FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ
Colégio: ESTADUAL PIERRE PLANCHER
Professor: ANTONIO JORGE DE OLIVEIRA
Matrículas: 09217969/09462904
Série: 2º ANO – ENSINO MÉDIO
Tutora: KARINA CAMPOS DE SOUZA

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo permitir que os alunos associem objetos de utilidade no cotidiano aos sólidos geométricos focos deste estudo, a pirâmide e o cone, e a partir daí, construir o conhecimento necessário para o cálculo de áreas e volumes, utilizando os conhecimentos previamente adquiridos ao longo da vida escolar.

O estudo da Geometria tem sido relegado a plano secundário devido a diversos fatores, dentre eles a falta de tempo para trabalhar os conteúdos, a ausência de relações entre o objeto de estudo e os objetos vistos e manuseados pelos alunos e mesmo o desinteresse da parte destes. O descompasso com a tecnologia do momento também há que ser considerado, pois a abordagem tradicional não desperta a curiosidade.

O assunto requer conhecimentos prévios acerca do cálculo de áreas e volumes e do Teorema de Pitágoras.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1   Apresentar pirâmides e cones utilizados no cotidiano

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Construir, identificar e relacionar os sólidos geométricos e os polígonos que os constituem. Identificar altura, apótema, vértice, faces e arestas.

- **PRÉ-REQUISITOS:** Conhecimento de figuras planas.

- **MATERIAL NECESSÁRIO:** notebook e datashow.

- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.

- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Sala de vídeo/informática.

- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Organizados em duplas.

- **OBJETIVOS:** Apresentar a possibilidade de conjugar saberes artísticos e matemáticos e preparar uma introdução para o estudo de pirâmides e cones.

- **METODOLOGIA ADOTADA:** Apresentar obras de arte e objetos do cotidiano, associando-os às pirâmides e cones.

- **DESCRITORES ASSOCIADOS:** H04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros ou esferas por meio de suas principais características.





ATIVIDADE 2 Apresentar pirâmides e cones utilizados no cotidiano

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Identificar e relacionar os sólidos geométricos e os polígonos que os constituem. Identificar altura, apótema, vértice, faces e arestas.

- **PRÉ-REQUISITOS:** Conhecimento de figuras planas.

- **MATERIAL NECESSÁRIO:** computadores ou notebook e datashow.

- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.

- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Sala de vídeo/informática.

- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Organizados em duplas.

- **OBJETIVOS:** Apresentar pirâmides e cones a partir do **Geogebra**.

- **METODOLOGIA ADOTADA:** Construir e manusear pirâmides e cones a partir do **Geogebra.**

- **DESCRITORES ASSOCIADOS:** H04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros ou esferas por meio de suas principais características.

ATIVIDADE 3   Construção de pirâmides e cone a partir da planificação

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Construir, identificar e relacionar os sólidos geométricos e os polígonos que os constituem. Identificar altura, apótema, vértice, faces e arestas.

- **PRÉ-REQUISITOS:** Conhecimento de figuras planas.

- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Cartolina, cola, tesoura e régua.

- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.

- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Sala de aula.

- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Organizados em duplas.

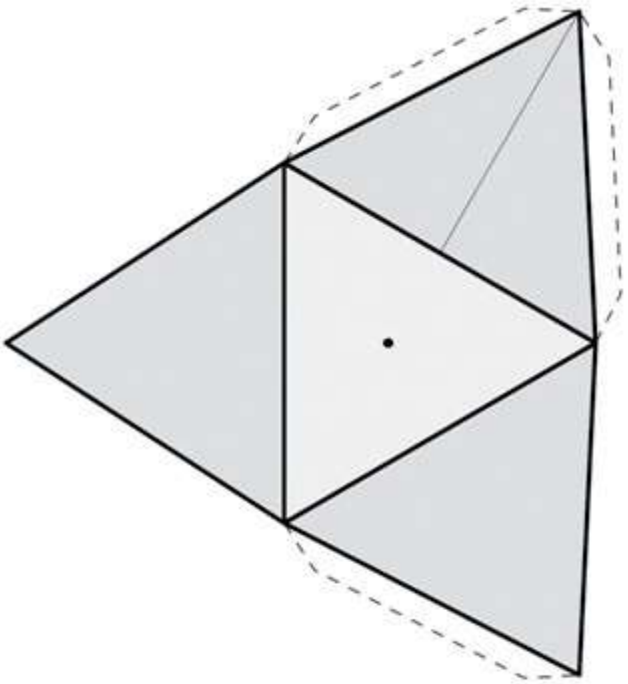
- **OBJETIVOS:** Apresentar os sólidos geométricos pirâmide e cone, mostrando suas principais características.

- **METODOLOGIA ADOTADA:** Construir sólidos geométricos a partir da planificação, identificando os elementos constituintes de cada sólido formado (faces, arestas, apótemas, altura, vértice).

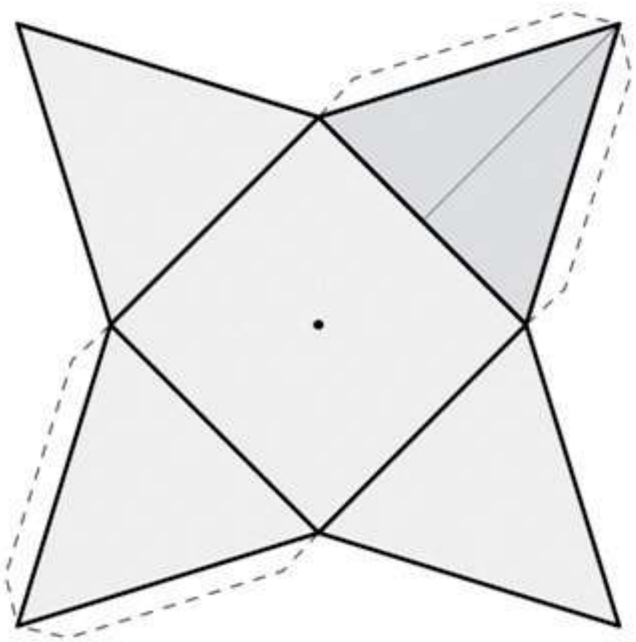
- **DESCRITORES ASSOCIADOS:** H04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros ou esferas por meio de suas principais características.

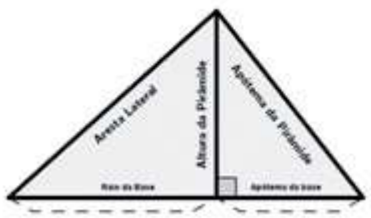
1ª parte: Construindo pirâmides

Pirâmide regular triangular

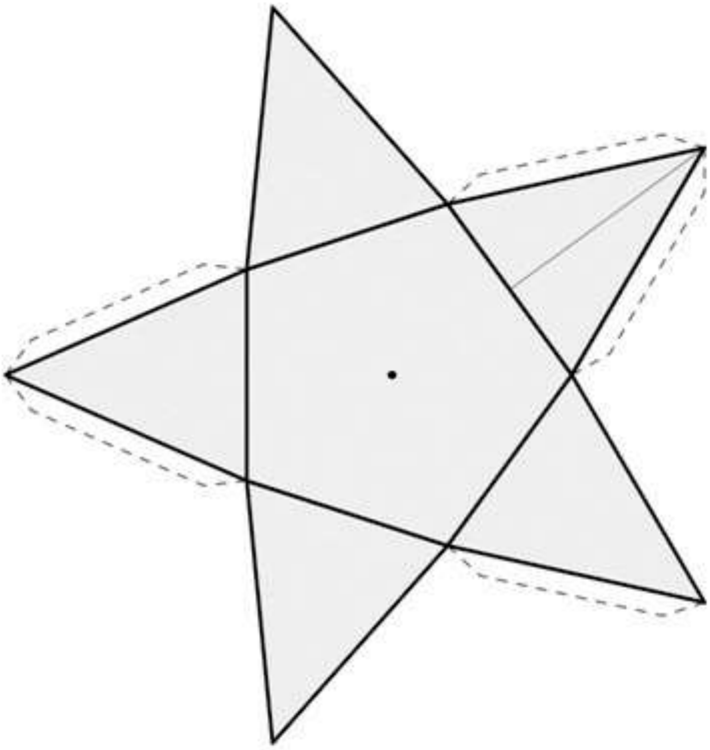


Pirâmide regular quadrangular



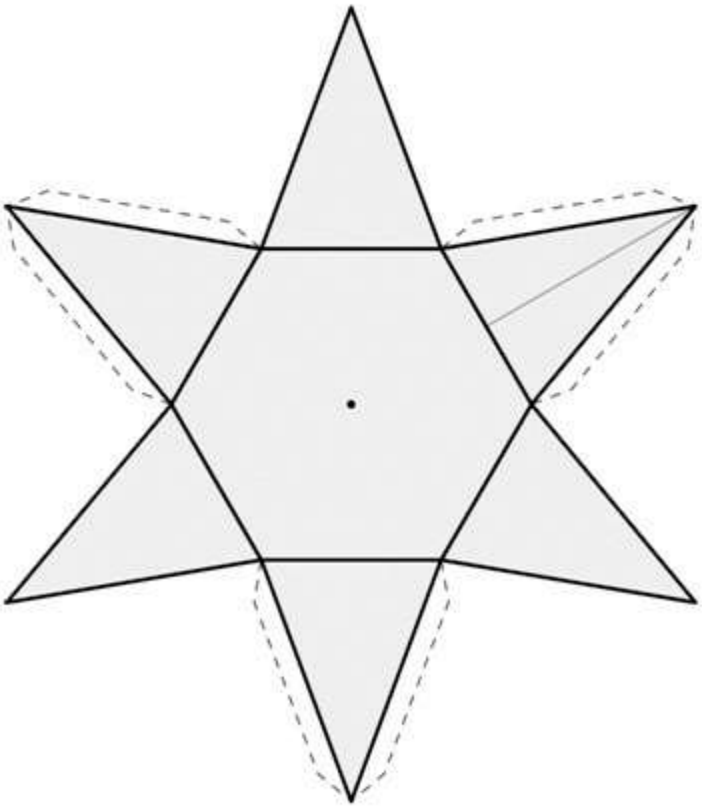


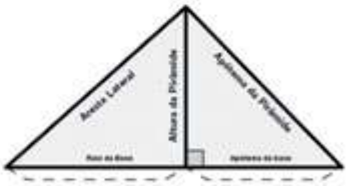
Pirâmide regular pentagonal



Pirâmide regular hexagonal

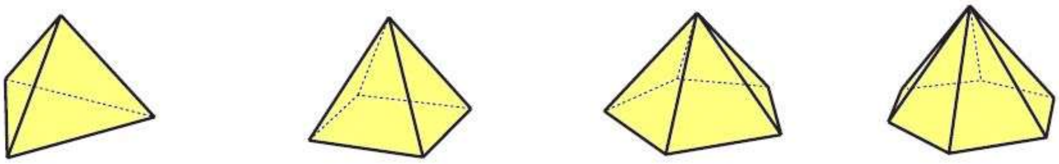
Chamaremos de **base** os polígonos formados sobre o plano da base do sólido geométrico.





Chamaremos de **base** os polígonos formados sobre o plano da base do sólido geométrico.

Saiba que o nome da pirâmide varia de acordo com o polígono de sua base.



Pirâmide Triângular (tetraedro) | Pirâmide quadrangular | Pirâmide Pentagonal | Pirâmide hexagonal

1. Observamos que a base de cada pirâmide construída apresenta características próprias. A base de cada uma das pirâmides corresponde a que polígono?

2. Após a montagem dos sólidos, completar a tabela a seguir,informando a quantidade de triângulos e segmentos que compõem a lateral de uma pirâmide de acordo com sua nomenclatura.

Pirâmide	Quantidade de faces laterais	Quantidade de arestas laterais
Triangular		
Quadrangular		
Pentagonal		
Hexagonal		

Definir a altura e o apótema de uma pirâmide através dos sólidos montados.

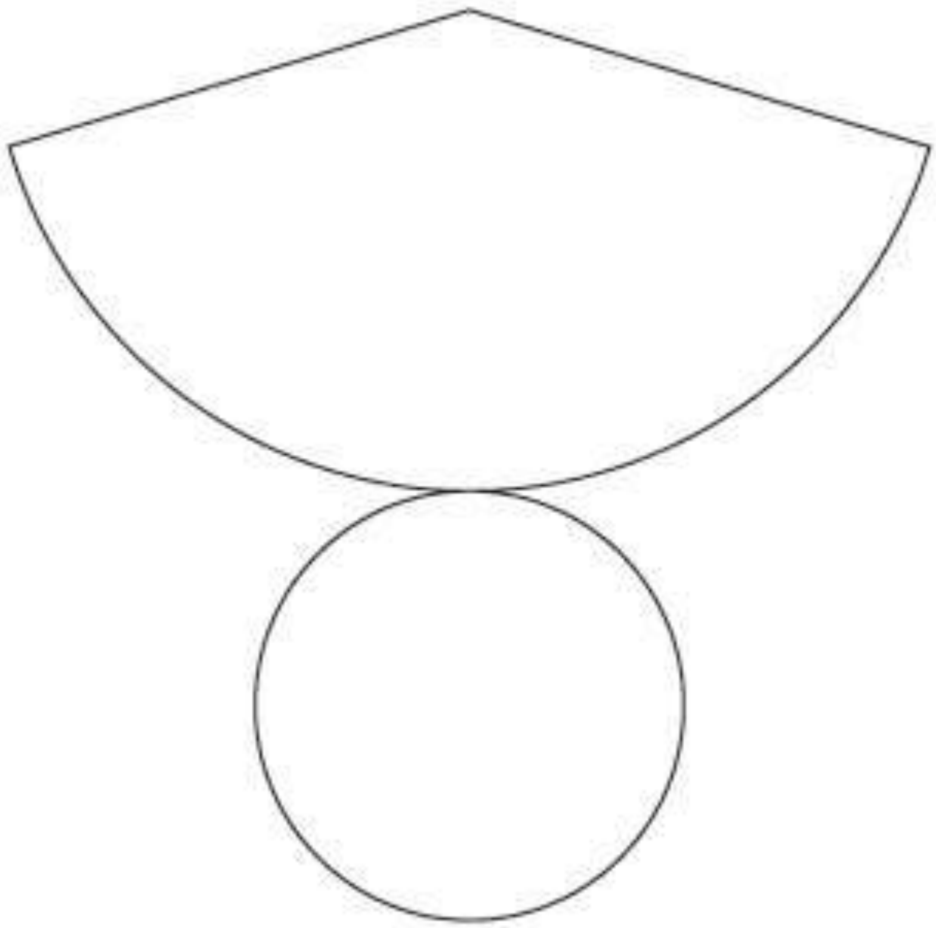
3. Observando que é retângulo o triângulo formado pela altura da pirâmide, o apótema da pirâmide (hipotenusa) e o apótema da base, podemos encontrar uma relação matemática entre esses elementos. Que relação é essa?
4. Repetindo o mesmo para o triângulo formado pela aresta lateral (hipotenusa), o raio da base e a altura da pirâmide, que relação matemática existe entre estes elementos?

5. Agora faça o contrário. Quando conhecemos a medida **a** da aresta da base e a medida **l** da aresta lateral podemos encontrar a medida **m** do **apótema da**

pirâmide a partir da relação $m^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + I^2$. Desenhe na figura abaixo um triângulo retângulo e justifique essa relação.

2ª parte: Construindo cone

Cone



O nome dado ao segmento com uma extremidade no vértice do cone e outra na curva que envolve a base é chamado de **geratriz.**

Já a região delimitada pela curva sobre o plano é chamada de **base**.

1. Você já encontrou este sólido geométrico em seu cotidiano? Converse com seus colegas!

Determinar, a partir da planificação do cone, o **raio da base** e a **altura**.

ATIVIDADE 4 Descobrindo as áreas da pirâmide e do cone

- HABILIDADE RELACIONADA: Calcular áreas da pirâmide e do cone.

- PRÉ-REQUISITOS: Conhecimento de figuras planas.

- MATERIAL NECESSÁRIO: Folha de atividades, lápis, caneta e régua.

- TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.

- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Sala de aula.

- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Organizados em duplas.

- OBJETIVOS: Trabalhar o conceito de área da pirâmide e do cone.

- METODOLOGIA ADOTADA: Calcular a área das pirâmides e do cone a partir da montagem das figuras planificadas.

- DESCRITORES ASSOCIADOS: DESCRITORES ASSOCIADOS:

H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

H24 – Resolver problemas, envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

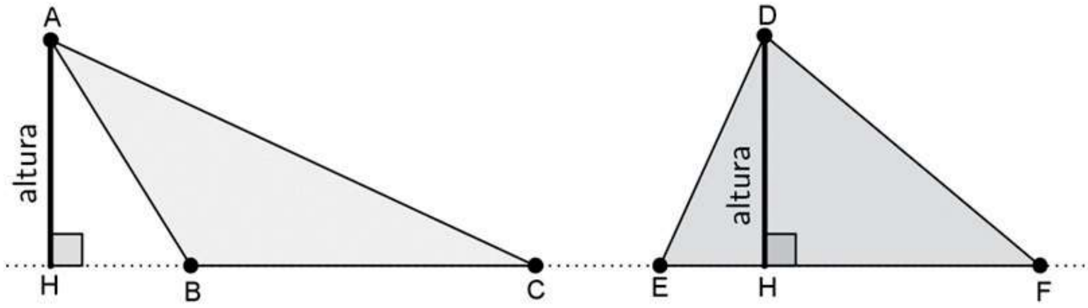
1ª parte – Áreas da Pirâmide

1. A partir dos sólidos montados na aula anterior, vamos começar, medindo a altura e a base de um dos triângulos da lateral da pirâmide triangular. Com estas informações, calcule sua área. Que valor encontrou? Compare seu resultado com os de seus colegas.

É importante que, neste primeiro momento, os alunos sejam capazes de reconhecer o sólido geométrico a partir de sua planificação, nomeando-o.

2.Quantos triângulos congruentes compõem a lateral desta pirâmide? Então, podemos iniciar com a medida da base e da altura de um único triângulo dessa lateral, calcular sua área e multiplicá-la por_____ para obtermos a área lateral.

A altura de um triângulo retângulo é o segmento de reta perpendicular à reta suporte de um lado do triângulo com extremidades nessa reta e no vértice oposto ao lado considerado.



Triângulos Obtusângulo com altura AH **Triângulo acutângulo com altura AH**

3. Calcule a área lateral dessa pirâmide.

4. Meça a altura e a base do triângulo da base da pirâmide triangular e calcule sua área.

5. Agora que já sabemos qual é a área lateral da pirâmide triangular e a área de sua base, podemos determinar a área total dessa pirâmide. Desconsiderando as abas para colagem, quantos *cm2* de papel foram gastos na construção deste sólido? Este resultado está próximo de sua estimativa?

6.Agora é a vez de calcular a área da base da pirâmide. Para isso, você irá medir com a régua o lado do quadrado que forma esta base e em seguida, calcular a área.

Com os dados obtidos nos itens anteriores, preencha a tabela abaixo.

Pirâmide	**Áreal lateral**	**Área da base**
triangular		
quadrangular		

7.Você seria capaz de escrever uma fórmula que represente a área total de uma pirâmide? Discuta com seu colega e registre suas conclusões.

2ª parte – Áreas do Cone

Revisão: Área do círculo ($A = \pi . r^2$) e cumprimento da circunferência ($C = 2.\pi$.r).

1. A partir do cone que você construiu, descubra quantos *cm2* de papel foram gastos em sua construção. Mas antes, dê um palpite e compare sua resposta com a de seu colega.

2. Veja que a planificação é formada por uma base, que é um círculo, e por um setor circular. Para calcular a área de superfície dessa figura geométrica, precisamos calcular suas áreas. Que tal começarmos, calculando a área da base? Para isso, com o auxílio de uma régua, meça o raio do círculo da base que está em destaque pontilhado e calcule sua área, e seu comprimento, considerando 314,π=. Que valores você encontrou? Compare com a resposta do seu colega.

3. Chegou a vez de calcularmos a área do setor circular, que chamaremos de Área Lateral. Mas antes, vamos pensar na seguinte questão: Qual é o comprimento deste setor? **Dica**: você já o calculou. Compare o antes e depois do cone montado. Leia a observação a seguir, converse com seu professor e registre o valor desse comprimento!

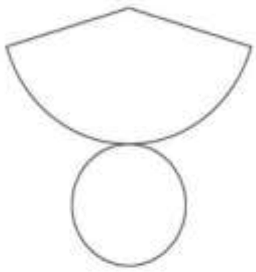
Quando no mundo da Matemática dizemos que dividimos uma pizza em quatro partes iguais, estamos dizendo que a massa com recheio (área) e a borda (comprimento) estão dividias cada uma em quatro partes iguais. O mesmo acontece quando dizemos que a dividimos em 5, 6 ou mais partes. Ou seja, nesses casos, a massa com recheio e a borda também ficam divididas respectivamente em 5, 6 ou mais partes iguais.

Essa brincadeira permite-nos verificar a proporcionalidade entre o ângulo central de um setor circular com sua área e o comprimento de seu arco. Em particular, utilizando regra de três, obtemos que a área de um setor circular de raio R e comprimento de arco, medindo c é dado por $A_s = \frac{cR}{2}$, já que temos

	Comprimento	**Área**
Círculo	**2πR**	**πR^2**
Arco	**C**	**A_s**

4. Com as informações obtidas no item 3, a medida da geratriz e uma regra de três simples, complete a tabela a seguir e encontre a área As do setor circular. Se tiver alguma dúvida, além do professor, a Tabela do item 6 a seguir pode lhe ajudar!

	Comprimento	**Área**
Círculo de raio "g" geratriz		
Setor		**As**



5.Repita esta conta com os dados literais constantes da Tabela a seguir e encontre uma fórmula para a área lateral de um cone com raio da base medindo *r* e geratriz medindo *g*.

	Comprimento	**Área**
Círculo	**2πR**	**πR^2**
Arco	**C**	**As**

O aluno deverá concluir que a área lateral é dada por $A_l = \pi$.R.g. Como a área da base é $A_b = \pi . R^2$, temos que

$$A_t = A_l + A_b$$
$$A_t = \pi . R . g + \pi . R^2$$
$$A_t = \pi . R(g + R)$$

Onde tA é a área total do cone.

6. Descobriu quanto de papel seu professor gastou na planificação? Esse resultado é próximo de sua estimativa? Comente com seus colegas o seu resultado e faça um resumo do que você aprendeu, e revisou com esta atividade.

7. As pirâmides e cones para as quais se calculou a área de superfície eram pirâmides regulares e cones retos. Relembre o que significa essas denominações e verifique se o que foi feito nesta atividade também vale para estes casos. Volte ao item 7 e complemente seu resumo de aula, adicionando estas informações.

ATIVIDADE 5 Volume da pirâmide e do cone

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Calcular o volume da pirâmide e do cone.

- **PRÉ-REQUISITOS:** Conhecimento de figuras planas.

- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, folhas com as cópias das planificações, cartolina, lápis, cola, régua, tesoura.

- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.

- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Sala de aula.

- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Organizados em duplas.

- **OBJETIVOS:** Trabalhar o conceito de volume da pirâmide e do cone a partir da comparação com o volume de outros sólidos geométricos.

- **METODOLOGIA ADOTADA:** Calcular o volume da pirâmide e do cone a partir da montagem das figuras planificadas.

- **DESCRITORES ASSOCIADOS:** H25 – Resolver problemas envolvendo noções de volume.

1º Parte – Volume da Pirâmide

1. Leia atentamente a poesia abaixo e reflita.

Dentro do prisma

A base, o vértice

De suas três

Pirâmides contínuas.

Dentro do prisma

A ideia

Que perdura e ilumina.

O que já era em mim

De natureza pura.

Dentro do prisma

O universo

Sobre si mesmo fechado

Mas aberto e alado.

Dentro de mim,

De natureza ígnea

Uma ideia do amado.

Hilda Hilst

Fonte: Artigo A Geometria do Pensar de Geruza Zelnys de Almeida. Revista Terra roxa e outras terras – Revista de Estudos Literários. Volume 11 (2007) – 1-131. ISSN 1678-2054 http://www.uel.br/cch/pos/letras/terraroxa disponível em http://www.uel.br/pos/letras/terraroxa/g_pdf/vol11/11_9.pdf

2. Fazendo uso da Geometria, Hilda Hilst busca dar formas ao pensamento, descrevendo o desconhecido. Mas pensando na Geometria em si, o que você entende ao ler o primeiro parágrafo dessa poesia?

3. Recorte e monte as planificações que você recebeu do seu professor.

4. Que sólidos geométricos você montou? Cite *nome e sobrenome* dos sólidos.

5. Vamos seguir a ideia proposta pela poesia de Hist. Para isso, disponha as três pirâmides construídas dentro do prisma, de forma que eles se encaixem.

6. Desconsiderando as imperfeições de nossos modelos geométricos, podemos verificar uma relação entre a soma dos volumes das pirâmides e o volume do prisma. Que relação é essa?

7. Compare as pirâmides! Encoste as duas pirâmides que têm faces marcadas com uma *semicircunferência,* posicionando-as para baixo (como base). Nesta posição, elas têm mesma altura?

8. Você não consegue sobrepor essas faces (bases) com uma *semicircunferência*, mas elas são congruentes e, por isso, têm mesma área. Junte essa informação com a resposta do item anterior e diga qual a relação entre os volumes dessas duas pirâmides.

9. Faça o mesmo com relação ao volume das duas pirâmides que têm faces com uma *meia estrela.*

10. Agora com base em suas observações, responda: as três pirâmides têm mesmo volume? Por quê?

11. Então podemos afirmar que o volume de uma pirâmide é igual a um terço do volume de um prisma de mesma base e altura? Por quê?

12. Encontre com a régua as medidas aproximadas para as dimensões da base e altura do prisma. Calcule o volume deste prisma e o de uma dessas pirâmides.

13. Para calcular o volume de prismas, recorremos à ideia de que este volume é igual a área da base multiplicada pela altura. Escreva você uma ideia como essa, para calcularmos o volume de pirâmides.

2º Parte – Volume do Cone

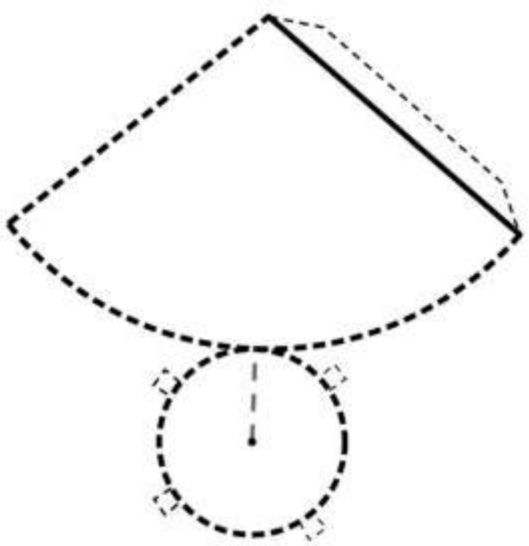


Figura 1 Fonte: Figura pelo conteudista André Silva.

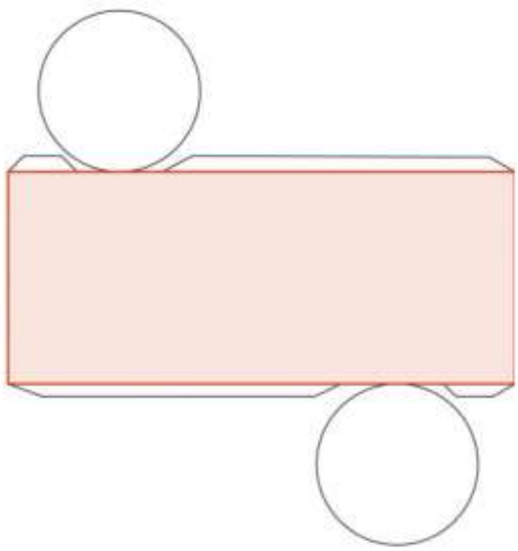


Figura 1 Fonte: Figura pelo conteudista André Silva.

1. Observe as planificações apresentadas agora pelo seu professor. Monte-as.

2. Que sólido você construiu a partir da *Figura 1*? E da *Figura 2*?

3. As planificações foram criadas para que o cone e o cilindro tenham mesma circunferência da base e mesma altura. Desconsidere as imperfeições que se apresentam por conta de nossa manipulação. Utilize uma régua para fazer as medições necessárias e completar a seguir.

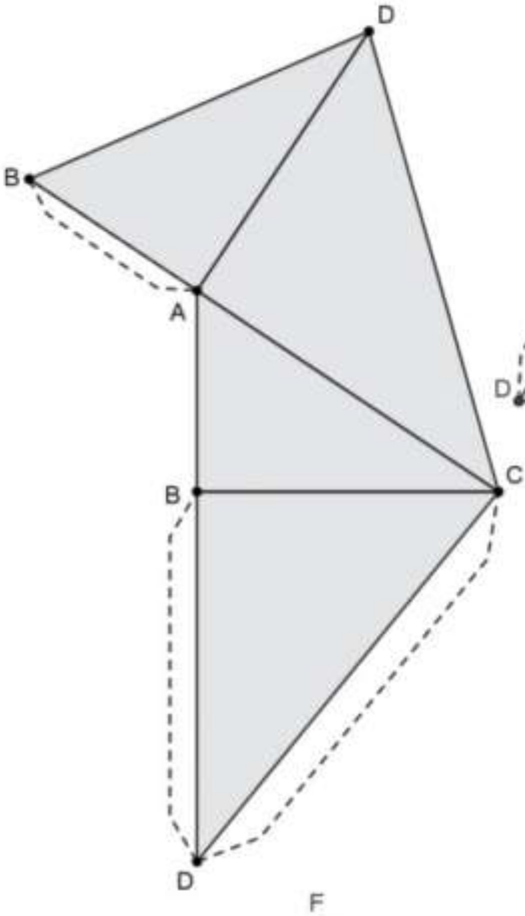
sólido	**altura**
cilindro	
cone	

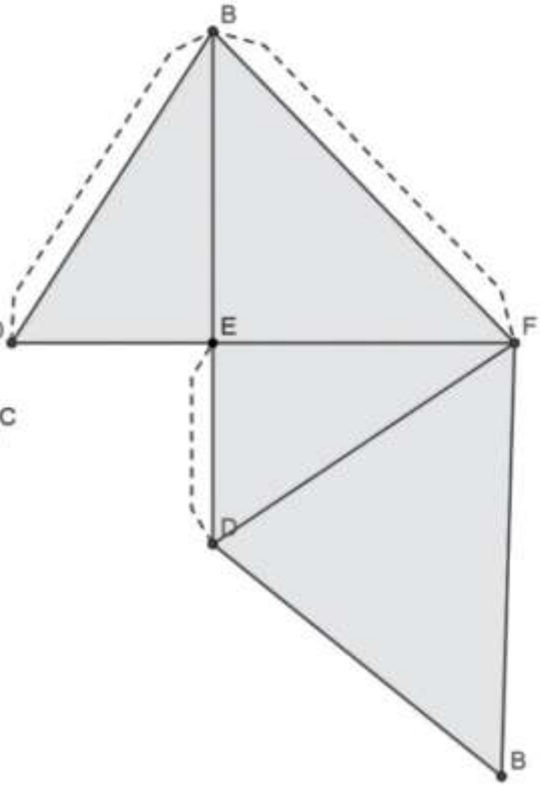
4. O cone e o cilindro possuem a mesma área da base? E quanto à altura, o que você observou? Converse com seus colegas e comparem suas medições.

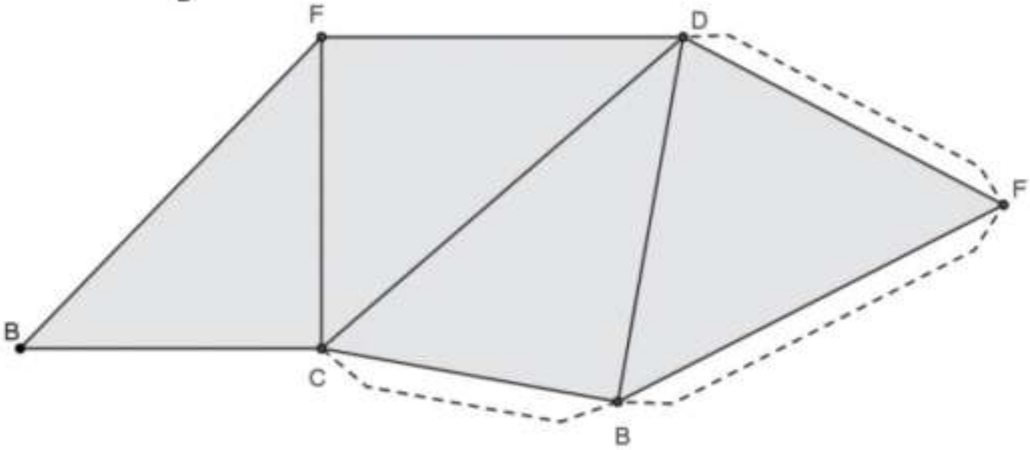
5. Vamos encher o cilindro com o arroz? Para isso, utilize o cone, enchendo-o completamente e despejando todo seu conteúdo no cilindro. Quantas vezes você repetiu este processo?

6. O que podemos afirmar sobre o volume do cone, se o compararmos com o volume do cilindro?

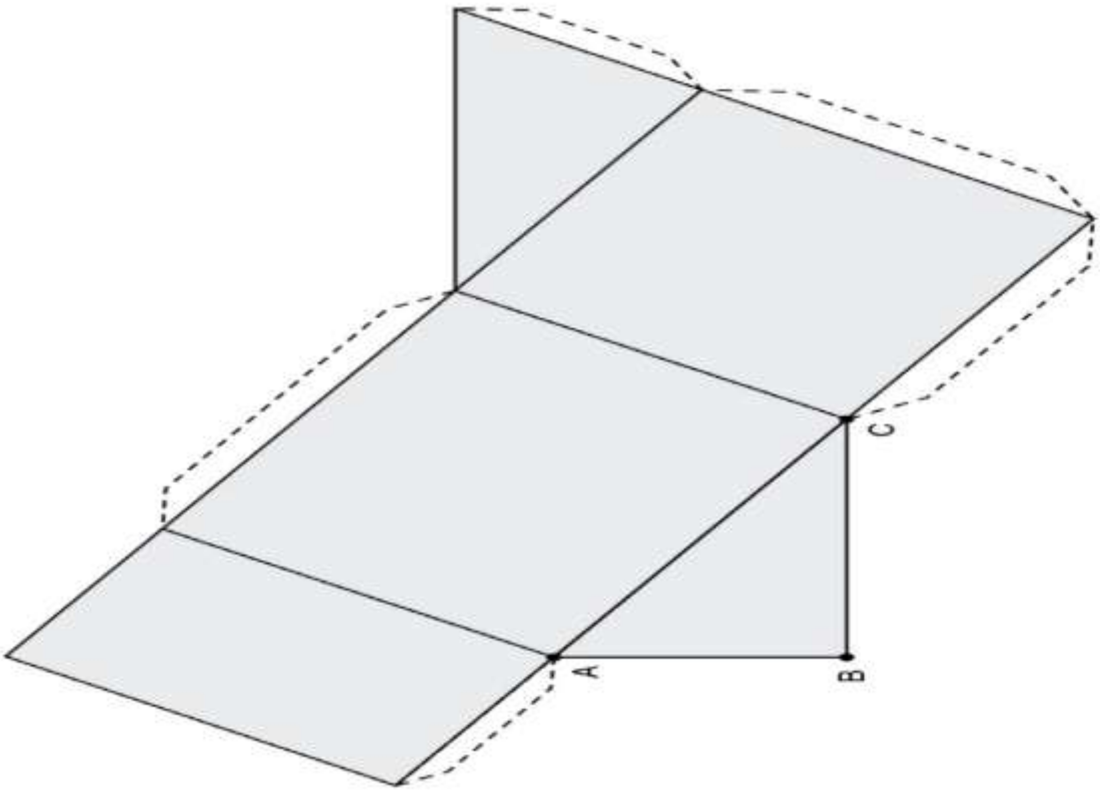
Anexo I



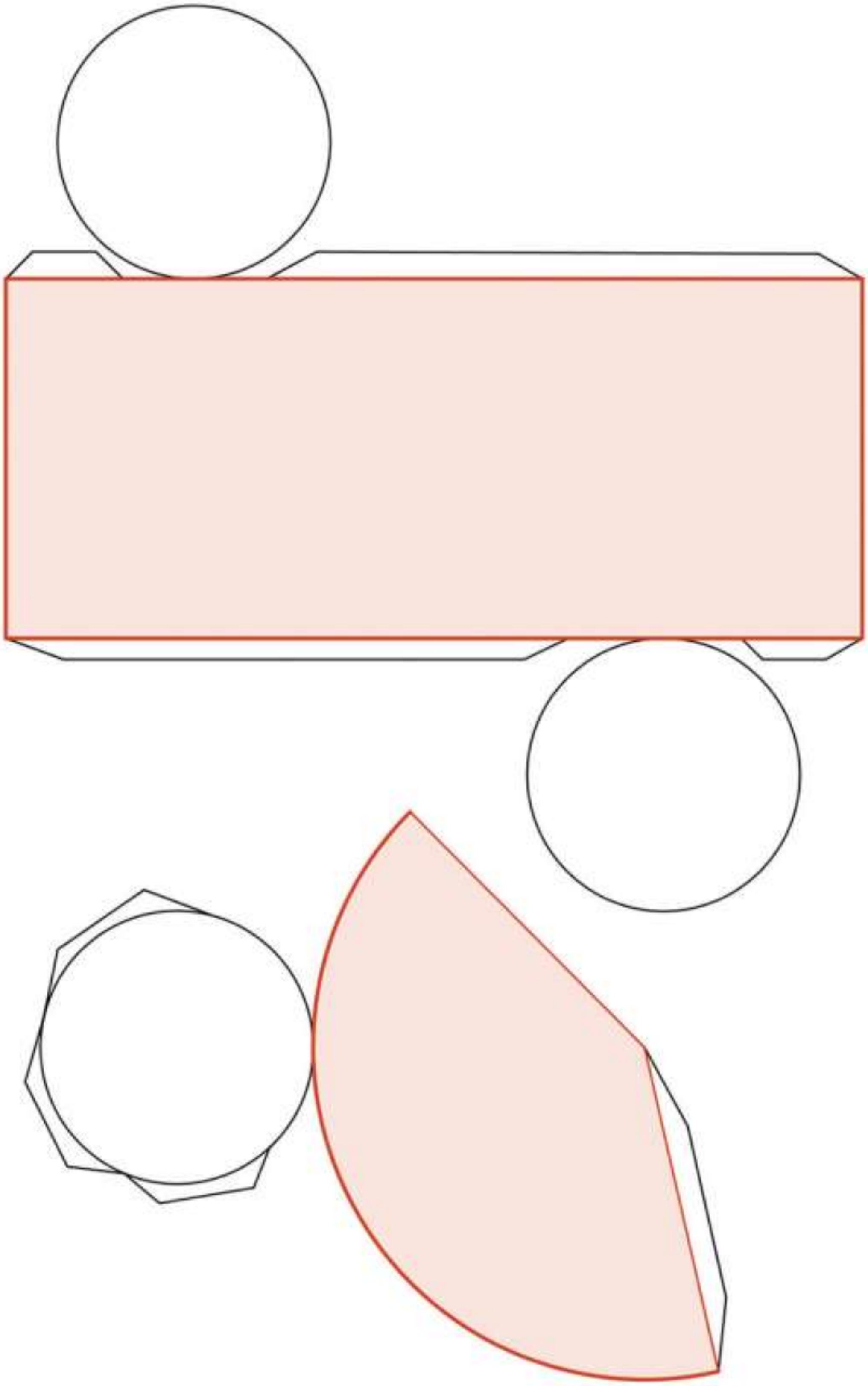




Anexo II


A
B
C

Anexo III



ATIVIDADE 6 Volume da pirâmide e do cone

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Calcular o volume da pirâmide e do cone.

- **PRÉ-REQUISITOS:** Área das figuras planas, Volume de Pirâmides, conhecimento e aplicação dos teoremas de razão entre área e volumes de figuras geométricas espaciais.

- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades.

- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.

- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Sala de aula.

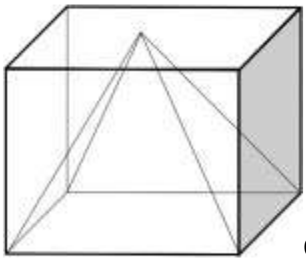
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Organizados em duplas.

- **OBJETIVOS:** Trabalhar o conceito de volume da pirâmide e do cone a partir da comparação com o volume de outros sólidos geométricos.

- **METODOLOGIA ADOTADA:** Calcular o volume da pirâmide e do cone a partir da montagem das figuras planificadas.

- **DESCRITORES ASSOCIADOS:** H25 – Resolver problemas envolvendo noções de volume.

Exercício 1: (FUVEST 2009)



Os papiros mostram que os egípcios antigos possuíam diversos conhecimentos matemáticos. Eles sabiam que o volume da pirâmide equivale a um terço do volume do prisma que a contém. A maior pirâmide egípcia, Quéops, construída por volta de 2560 a.C., tem uma altura aproximada de 140 metros e sua base é um quadrado com lados medindo aproximadamente 230 metros. Logo, o volume da pirâmide de Quéops é de aproximadamente (em milhões de metros cúbicos):

A) 1,2
B) 2,5
C) 5
D) 7,5
E) 15

Exercício 2:

Uma casquinha de sorvete possui o formato de um cone reto com altura de 10 cm e raio da base medindo 5 cm. Determine o volume da casquinha.

$$V = \frac{3{,}14 * 5^2 * 10}{3}$$

$$V = \frac{3{,}14 * 25 * 10}{3}$$

$$V = \frac{785}{3}$$

$$V \cong 261{,}66 cm^3$$

Exercício 3:

Um reservatório cilíndrico possui volume de aproximadamente 3000 m³ e diâmetro 24 metros. Determine a altura desse reservatório.

$$V = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

$$3000 = \frac{3{,}14 * 12^2 * h}{3}$$

$$452{,}16h = 9000$$

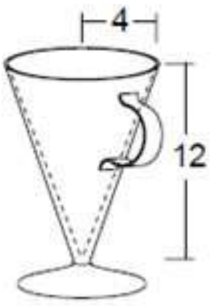
$$h = \frac{9000}{452{,}16}$$

$$h = 19{,}9m$$

A altura do reservatório é de aproximadamente 20 metros.

Exercício 4:

Um copo será fabricado no formato de um cone com as seguintes medidas: 4 cm de raio e 12 cm de altura. Qual será a capacidade do copo?



$$V = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

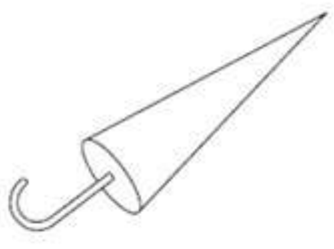
$$V = \frac{3{,}14 * 4^2 * 12}{2}$$

$$V = \frac{3{,}14 * 16 * 12}{3}$$

$$V = 200{,}96cm^3$$

Exercício 5:

Uma fábrica de doces e balas irá produzir chocolates na forma de guarda-chuva, com as seguintes medidas: 8 cm de altura e 3 cm de raio, de acordo com a ilustração. Qual a quantidade de chocolate utilizada na produção de 2000 peças?



$$V = \frac{3{,}14 * 3^2 * 8}{3}$$

$$V = \frac{3{,}14 * 9 * 8}{3}$$

$$V = \frac{226{,}08}{3}$$

$$V = 75{,}36cm^3$$

Cada chocolate possui 75,36 cm³ de volume. A fábrica que produzir 2000 unidades, então: 2000 . 75,36 = 150720 cm³. Lembrando que 1 cm³ = 1ml, temos 150720 ml de chocolate que corresponde a 150,72 litros.

FONTES DE PESQUISA

ROTEIROS DE AÇÃO E TEXTOS – Pirâmides e cones – que sólidos são esses?, Revisitando pirâmides e cones, Repensando áreas e volumes - Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 3º bimestre – disponível em http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava .

Endereços eletrônicos acessados de 08/09/2012 a 16/09/2012:

HTTP://somatematica.com.br

HTTP://infoescola.com.br

HTTP://mundoeducacao.com.br

HTTP://google.com

HTTP://geogebra.org

.