA ADOTADA**: fazer a declamação da poesia Pôr do sol



A partir da poesia conversa informal sobre Ciclos que acontecem na Vida Humana: Menstruação, Estações do ano, gravidez, Movimentos de translação e rotação, entre outros.

Atividade sobre a poesia:

a) A Poesia faz alusão a diversos fenômenos naturais que se manifestam, segundo a autora, em ritmos amenos. Em sua opinião, todos os fenômenos descritos no verso acima são de fato periódicos?

b) A natureza de um fenômeno dito periódico reside no fato de que conhecendo um ciclo completo de sua manifestação podemos prever todo o comportamento deste fenômeno, em qualquer momento. Cite dois fenômenos do texto acima que são periódicos.

c) Você seria capaz de fornecer três exemplos de outros fenômenos físicos que possuem essa propriedade?
Completar as fases da lua e reforçar tudo o que tem começo e fim

FASES DA LUA				
MESES				
Janeiro				
Fevereiro				
Março				
Abril				
Maio				
Junho				
Julho				
Agosto				
Setembro				
Outubro				
Novembro				
Dezembro				

ATIVIDADE 2:

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Transformar grau em radiano e vice-versa
- **PRÉ-REQUISITO:** Arcos e ângulos na circunferência
- **TEMPO DE DURAÇÃO**: 200 minutos
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** folha de atividades, relógio, transferidor, régua e compasso.

- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA**: Turma disposta em grupos de 4 alunos, propiciando trabalho organizado e cooperativo.
- **OBJETIVOS**: conhecer a unidade de medida radiano para arcos e ângulos.
- **METODOLOGIA ADOTADA**:

Utilizar o relógio analógico e representar algumas horas propostas no exercício em graus com o transferidor.

Desenhar um círculo com a ajuda do compasso, representando o grau de cada hora medida, em graus

Nomear os arcos formados por essas representações e depois transformá-los em radianos.

Colocações feitas para os alunos:

- ✓ Circunferência:
    - "O ângulo é a figura formada por duas semirretas de mesma origem".
    - "O grau é a fração de $\frac{1}{360}$ do círculo".
    - "Arco é uma das partes da circunferência delimitada por dois pontos, inclusive".

ATIVIDADE 3:

- **HABILIDADE RELACIONADA:** transformar grau em radiano ou vice-versa
- **COMPETÊNCIA:**

- converter em graus a medida de um arco dado em radianos, a qual não exceda duas voltas da circunferência unitária.
- converter em radianos a medida de um arco dado em graus, a qual não exceda duas voltas da circunferência unitária.

- **PRÉ-REQUISITO:** conhecer a unidade de medida radiano para arcos e ângulos.
- **TEMPO DE DURAÇÃO**: 100 minutos

- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** software geogebra, folhas de atividades, laboratório de Informática, projetor de multimídia.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA**: turma distribuída em grupos de 3 ou 4 alunos
- **OBJETIVOS**: Reconhecer a unidade de medida radiano para arcos e ângulos
- **METODOLOGIA ADOTADA**:

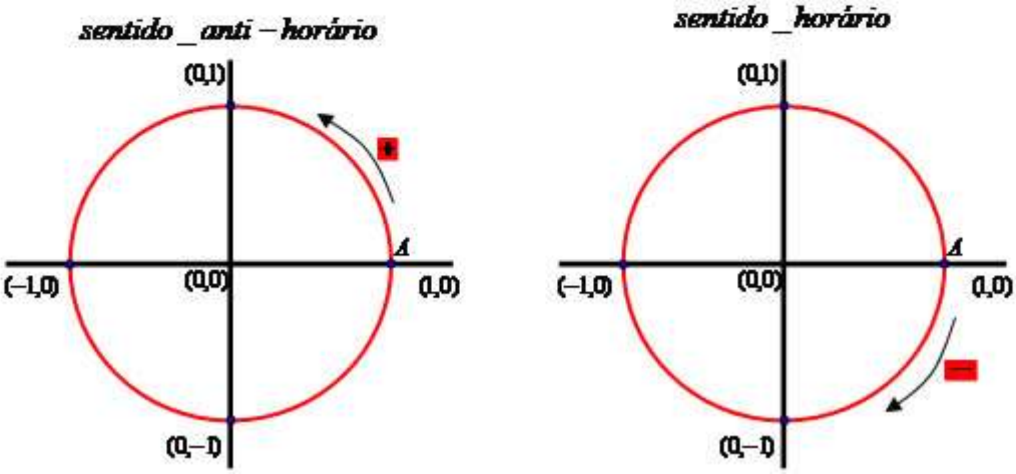
Propor aos alunos como atividade, o roteiro de ação 3, no laboratório de informática , seguindo os seguintes passos:

1. Abra a tela do geogebra;
2. Trace uma circunferência clicando no botão (6º menu dos botões). Será construída uma circunferência de centro A que passa pelo ponto B. Logo, podemos considerar o segmento *AB* como sendo o raio dessa circunferência;
3. Marque o segmento *AB*:
4. Clique no botão (3º menu de botões)
5. Clique nos pontos A e B.
   O segmento *AB* estará marcado.
6. Vamos medir o segmento AB?
   . Clique no botão (8º menu de botões)
   . Clique sobre o segmento AB.
   . Surgirá a expressão *a = ...* no canto esquerdo da tela (Janela da Álgebra)
   . Clique em (1º menu de botões)
   5. Marque agora um ponto C sobre a circunferência: clique em (2º menu de botões); em seguida, clique em um ponto sobre a circunferência distinto de B;
   6. Marque o segmento AC. Caso tenha dúvidas consulte o item 3 acima.
   . Qual a medida de AC? Ela é a mesma de AB? Por quê?
   Com os três pontos A, B e C é possível traçar ângulos. Estamos interessados no ângulo cujo vértice é o ponto A, ou seja, o centro da circunferência. Esse ângulo BÂC determina sobre a circunferência o arco BC.

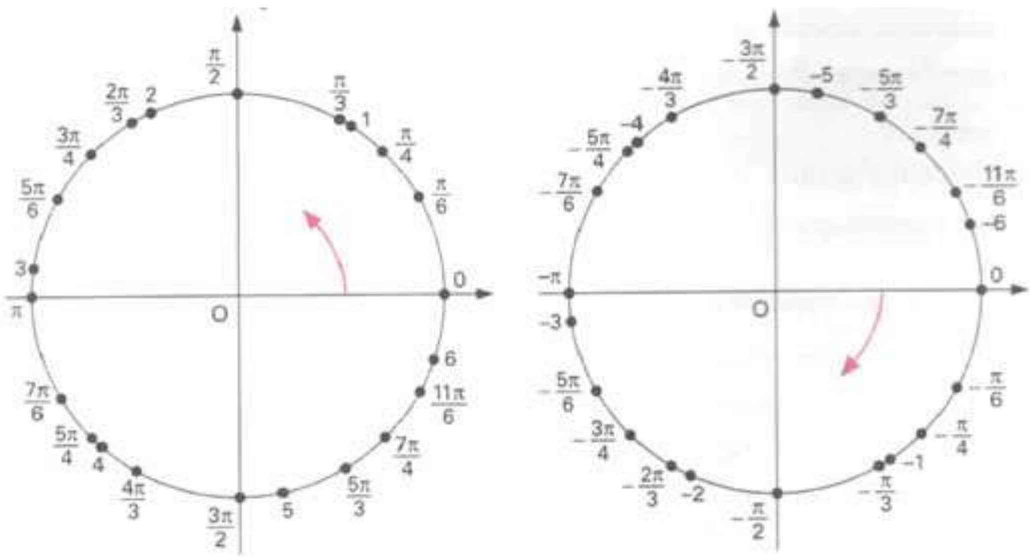
COMPLEMENTANDO:

A circunferência trigonométrica está representada no plano cartesiano com raio medindo uma unidade. Ela possui dois sentidos a partir de um ponto A qualquer, escolhido como a origem dos arcos. O ponto A será localizado na abscissa do eixo de coordenadas cartesianas, dessa forma, este ponto terá abscissa 1 e ordenada 0. Os eixos do plano cartesiano dividem o círculo trigonométrico em quatro partes, chamadas de quadrantes, onde serão localizados os números reais α relacionados a um único ponto P. Os sentidos dos arcos trigonométricos estão de acordo com as seguintes definições:

Se α = 0, P coincide com A.
Se α > 0, o sentido do círculo trigonométrico será anti-horário.
Se α < 0, o sentido do círculo será horário.
O comprimento do arco AP será o módulo de α.

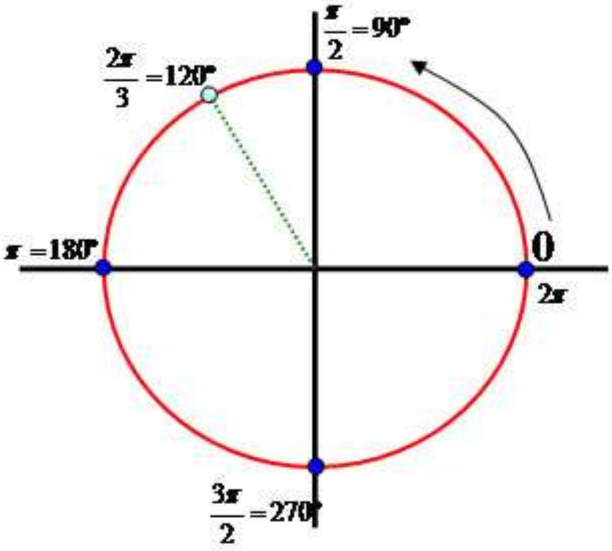


Na ilustração a seguir estão visualizados alguns números importantes, eles são referenciais para a determinação principal de arcos trigonométricos:

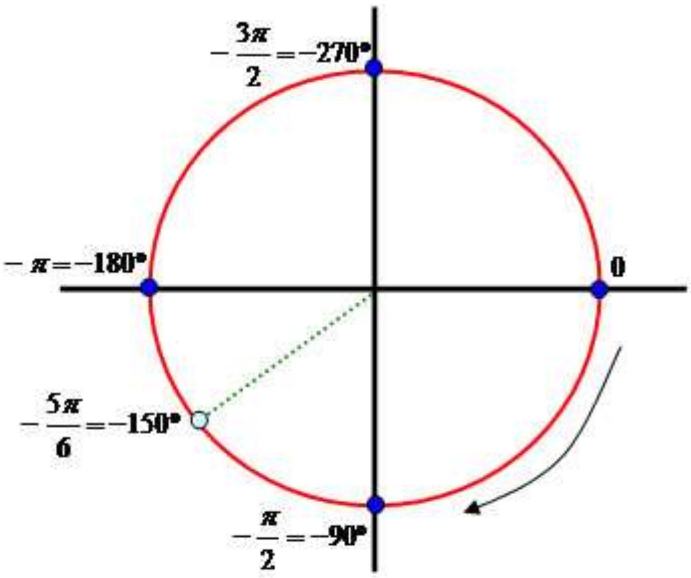


Uma volta completa no círculo trigonométrico corresponde a 360º ou 2π radianos, se o ângulo α a ser localizado possuir módulo maior que 2π, precisamos dar mais de uma volta no círculo para determinarmos a sua imagem.

Por exemplo, para localizarmos 8π/3 = 480º, damos uma volta completa no sentido anti-horário e localizamos o arco de comprimento 2π/3, pois 8π/3 = 6π/3 + 2π/3 = ***2π + 2π/3***.



Na localização da determinação principal de –17π/6 = –510º, devemos dar 2 voltas completas no sentido horário e localizarmos o arco de comprimento –5π/6, pois –17π/6 = –12π/6 – 5π/6 = ***2π – 5π/6***.



Arcos Côngruos

Dois arcos são côngruos quando possuem a mesma origem e a mesma extremidade. Uma regra prática eficiente para determinar se dois arcos são côngruos consiste em verificar se a diferença entre eles é um número divisível ou múltiplo de 360º, isto é, a diferença entre as medidas dos arcos dividida por 360º precisa ter resto igual a zero.

Exemplo 3
Verifique se os arcos de medidas 6230º e 8390º são côngruos.

8390º – 6230º = 2160
2160º / 360º = 6 e resto igual a zero. Portanto, os arcos medindo 6230º e 8390º são côngruos.

Exercícios complementares (Folha de atividades)

1) Determine, em radiano, a medida dos arcos de:

a) 30º

b) 60º

c) 150º

d) 330º

2) Calcule, em grau, a medida aproximada de um arco de 3 rad.

3) Um atleta corria em uma pista circular de 400m de raio. Quando faltava a quarta parte para completar a primeira volta, ele teve de interromper a corrida. Quantos metros, aproximadamente, ele percorreu? (Esta atividade está relacionada ao comprimento de uma circunferência como revisão de conteúdo)

4) Coloque V(verdadeiro) ou F(falso) nas afirmações:
(   ) Os arcos de 4200º e 3480º são côngruos.
(   ) Os arcos de - 420º e 300º são côngruos.
(   ) O arco de 10002º pertence ao 2º quadrante.
(   ) O arco de (- 200º) pertence ao 2º quadrante.

5) (UNICAMP) Um relógio foi acertado exatamente ao meio dia. Determine as horas e minutos que estará marcando esse relógio após o ponteiro menor ter percorrido um ângulo de 42°. (R: 13h24min)

6) Marque um x no(s) caso(s) em todos os arcos são côngruos:

a) (   ) $-\frac{3\pi}{4} \equiv -\frac{21\pi}{4} \equiv \frac{\pi}{4}$

b) (   ) $\frac{7\pi}{5} \equiv -\frac{3\pi}{5} \equiv \frac{17\pi}{5}$

c) (   ) $2345^{o} \equiv 185^{o} \equiv -1975^{o}$

AVALIAÇÃO

É importante salientar que em todo o processo de avaliação espera-se que a interação entre os alunos e o material apresentado alcance o objetivo principal ,

Os alunos serão avaliados durante a aula.

Prova individual contendo questões que envolvam os conhecimentos adquiridos no período.

Trabalhando questões do Saerjinho.

FONTES DE PESQUISA

Video – O Rei Leão – O ciclo da vida (Disney) – **http:/www.youtube.com/watch?v=FWlDLJaBLp0**

ROTEIROS DE AÇÃO 1 e 3 – Trigonometria na circunferência – Curso de aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º Ano do Ensino Médio – 3º Bimestre 2013 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=109

Matriz do Saerjinho – 2012

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**, 1º Ano, 1ª edição. São Paulo: Ática, 2010

http://www.clickescolar.com.br/circunferencia-trigonometrica.htm

BARROSO, Juliane Matsubara (editora responsável). C**onexões com a Matemática**. Volume Único. 1ª edição. São Paulo: Moderna, 2012