FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ/CONSÓRCIO CEDERJ

TIAGO LOYO SILVEIRA

MATEMÁTICA 1º ANO – 1º BIMESTRE

PLANO DE TRABALHO

CONJUNTOS

NOVA IGUAÇU

2013

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este Plano de Trabalho tem como objetivo introduzir os conhecimentos de Teoria dos Conjuntos e Conjuntos Numéricos aos alunos do 1º Ano do Ensino Médio. Para isso deverá ser aplicado nas duas primeiras semanas de aula.

Sua estrutura visa que na primeira semana o aluno se depare com aulas interativas e lúdicas, isso facilitará a interação entre os alunos e não irá prejudicar alunos que ainda estejam adaptando-se a rotina da escola.

Seguindo esse primeiro momento, é consolidada a Teoria dos Conjuntos e seus principais símbolos lógicos, o que traz o rigor e a formalidade matemática.

Como conclusão desse Plano de Trabalho, mais do que os exercícios, o professor irá avaliar a real percepção por parte dos alunos, da necessidade de ser claro e conciso nos termos matemáticos e assim poder ter maior facilidade em lecionar os futuros temas propostos ao longo do ano.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1 – Verdades e Mentiras (Roteiro de Ação 1)

*** ASSUNTO:** Teoria dos Conjuntos

*** HABILIDADE RELACIONADA:**H 94 – Resolver problema usando operações com conjuntos; Hn – Desenvolvimento de habilidades de leitura, análise e argumentação em linguagem matemática.

*** PRÉ-REQUISITOS:**Não há.

*** TEMPO DE DURAÇÃO:**200 minutos

*** RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:**Texto, ambiente de teatro/auditório/sala de aula.

*** ORGANIZAÇÃO DA TURMA:**Turma organizada em assistência e atores.

*** OBJETIVOS:**Estudar a Linguagem Matemática.

*** METODOLOGIA ADOTADA:**Apresentar uma sequência de história, que poderão ser interpretadas pelos alunos, caso haja voluntários.

1º Momento – Apresentação das Histórias e Paradoxos

Leia a frase abaixo e responda se ela é verdadeira ou falsa.

“ESTA FRASE É UMA MENTIRA.”

E então, ela é verdadeira ou falsa?

Professor analise com seus alunos as possibilidades para esta afirmação. Se considerarmos que a frase é verdadeira, então ela é uma mentira, e então não pode ser verdadeira. Por outro lado, se considerarmos que a afirmação é falsa, então ela não é uma mentira, o que também gera uma contradição. Isto é um paradoxo.

Paradoxos

Paradoxo é uma palavra usada tanto para significar uma contradição apenas aparente, que pode ser resolvida, como para designar uma contradição verdadeira e insolúvel. Em Matemática, é nesse último sentido que normalmente essa palavra é empregada.

O *Paradoxo do Barbeiro* é a versão popular do *Paradoxo de Russell*, e relaciona Teoria de Conjuntos com a estrutura lógica matemática de argumentação.

Nele, considera-se uma aldeia onde, todos os dias, um barbeiro faz a barba de todos os homens que não se barbeiam sozinhos e não faz a barba de quem se barbeia sozinho. Isso vale para todos os homens da aldeia.

Existirá tal aldeia?

A resposta é NÃO. Vamos analisar cada possibilidade:

- Possibilidade 1 – o barbeiro não se barbeia sozinho $\Rightarrow$ ele deve fazer a sua própria barba. Mas se isso acontecer, ele iria tornar-se um homem que se barbeia sozinho, não podendo então ser barbeado pelo barbeiro, ou seja, por ele mesmo.
- Possibilidade 2 – o barbeiro se barbeia sozinho $\Rightarrow$ ele deve parar imediatamente de fazer a própria barba, tornando-se um homem que não se barbeia sozinho. Se ele não se barbeia sozinho, então ele deveria ser barbeado pelo barbeiro, ou seja, por ele mesmo.

A definição apresentada para a aldeia resulta num *paradoxo*, pois o barbeiro ao mesmo tempo deve e não deve fazer a própria barba, não podendo se decidir sem quebrar a regra.

Esse paradoxo foi encontrado pela primeira vez em uma carta que Bertrand Russell (1872-1970) escreveu a Gottlob Frege (1848 - 1925) em 1902. Frege recebeu a carta de Russell no momento em que estava para publicar o segundo volume de uma obra em que fundamentava toda a aritmética na teoria dos conjuntos.

Mas por que eventualmente estruturas matematicamente bem organizadas conduzem a paradoxos?

Ora, os paradoxos surgem exatamente por causa da liberdade do discurso existente quando não existe a formalidade matemática.

As primeiras ideias de conjuntos e suas definições foram concebidas muito livremente, o que acabou conduzindo Georg Cantor (845-1918) a um paradoxo insuperável. Um outroexemplo do uso livre da linguagem também é citado por Ávila (2000), em um brilhante artigo publicado pela Revista do Professor de Matemática, editada pela Sociedade Brasileira de Matemática:

"Um rei mandou dizer a um condenado que ele morreria na fogueira se suas (do condenado) últimas palavras encerrassem uma verdade; e morreria na forca se falasse uma falsidade. O condenado disse: vou morrer na forca. Em conseqüência, o rei não pôde executá-lo nem na fogueira (se não o condenado teria dito uma falsidade, devendo então ser morto na forca) nem na forca (senão o condenado teria falado uma verdade, devendo então ser morto na fogueira)".

Malba Tahan (pseudônimo usado por Júlio César de Melo e Sousa), em seu livro *O Homem que Calculava* (disponível na íntegra em http://www.tse.gov.br/hotSites/biblioteca/corujita/arquivos/O_homem_que_calculava.pdf) também apresenta um conhecido problema que recai na mesma situação: o problema da escrava dos olhos azuis. Apresentamos abaixo a transcrição deste problema que, segundo a história do livro, foi apresentada pelo Califa Al-Motacém ao viajante e pródigo calculista, Beremiz:

> "— O problema, na sua expressão mais simples, é o seguinte: Tenho cinco lindas escravas; comprei-as há poucos meses, de um príncipe mongol. Dessas cinco encantadoras meninas, duas têm os olhos negros, as três restantes têm os olhos azuis. As duas escravas de olhos negros, quando interrogadas, dizem sempre a verdade; as escravas de olhos azuis, ao contrário, são mentirosas, isto é, nunca dizem a verdade. Dentro de alguns minutos, essas cinco jovens serão conduzidas a este salão: todas elas terão o rosto inteiramente oculto por espesso véu. O haic que as envolve torna impossível entrever, em qualquer delas, o menor traço fisionômico. Terás que descobrir e indicar, sem a menor possibilidade de erro, quais as moças de olhos negros e quais as de olhos azuis. Poderás interrogar três das cinco escravas, não sendo permitido, em caso algum, fazer mais de uma pergunta à mesma jovem. Com auxílio das três respostas obtidas, o problema deverá ser solucionado, sendo a solução justificada com todo o rigor matemático. E as perguntas, ó calculista, devem ser de tal natureza que só as próprias escravas sejam capazes de responder com perfeito conhecimento.
>
> Momentos depois, sob os olhares curiosos dos circunstantes, apareciam no grande divã das audiências as cinco escravas de Al-Motacém. Apresentavam-se cobertas

com longos véus negros da cabeça aos pés; pareciam verdadeiros fantasmas do deserto.

— Eis aí – confirmou o emir com certo orgulho. – Eis aí as cinco jovens do meu harém. Duas têm (como já disse) os olhos pretos – e só dizem a verdade. As outras três têm os olhos azuis e mentem sempre!

Sentiu Beremiz que chegara o momento decisivo de sua carreira, o ponto culminante de sua vida. O problema formulado pelo califa de Bagdá, sobre ser original e difícil, poderia envolver embaraços e dúvidas imprevisíveis.

Ao calculista seria facultada a liberdade de argüir três das cinco raparigas. Como, porém, iria descobrir, pelas respostas, a cor dos olhos de todas elas? Qual das três deveria ele interrogar? Como determinar as duas que ficariam alheias ao interrogatório?

Havia uma indicação preciosa: as de olhos negros diziam sempre a verdade; as outras três (de olhos azuis) mentiam invariavelmente!

E isso bastaria?

Vamos supor que o calculista interrogasse uma delas. A pergunta devia ser de tal natureza que só a escrava interrogada soubesse responder. Obtida a resposta, continuaria a dúvida. A interrogada teria dito a verdade? Teria mentido? Como apurar o resultado, se a resposta certa não era por ele conhecida?

O caso era, realmente, muito sério.

As cinco embuçadas colocaram-se em fila ao centro do suntuoso salão. Fez-se grande silêncio. Nobres muçulmanos, cheiques e vizires acompanhavam com vivo interesse o desfecho daquele novo e singular capricho do rei.

O calculista aproximou-se da primeira escrava (que se achava no extremo da fila, à direita) e perguntou-lhe com voz firme e pausada:

— De que cor são os teus olhos?

Por Allah! A interpelada respondeu em dialeto chinês, totalmente desconhecido pelos muçulmanos presentes! Beremiz protestou. Não compreendera uma única palavra da resposta dada.

Ordenou o califa que as respostas fossem dadas em árabe puro, e em linguagem simples e precisa.

Aquele inesperado fracasso veio agravar a situação do calculista. Restavam-lhe, apenas, duas perguntas, pois a primeira já era considerada inteiramente perdida para ele.

Beremiz, que o insucesso não havia conseguido desalentar, voltou-se para a segunda escrava e interrogou-a:

— Qual foi a resposta que a sua companheira acabou de proferir? – Disse a segunda escrava:

— As palavras dela foram: "Os meus olhos são azuis". Essa resposta nada esclarecia. A segunda escrava teria dito a verdade ou estaria mentindo? E a primeira? Quem poderia confiar em suas palavras?

A terceira escrava (que se achava no centro da fila) foi interpelada a seguir, pelo calculista, da seguinte forma:

— De que cor são os olhos dessas duas jovens que acabo de interrogar?

A essa pergunta – que era, aliás, a última a ser formulada – a escrava respondeu:

— A primeira tem os olhos negros e a segunda, os olhos azuis!

Seria verdade? Teria ela mentido? O certo é que Beremiz, depois de meditar por alguns minutos, aproximou-se tranqüilo do trono e declarou:

— Comendador dos Crentes, Sombra de Allah na Terra! O problema proposto está inteiramente resolvido e a sua solução pode ser anunciada com absoluto rigor matemático. A primeira escrava (à direita) tem olhos negros; a segunda tem os olhos azuis; a terceira tem os olhos negros e as duas últimas têm olhos azuis!

Erguidos os véus e retirados os pesados haics, as jovens apareceram sorridentes, os rostos descobertos. Ouviu-se um ialá de espanto no grande salão. O inteligente Beremiz havia dito, com precisão admirável, a cor dos olhos de todas elas!"

Fonte: O Homem que Calculava – autor: Malba Tahan.

Como teria sido capaz Beremiz de solucionar o desafio proposto pelo califa?

A solução é razoavelmente simples e fundamenta-se na análise das respostas dadas pelas moças, que pode conduzir a paradoxos.

A primeira escrava somente poderia ter respondido que tinha olhos castanhos, pois se azuis fossem, ela mentiria, dizendo que são castanhos; por outro lado, se fossem castanhos, ela diria a verdade, e a resposta seria "castanhos". Mas essa moça respondeu em outra língua, o que impediu que Beremiz compreendesse – e na verdade, isso acabou sendo bom para ele, como poderemos constatar a seguir.

Quando perguntou à segunda moça qual tinha sido a resposta da primeira, e ela respondeu que a primeira tinha dito que os olhos dela eram azuis, claramente esta moça mentiu, pois jamais poderia ter sido esta a resposta da primeira escrava – isto significa que a segunda moça tinha olhos azuis. Perguntando à terceira moça qual a cor dos olhos das outras duas, ao que esta respondeu "a primeira tem olhos negros e a segunda tem olhos azuis", Beremiz viu que esta disse a verdade em relação à segunda, tendo dito também a verdade, então, em relação à primeira – e, portanto, esta tinha olhos castanhos. Estavam definidas as cores dos olhos das cinco escravas. A primeira tinha olhos castanhos, a segunda, azuis, a terceira, castanhos, e as outras duas, olhos azuis, pois Beremiz sabia que duas tinham olhos castanhos e três tinham olhos azuis.

A ocorrência de paradoxos em Matemática fica evitada quando se restringe o universo do discurso, para que este não admita contradições ou impasses. A formulação da estrutura axiomática para a Matemática veio resolver este problema, por um lado restringindo a liberdade de expressão dos matemáticos, que passariam a ter que expressar-se em termos de linguagem lógica rígida, mas por outro lado libertando esta ciência dos paradoxos, dando-lhe o estatuto de inquestionabilidade que ela tem hoje.

O roteiro que apresentamos a seguir propõe uma atividade que você poderá realizar em parceria com o professor de artes ou de linguagem ou de literatura em sua escola. Ela propõe uma representação teatral que explora os aspectos ligados aos paradoxos em Matemática. É muito interessante, vale a pena experimentar!

2º Momento – Propor aos alunos problemas para que eles possam resolver

Desafio 1

Na floresta, a hiena mente às segundas, terças e quartas-feiras; a onça mente às quintas, sextas e sábados. Nos dias em que elas não mentem, elas dizem a verdade. Um dia, encontraram-se a hiena e a onça e deu-se este diálogo:

Hiena: Olá onça! Ontem eu menti.

Onça: Olá hiena! Eu também menti ontem.

Em que dia aconteceu este encontro?

R: Neste desafio, o segredo é fazer a análise considerando o que ocorre a cada dia da semana. O primeiro impulso do aluno normalmente é responder que o encontro ocorreu no domingo, provavelmente por ser o único dia que não foi mencionado neste texto. Mas essa não é a resposta correta, conforme poderemos ver abaixo.

	Onça	Hiena	Conclusão
Domingo	Verdade	Verdade	O encontro não pode ter ocorrido no domingo, pois não há possibilidade de que as duas estejam falando a verdade, uma vez que não há dia em que ambas mintam.
2ª feira	Verdade	Mentira	Se o encontro tiver ocorrido na 2ª feira, então a onça falou a verdade, o que implica em ontem ela ter mentido. Porém, ontem foi domingo, dia em que necessariamente ambas falam a verdade. Logo, esse encontro não pode ter ocorrido numa 2ª feira.
3ª feira	Verdade	Mentira	Se o encontro tiver ocorrido na terça-feira, a onça falou a verdade, então ontem ela mentiu. Porém ontem foi segunda-feira, dia em que ela fala a verdade. Logo, esse encontro não pode ter ocorrido numa 3ª feira.
4ª feira	Verdade	Mentira	Se o encontro tiver ocorrido numa 4ª feira, então a onça falou a verdade, o que significa que ontem ela mentiu. Porém ontem foi terça-feira, dia em que ela falaria a verdade. Logo, esse diálogo não poderia ter ocorrido na quarta-feira.
5ª feira	Mentira	Verdade	Se o encontro tiver ocorrido numa 5ª feira, a onça mentiu, o que significaria que ontem ela não teria mentido – e de fato, se hoje é 5ª feira, então ontem foi 4ª feira, dia em que a onça não mente. Por outro lado, na quinta-feira a hiena fala a verdade. A sua afirmativa de ter mentido ontem seria então verdadeira, o que é confirmado pelo fato de que na quarta-feira a hiena mente. Essa é a única alternativa possível.

6ª feira	Mentira	Verdade	Se o encontro tiver ocorrido numa 6ª feira, a hiena teria que ter falado a verdade, ou seja, ontem ela teria mentido. Porém ontem foi quinta-feira, dia em que a hiena fala a verdade, o que inviabiliza esta possibilidade.
Sábado	Mentira	Verdade	Se o encontro tiver ocorrido num sábado, a hiena teria falado a verdade, ou seja, ontem, sexta-feira, ela teria mentido. Entretanto, nas sextas-feiras a hiena fala a verdade, e portanto não poderia ter mentido, o que inviabiliza esta resposta.

Desafio 2 (fiscal trabalho 98 esaf)

Um crime foi cometido por uma e apenas uma pessoa de um grupo de cinco suspeitos: Armando, Celso, Edu, Juarez e Tarso. Perguntados sobre quem era o culpado, cada um deles respondeu:

Armando: “Sou inocente”

Celso: “Edu é o culpado”

Edu: “Tarso é o culpado”

Juarez: “Armando disse a verdade”

Tarso: “Celso mentiu”

Sabendo-se que apenas um dos suspeitos mentiu e que todos os outros disseram a verdade, pode-se concluir que o culpado é:

ATIVIDADE 2 –A Presença dos Números em Nossas Vidas (Roteiro de Ação 3)

*** HABILIDADE RELACIONADA:**H45 – Efetuar cálculos com números inteiros, envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação); H58 – Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados; H61 – Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

*** PRÉ-REQUISITOS:**Não há.

*** TEMPO DE DURAÇÃO:**100 minutos

*** RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:**Folha de atividades ou laboratório de informática.

*** ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Individual (caso seja feito em sala de aula) ou até três alunos (caso estejam no laboratório de informática).

*** OBJETIVOS:** Estudar a Linguagem Matemática e os Números na vida cotidiana.

*** METODOLOGIA ADOTADA:** Explorar o próprio cotidiano e ideias do aluno para mostrar a presença constante da matemática ao seu redor.

1º Momento – Produção Textual

Pra que a gente estuda Matemática? Números só existem pra complicar a vida do aluno na escola. Quem foi que inventou a Matemática? Não tinha nada melhor pra fazer?

Quantas vezes você já pensou nisso? Aposto que muitas... Mas você quer ter uma ideia da importância dos números na nossa vida cotidiana? Então siga as atividades que propomos abaixo!

Redija um texto descritivo sobre as suas atividades cotidianas durante a semana e nos finais de semana. Que rotina você costuma seguir? O que você faz desde o momento em que acorda até o momento de ir dormir? São coisas diferentes em dias de semana e em finais de semana?

Professor, dê um tempo para que seu aluno produza esse texto. Sugerimos que esta produção tenha em torno de 12 a 15 linhas, de forma que não fique nem muito longo, nem muito curto.

Troque o seu texto com alguns colegas e compare as atividades que vocês realizam em seu cotidiano. Escolha junto com seu grupo o relato mais interessante para ser compartilhado com a turma.

Neste momento, proponha que cada grupo leia o relato escolhido de um dos seus participantes. O intuito é que ocorra o compartilhamento de hábitos e rotinas cotidianas e que se perceba que a descrição baseada em medidas e números é algo intrínseco à prática humana cotidiana, sem que nós o sintamos.

Leia o texto de Clarice Lispector “Você é um número”

O professor deverá ter cópias para os alunos lerem o texto.

Você é um Número

Se você não tomar cuidado vira um número até para si mesmo. Porque a partir do instante em que você nasce classificam-no com um número. Sua identidade no Félix Pacheco é um número. O registro civil é um número. Seu título de eleitor é um número. Profissionalmente falando você também é. Para ser motorista, tem carteira com número, e chapa de carro. No Imposto de Renda, o contribuinte é identificado com um número. Seu prédio, seu telefone, seu número de apartamento - Tudo é número.

Se é dos que abrem crediário, para eles você também é um número. Se tem propriedades, também. Se é sócio de um clube tem um número. Se é imortal da Academia Brasileira de Letras tem número da cadeira.

É por isso que vou tomar aulas particulares de Matemática. Preciso saber das coisas. Ou aulas e Física. Não estou brincando: vou mesmo tomar aulas de Matemática, preciso saber alguma coisa sobre cálculo integral.

Se você é comerciante, seu alvará de Localização o classifica também. Se é contribuinte de qualquer obra de beneficência também é solicitado por um número. Se faz viagem de passeio ou de turismo ou de negócio recebe um número. Para tomar um avião, dão-lhe um número. Se possui ações também recebe um, como acionista de uma companhia. É claro que você é um número no recenseamento. Se é católico recebe um número de batismo. No Registro civil ou religioso você é numerado. Se possui personalidade jurídica tem. E quando a gente morre, no jazigo, tem um número. E a certidão de óbito também. Nós não somos ninguém? Protesto. Aliás é inútil o protesto. E vai ver meu protesto também é número.

A minha amiga contou que no Alto do Sertão de Pernambuco uma mulher estava com o filho doente, desidratado, foi ao Posto de Saúde. E recebeu a ficha com o número 10. Mas dentro do horário previsto pelo médico a criança não pode ser atendida porque só atenderam até o número 9. A criança morreu por causa de um número. Nós somos culpados. Se há uma guerra, você é classificado por um número. Numa pulseira com placa metálica, se não me engano. Ou numa corrente de pescoço, metálica.

E Deus não é número.

[...]

Sugerimos que você leve alguns dados sobre Clarice Lispector e compartilhe com seus alunos – algo bem rápido, só pra conhecer um pouco sobre a autora.

Você concorda com a sua afirmação de que somos números? Como você se posiciona em relação a isso? Isso é bom ou ruim? Por que os números são usados para rotular pessoas, como a autora afirma?

Este é um momento para permitir que os alunos reflitam sobre o texto da Clarice Lispector e sobre o que eles produziram. Conduza-os a imaginar como seria a vida sem os números e sobre as vantagens ou desvantagens que isso poderia apresentar frente ao nosso panorama atual.

Tente reescrever o seu texto sem fazer referência a nenhum tipo de linguagem numérica. Compartilhe com seus colegas, reeleja o texto do seu grupo que vai ser lido para a turma.

Este momento encerra a discussão nesta aula, onde os alunos certamente perceberão que é difícil pensar não numericamente em situações práticas cotidianas. Quando tentamos fazer isso, acabamos dando ênfase a outros aspectos que normalmente não damos quando não prestamos atenção aos números no texto.

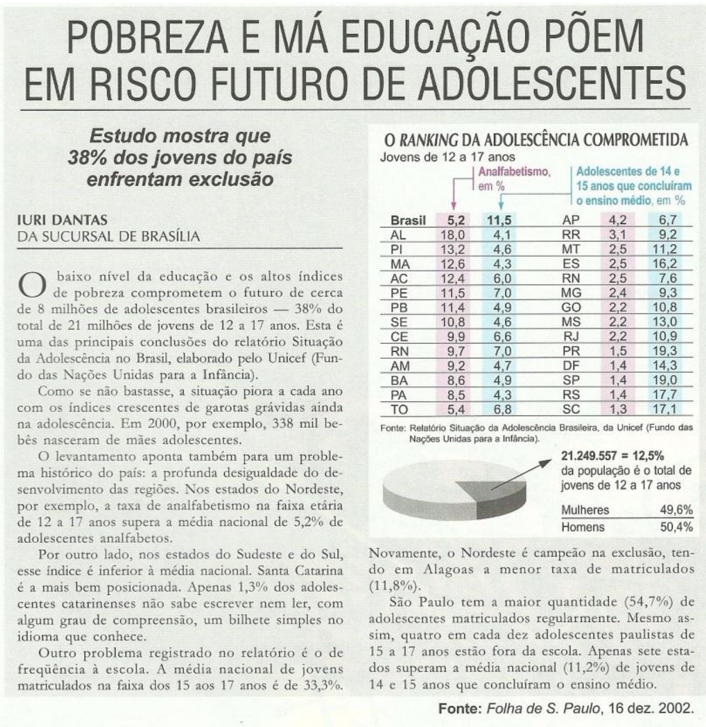
2º Momento – A Caça dos Números

Caso exista um laboratório de informática que comporte os alunos em grupos de até três alunos por computador, a atividade anterior poderá ser executada em um software de produção textual. Nesse caso, a história contada poderá não ser individual, talvez um mesclar do dia dos alunos em questão.

Com a disponibilidade de internet no laboratório de informática, os alunos poderão realizar esse segundo momento.

Proposta:

1º - Encontrar uma matéria de jornal ou revista digital que contenha dados de uma pesquisa;



POBREZA E MÁ EDUCAÇÃO PÕEM EM RISCO FUTURO DE ADOLESCENTES

Estudo mostra que 38% dos jovens do país enfrentam exclusão

IURI DANTAS
DA SUCURSAL DE BRASÍLIA

O baixo nível da educação e os altos índices de pobreza comprometem o futuro de cerca de 8 milhões de adolescentes brasileiros — 38% do total de 21 milhões de jovens de 12 a 17 anos. Esta é uma das principais conclusões do relatório Situação da Adolescência no Brasil, elaborado pelo Unicef (Fundo das Nações Unidas para a Infância).

Como se não bastasse, a situação piora a cada ano com os índices crescentes de garotas grávidas ainda na adolescência. Em 2000, por exemplo, 338 mil bebês nasceram de mães adolescentes.

O levantamento aponta também para um problema histórico do país: a profunda desigualdade do desenvolvimento das regiões. Nos estados do Nordeste, por exemplo, a taxa de analfabetismo na faixa etária de 12 a 17 anos supera a média nacional de 5,2% de adolescentes analfabetos.

Por outro lado, nos estados do Sudeste e do Sul, esse índice é inferior à média nacional. Santa Catarina é a mais bem posicionada. Apenas 1,3% dos adolescentes catarinenses não sabe escrever nem ler, com algum grau de compreensão, um bilhete simples no idioma que conhece.

Outro problema registrado no relatório é o de freqüência à escola. A média nacional de jovens matriculados na faixa dos 15 aos 17 anos é de 33,3%.

O *RANKING* DA ADOLESCÊNCIA COMPROMETIDA
Jovens de 12 a 17 anos

	Analfabetismo, em %	Adolescentes de 14 e 15 anos que concluíram o ensino médio, em %		Analfabetismo, em %	Adolescentes de 14 e 15 anos que concluíram o ensino médio, em %
Brasil	**5,2**	**11,5**	AP	4,2	6,7
AL	18,0	4,1	RR	3,1	9,2
PI	13,2	4,6	MT	2,5	11,2
MA	12,6	4,3	ES	2,5	16,2
AC	12,4	6,0	RN	2,5	7,6
PE	11,5	7,0	MG	2,4	9,3
PB	11,4	4,9	GO	2,2	10,8
SE	10,8	4,6	MS	2,2	13,0
CE	9,9	6,6	RJ	2,2	10,9
RN	9,7	7,0	PR	1,5	19,3
AM	9,2	4,7	DF	1,4	14,3
BA	8,6	4,9	SP	1,4	19,0
PA	8,5	4,3	RS	1,4	17,7
TO	5,4	6,8	SC	1,3	17,1

Fonte: Relatório Situação da Adolescência Brasileira, da Unicef (Fundo das Nações Unidas para a Infância).

Novamente, o Nordeste é campeão na exclusão, tendo em Alagoas a menor taxa de matriculados (11,8%).

São Paulo tem a maior quantidade (54,7%) de adolescentes matriculados regularmente. Mesmo assim, quatro em cada dez adolescentes paulistas de 15 a 17 anos estão fora da escola. Apenas sete estados superam a média nacional (11,2%) de jovens de 14 e 15 anos que concluíram o ensino médio.

Fonte: *Folha de S. Paulo*, 16 dez. 2002.

2º - Encontrar um site que não contenha nenhum número ou nenhuma relação com números.

Uma vez que os alunos estarão em trios, é muito provável que ao menos um deles tenha bom domínio da internet. Dessa forma a primeira atividade será relativamente fácil.
A segunda atividade é um pouco mais complicada, devido à presença dos números em nossa vida. Caso algum aluno acredite ter encontrado, o professor poderá falar sobre as ciências da computação (é importante que o professor pesquise antes sobre o assunto caso não tenha domínio sobre o assunto) nesse contexto, o professor poderá explanar sobre o fato de que toda a programação de um computador é feita com números. E que é muito importante ao profissional dessa área conhecer muito bem matemática e raciocínio lógico.

Para finalizar esse segundo momento, o professor deverá explanar sobre a presença dos números, e a facilidade que eles trazem, quantificando, enumerando, ordenando, etc.

ATIVIDADE 3 – Introdução a Teoria dos Conjuntos

*** HABILIDADE RELACIONADA:**H 94 – Resolver problema usando operações com conjuntos.

*** PRÉ-REQUISITOS:**Não há.

*** TEMPO DE DURAÇÃO:**300 minutos

*** RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:**Quadro e piloto.

*** ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Individual.

*** OBJETIVOS:**Reconhecer os símbolos lógicos que trazem formalidade para a matemática e suas funções na Teoria dos Conjuntos.

*** METODOLOGIA ADOTADA:**A atividade será teórica, mas sempre buscando trazer os exemplos da semana anterior para reforçar e contextualizar o assunto.

1º Momento – Conteúdo teórico sobre a Teoria dos Conjuntos

Um exemplo que pode ser inserido na introdução dessa atividade é a contextualização utilizando os próprios alunos e o meio no qual estão inseridos.

Vamos imaginar que cada aluno é um elemento do conjunto turma. Assim podemos trabalhar as relações de pertinência entre elementos e conjuntos.

Por outro lado, a turma pertence a um conjuntos de varias outras turmas, que por fim são subconjuntos do conjunto Escola. Sendo assim, o professor pode exemplificar as relações entre conjuntos.

Em um nível ainda mais elevado o professor poderá exemplificar que as escolas são subconjuntos de uma conjunto ainda maior, SEEDUC.

Com esse exemplo trabalhei várias relações nas quais os alunos por estarem inseridos receberam de uma forma muito melhor e clara.

Como em qualquer assunto a ser estudado, a Matemática também exige uma linguagem adequada para o seu desenvolvimento.

A teoria dos Conjuntos representa instrumento de grande utilidade nos diversos desenvolvimentos da Matemática, bem como em outros ramos das ciências físicas e humanas. Devemos aceitar, inicialmente, a existência de alguns conceitos primitivos (noções que adotamos sem definição) e que estabelecem a linguagem do estudo da **teoria dos Conjuntos.** Adotaremos a existência de três conceitos primitivos: elemento**, conjunto** e pertinência. Assim é preciso entender que, cada um de nós é um **elemento** do **conjunto** de moradores desta cidade, ou melhor, cada um de nós é um elemento que pertence ao **conjunto** de habitantes da cidade, mesmo que não tenhamos definido o que é **conjunto**, o que é elemento e o que é pertinência.

2. Notação e Representação

A notação dos **conjuntos** é feita mediante a utilização de uma letra maiúscula do nosso alfabeto e a representação de um **conjunto** pode ser feita de diversas maneiras, como veremos a seguir.

A. Listagem dos Elementos

Apresentamos um **conjunto** por meio da listagem de seus elementos quando relacionamos todos os elementos que pertencem ao **conjunto** considerado e envolvemos essa lista por um par de chaves. Os elementos de um **conjunto**, quando apresentados na forma de listagem, devem ser separados por vírgula ou por ponto-e-vírgula, caso tenhamos a presença de números decimais.

Exemplos

1º) Seja *A* o **conjunto** das cores da bandeira brasileira, então:
A = {verde, amarelo, azul, branco}

2º) Seja *B* o **conjunto** das vogais do nosso alfabeto, então:
B = {a, e, i, o, u}

3º) Seja *C* o **conjunto** dos algarismos do sistema decimal de numeração, então:
C = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

B. Uma Propriedade de seus elementos

A apresentação de um **conjunto** por meio da listagem de seus elementos traz o inconveniente de não ser uma notação prática para os casos em que o **conjunto** apresenta uma infinidade de elementos. Para estas situações, podemos fazer a apresentação do **conjunto** por meio de uma propriedade que sirva a todos os elementos do **conjunto** e somente a estes elementos.

$A = \{x \,/\, x$ possui uma determinada propriedade $P\}$

Exemplos

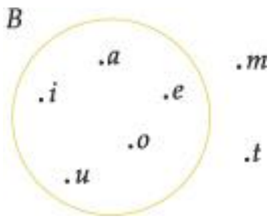
1º) Seja B o **conjunto** das vogais do nosso alfabeto, então:
$B = \{x \,/\, x$ é vogal do nosso alfabeto$\}$

2º) Seja C o **conjunto** dos algarismos do sistema decimal de numeração, então:
$C = \{x/x$ é algarismo do sistema decimal de numeração$\}$

C. Diagrama de Euler-Ven

A apresentação de um **conjunto** por meio do diagrama de Euler-Venn é gráfica e, portanto, muito prática. Os elementos são representados por pontos interiores a uma linha fechada não entrelaçada. Dessa forma, os pontos exteriores à linha representam elementos que não pertencem ao **conjunto** considerado.

Exemplo



3. Relação de Pertinência

Quando queremos indicar que um determinado elemento x faz parte de um **conjunto** A, dizemos que o elemento x **pertence** ao conjunto A e indicamos:

$$\boxed{x \in A}$$

em que o símbolo ∈é uma versão da letra grega epsílon e está consagrado em toda matemática como símbolo indicativo de pertinência. Para indicarmos que um elemento *x***não pertence** ao conjunto *A*, indicamos:

$$\boxed{x \notin A}$$

Exemplo

Consideremos o conjunto: $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

O algarismo 2**pertence** ao conjunto *A*:

$$\boxed{2 \in A}$$

O algarismo 7**não pertence** ao conjunto *A*:

$$\boxed{7 \notin A}$$

4. Relação de Inclusão Subconjuntos

Dizemos que o **conjunto***A* está contido no **conjunto** B se **todo** elemento que pertencer a *A*, pertencer também a *B*. Indicamos que o **conjunto***A* está contido em *B* por meio da seguinte símbologia:

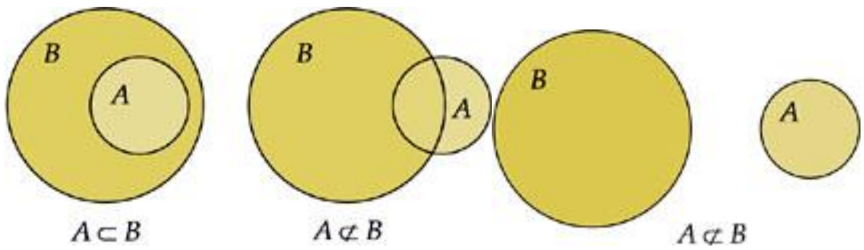
$\boxed{A \subset B}$ (lê-se: *A* contido em *B*)

Obs. – Podemos encontrar em algumas publicações uma outra notação para a relação de inclusão:

$\boxed{B \supset A}$ (lê-se: B contém A)

O **conjunto***A* não está contido em *B* quando existe pelo menos um elemento de *A* que não pertence a *B*. Indicamos que o **conjunto***A* não está contido em *B* desta maneira:

$\boxed{A \not\subset B}$ (lê-se: *A* não está contido em *B*)



Se o conjunto *A* está contido no conjunto *B*, dizemos que *A* é um **subconjunto** de *B*. Como todo elemento do conjunto *A* pertence ao **conjunto***A*, dizemos que *A* é **subconjunto** de *A* e, por extensão, todo **conjunto** é **subconjunto** dele mesmo.

Importante – A relação de pertinência relaciona um elemento a um **conjunto** e a relação de inclusão refere-se, sempre, a dois **conjuntos**.

Errado: $2 \subset \{0, 2, 4, 6, 8\}$

$\{2\} \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$

Correto: $2 \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$

$\{2\} \subset \{0, 2, 4, 6, 8\}$

$\{2\} \in \{0, \{2\}, 4, 6, 8\}$

$\{2\} \not\subset \{0, \{2\}, 4, 6, 8\}$

Podemos notar que existe uma diferença entre 2 e {2}. O primeiro é o elemento 2, e o segundo é o **conjunto** formado pelo elemento 2. Um par de sapatos e uma caixa com um par de sapatos são coisas diferentes e como tal devem ser tratadas.

Podemos notar, também, que, dentro de um conjunto, um outro**conjunto** pode ser tratado como um de seus elementos. Vejamos o exemplo a seguir:

{1, 2} é um conjunto, porém no **conjunto**

A = {1, 3, {1, 2}, 4} ele será considerado um elemento, ou seja, $\{1, 2\} \in A$.

Uma cidade é um conjunto de pessoas que representam os moradores da cidade, porém uma cidade é um elemento do **conjunto** de cidades que formam um Estado.

5. Conjuntos Especiais

Embora **conjunto** nos ofereça a idéia de “reunião” de elementos, podemos considerar como **conjunto** agrupamentos formados por um só elemento ou agrupamentos sem elemento algum.

Chamamos de conjunto unitário aquele formado por um só elemento.

Exemplos

1º)**Conjunto** dos números primos, pares e positivos: {2}

2º)**Conjunto** dos satélites naturais da Terra: {Lua}

3º)**Conjunto** das raízes da equação $x + 5 = 11$: {6}

Chamamos de conjunto vazio aquele formado por nenhum elemento. Obtemos um **conjunto** vazio considerando um **conjunto** formado por elementos que admitem uma propriedade impossível.

Exemplos

1º)**Conjunto** das raízes reais da equação:

$x^2 + 1 = 0$

2º)**Conjunto**: $\{x / x \neq x\}$

O **conjunto** vazio pode ser apresentado de duas formas: $\varnothing$ ou { } $\varnothing$ (é uma letra de origem norueguesa). Não podemos confundir as duas notações representando o **conjunto** vazio por { $\varnothing$ }, pois estaríamos apresentando um **conjunto** unitário cujo elemento é o $\varnothing$.

O conjunto vazio está contido em qualquer **conjunto** e, por isso, é considerado subconjunto de qualquer **conjunto**, inclusive dele mesmo.

Demonstração

Vamos admitir que o **conjunto** vazio não esteja contido num dado **conjunto***A*. Neste caso, existe um elemento *x* que pertence ao **conjunto** vazio e que não pertence ao **conjunto***A*, o que é um absurdo, pois o **conjunto** vazio não tem elemento algum. Conclusão: o **conjunto** vazio está contido no **conjunto***A*, qualquer que seja *A*.

6. Conjunto Universo

Quando desenvolvemos um determinado assunto dentro da matemática, precisamos admitir um **conjunto** ao qual pertencem os elementos que desejamos utilizar. Este **conjunto** é chamado de conjunto universo e é representado pela letra maiúscula *U*.

Uma determinada equação pode ter diversos **conjuntos** solução de acordo com o conjunto universo que for estabelecido.

Exemplos

1º) A equação $2x^3 - 5x^2 - 4x + 3 = 0$ apresenta:

$S = \left\{\frac{1}{2}, -1, 3\right\}$ se $U = R$

$S = \{-1, 3\}$ se $U = Z$

$S = \{3\}$ se $U = N$

7. Conjunto de Partes

Dado um conjunto *A*, dizemos que o seu conjunto de partes, representado por *P* (*A*), é o **conjunto** formado por todos os subconjuntos do conjunto *A*.

A. Determinação do Conjunto de partes

Vamos observar, com o exemplo a seguir, o procedimento que se deve adotar para a determinação do **conjunto** de partes de um dado **conjunto***A*. Seja o **conjunto***A* = {2, 3, 5}. Para obtermos o conjunto de partes do **conjunto***A*, basta escrevermos todos os seus subconjuntos:

1º) Subconjunto vazio: $\varnothing$, pois o **conjunto** vazio é subconjunto de qualquer conjunto.

2º) Subconjuntos com um elemento: {2}, {3}, {5}.

3º) Subconjuntos com dois elementos: {2, 3}, {2, 5} e {3, 5}.

4º) Subconjuntos com três elementos:*A* = {2, 3, 5}, pois todo **conjunto** é subconjunto dele mesmo.

Assim, o **conjunto** das partes do **conjunto***A* pode ser apresentado da seguinte forma: *P*(*A*) = {$\varnothing$, {2}, {3}, {5}, {2, 3}, {2, 5}, {3, 5}, {2, 3, 5}}

B. Número de Elmentos do conjunto de partes

Podemos determinar o número de elementos do **conjunto** de partes de um **conjunto***A* dado, ou seja, o número de subconjuntos do referido **conjunto**, sem que haja necessidade de escrevermos todos os elementos do conjunto *P* (*A*). Para isso, basta partirmos da idéia de que cada elemento do **conjunto***A* tem duas opções na formação dos subconjuntos: ou o elemento pertence ao subconjunto ou ele não pertence ao subconjunto e, pelo uso do princípio multiplicativo das regras de contagem, se cada elemento apresenta duas opções, teremos:

$$\boxed{n\,[P(A)] = 2^{n(A)}}$$

Observemos o exemplo anterior: o conjunto *A* = {2, 3, 5} apresenta três elementos e, portanto, é de se supor, pelo uso da relação apresentada, que *n* [*P* (*A*)] = 23 = 8, o que de fato ocorreu.

8. Igualdade de Conjuntos

Dois **conjuntos** são iguais se, e somente se, eles possuírem os mesmos elementos, em qualquer ordem e independentemente do número de vezes que cada elemento se apresenta. Vejamos os exemplos:

{1, 3, 7} = {1, 1, 1, 3, 7, 7, 7, 7} = {7, 3, 1}

Observação

Se o **conjunto***A* está contido em *B* ($A \subset B$) e *B* está contido em *A* ($B \subset A$), podemos afirmar que *A* = *B*.

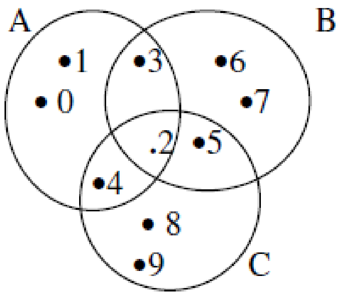
2º Momento – Exercícios

01- Sendo A = { 3, 4, 5, 6, 7} e B = {5, 6, 7, 8, 9 ...}, determine:

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$

02. Observe o diagrama e responda:

Quais os elementos dos conjuntos abaixo:



a) A =

b) B =

c) C =

d) ($A \cap B$) $\cup$ ($B \cap C$) =

e) $A \cap C \cup B$

03 - São dados os conjuntos

A = {x Î IN / x é impar},

B = {x Î Z / – 3 £ x < 4} e

C = {x Î Z / x < 6}.

Calcule

a) A =

b) B =

c) C =

d) ($A \cap B$) $\cup$ ($B \cap C$) =

04. (MACKENZIE – SP) Se A e B são dois conjuntos tais que A Ì B e A ¹ Æ, então:

a) sempre existe x Î a tal que x Ï B

b) sempre existe x Î b tal que x Ï A

c) se x Î B então x Î A

d) se x Ï B então x Ï A

e) A Ç B = Æ

05. Em uma escola, 100 alunos praticam vôlei, 150 futebol, 20 os dois esportes e 110 alunos nenhum. O número total de alunos é
a) 230 b) 300 c) 340 d) 380

AVALIAÇÃO

A avaliação que envolva o professor e os alunos deve ser conduzida com o 2º Momento da Atividade 3. A tarefa deve ser realizada de forma individual para que o professor possa diagnosticar e ajudar cada aluno de forma diferenciada.

A atividade consiste na resolução de problemas. Essa atividade atende o tópico H 94 – Resolver problema usando operações com conjuntos,da Matriz do Saerjinho, onde o aluno irá se deparar com diversos tipos de problemas envolvendo a Teoria dos Conjuntos.

Note que por serem os primeiros exercícios desse tipo que o aluno irá fazer, ele poderá apresentar diversas dúvidas que podem e devem ser sanadas juntamente com toda a turma para um melhor entendimento e compreensão por parte de todos.

REFERÊNCIAS

DANTE, Luiz Roberto – Matemática: Contexto e Aplicação. São Paulo: Ática, 2010.

SILVA, Claudio Xavier da, BARRETO, Benigno Filho – Matemática Aula por Aula. São Paulo: FTD, 2005.

ROTEIROS DE AÇÃO e TEXTOS – Teoria dos Conjuntos –Curso de Formação Continuada - 1º ano do Ensino Médio – 1º bimestre –disponível emhttp://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/mod/glossary/view.php?id=6192

Teoria dos Conjuntos – Vestibulando – disponível em: http://www.vestibulandoweb.com.br/matematica/teoria/conjuntos.asp - acessado em: 11/02/2013.