

**FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ - SEEDUC**

Matemática – 2º ano – 3º bimestre/2013

Tutora: Andréa Silva de Lima

Grupo: 1

PLANO DE TRABALHO SOBRE MATRIZES E DETERMINANTES

Aluna: Daniela B. Gomes da Silva Malheiros

danielabgs@yahoo.com.br

1. Introdução

O conteúdo de Matrizes e Determinantes ainda hoje é apresentado em alguns livros didáticos sem uma adequada contextualização ou aplicação, com utilização de regras que muitas vezes não fazem sentido na realidade dos alunos.

Em busca de uma aprendizagem mais significativa, busca-se fazer uma abordagem de Matrizes e Determinantes com exemplos reais e problemas inclusive interdisciplinares, que chamem a atenção dos alunos e os ajude a se identificar melhor com o conteúdo.

Serão propostas atividades em sala de aula e no laboratório, onde os alunos consigam obter um pouco mais de facilidade e gosto em aprender esse conteúdo, incentivando a aprendizagem.

2. Estratégias adotadas no Plano de Trabalho

Optou-se então em iniciar este trabalho com uma atividade simples, usando exercícios retirados de livros didáticos e sites, contendo problemas que envolvam tipos e operações com matrizes. Depois serão feitas outras atividades em sala e no laboratório de informática, com o uso de vídeos e softwares matemáticos.

Durante todas as atividades em sala ou no laboratório o professor deverá interagir para que os alunos se sintam motivados em buscar soluções e discuti-las coletivamente. Os programas usados no laboratório são de simples manuseio, não exigindo muita habilidade, contudo os alunos deverão ser

conduzidos, de maneira que a falta de conhecimento prévio do software não atrapalhe o desenvolvimento das atividades.

É importante ressaltar que antes da aplicação desse Plano de Trabalho serão trabalhados em sala de aula o conceito de matriz, bem como os tipos e características principais e operações básicas. Dessa maneira, as atividades propostas virão a colaborar com a aprendizagem e melhor fixação do conteúdo.

3. Atividades Desenvolvidas

ATIVIDADE 1 (em sala de aula)

Habilidade relacionada: Matrizes

Pré-requisitos: conceito de matriz, tipos de matrizes.

Tempo de Duração: Duas aulas de 50 minutos.

Recursos Educacionais Utilizados: folhas de atividades.

Organização da turma: em duplas.

Objetivos: com esta atividade espera-se que os alunos sejam capazes de identificar elementos da matriz, a escrever uma matriz dadas informações sobre ela, bem como adicionar e subtrair matrizes.

Metodologia adotada: esta aula será baseada em exercícios retirados do livro Matemática – Coleção Novo Olhar, 2º ano, autor Joamir de Souza.

Folha de Atividades

1) O tabuleiro de xadrez pode ser associado a uma matriz de ordem 8 x 8, cujas linhas são numeradas de 1 a 8 e as colunas são identificadas, em ordem alfabética, de a a h.

Observe abaixo o tabuleiro de xadrez com as peças em certo momento de uma partida.



- Qual a posição da torre branca? _____
- Qual a posição do rei preto? _____
- Qual a posição da rainha branca? _____
- Sabendo que o cavalo é a única peça do jogo que pode “pular” sobre as outras e que seu movimento é semelhante a um “L”, isto é, ele se desloca duas casas em um sentido (vertical ou horizontal) e uma casa no outro, para quais posições o cavalo preto pode se movimentarem uma única jogada?
- Que outros jogos de tabuleiro você conhece que também utilizam as linhas e colunas para indicar a posição de peças, números ou objetos?

2) A tabela Periódica apresenta a distribuição dos elementos químicos existentes na natureza de acordo com suas características e propriedades. As linhas da tabela são denominadas **período**, e as colunas, **grupo**.

A distribuição dos elementos é feita da seguinte maneira: elementos que possuem o mesmo número de camadas de elétrons estão em um mesmo

período e elementos que possuem características físicas e químicas semelhantes estão no mesmo grupo.

1A		2A																	8A
1	H																		2
3	Li	4	Be																10
11	Na	12	Mg	3B	4B	5B	6B	7B	8B		1B	2B	3A	4A	5A	6A	7A	18	
19	K	20	Ca	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	Rb	38	Sr	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54
55	Cs	56	Ba	57-71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86
87	Fr	88	Ra	89-103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118
NF Atômico Símbolo Nome				57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	
				La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu	
				Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr	

- a) Qual o número de períodos da tabela periódica?
- b) Qual o número de grupos?
- c) Quantos elementos pertencem ao período 3?
- d) E ao período 5?
- e) Qual é o símbolo do elemento do:
 - período 3 e grupo 14: _____
 - período 6 e grupo 11: _____
 - período 2 e grupo 17: _____
- f) Indique a que período e grupo pertence o elemento de símbolo:
 - Zn: _____
 - Cl: _____
 - Db: _____
 - Hg: _____

3) O esquema abaixo apresenta as rotas oferecidas por uma companhia aérea.



a) Crie, em forma de tabela, uma matriz $C = (c_{ij})_{5 \times 5}$ tal que:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se existe percurso direto da cidade } i \text{ para a cidade } j \\ 0, & \text{se não existe percurso direto da cidade } i \text{ para a cidade } j \end{cases}$$

b) sabendo que a passagem para cada percurso é R\$85,00, qual o menor custo para uma viagem de ida e volta de Rio Branco a Boa Vista?

4) A secretária de uma escola de idiomas organizou o número de alunos matriculados em cada curso em um planilha eletrônica.

E	F	G	H	I
Número de Alunos				
	Idioma			
Turno	Inglês	Espanhol	Francês	
manhã	13	15	7	
tarde	6	5	4	
noite	24	20	12	

a) Escreva a matriz A que representa os dados da planilha.

b) Determine a matriz A^t .

c) O que representam as linhas da matriz A^t ?

d) E as colunas?

5) Uma empresa de telefonia fixa oferece a seus clientes duas opções de planos residenciais. As matrizes J, F e M indicam as vendas desses planos em uma área de cobertura que abrange 4 bairros, respectivamente, nos meses de janeiro, fevereiro e março. Nelas, as linhas indicam respectivamente os tipos de plano, I e II, e as colunas, os bairros A, B, C e D.

$$J = \begin{bmatrix} 15 & 25 & 22 & 19 \\ 23 & 16 & 18 & 21 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 18 & 24 & 22 & 25 \\ 20 & 21 & 19 & 23 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 22 & 25 & 20 & 23 \\ 22 & 20 & 26 & 19 \end{bmatrix}$$

- a) Escreva a matriz $T_{2 \times 4}$ que representa o total de vendas dos planos I e II em cada bairro no trimestre apresentado.
- b) Em que bairro foi vendido o maior número de unidades do plano I? E do plano II?

Descritores associados

H33 - Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes.

ATIVIDADE 2

Habilidade relacionada: matriz inversa, criptografia.

Pré-requisitos: conceito de matriz, tipos de matrizes, operações com matrizes.

Tempo de Duração: duas aulas de 50 minutos.

Recursos Educacionais Utilizados: projetor e multimídia e notebook; folha de atividades.

Organização da turma: em grupos de 3 ou 4 alunos.

Objetivos: após estas atividades espera-se que os alunos sejam capazes de encontrar matrizes inversas com maior facilidade, bem como conhecer a criptografia e como as matrizes podem ser utilizadas para criptografar mensagens, e construir mensagens criptografadas.

.

Metodologia adotada: Esta aula será baseada em atividades retiradas do link <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=45417>, no vídeo Matrizes e Criptografia, acessado através do link

<http://www.youtube.com/watch?v=9XT3p5mYdak>, e em exercícios do livro Matemática – Coleção Novo Olhar, 2º ano, autor Joamir de Souza.

1ª PARTE

Etapa 1: Criando

Com a turma dividida em grupos o professor deverá escrever no quadro uma matriz 3x3 com as entradas vazias e solicitar para cada grupo três números, cada grupo deverá escolher números distintos, ou seja, dois grupos não deverão escolher os mesmos três números, essa matriz deverá ser chamada de A. Segue um exemplo dessa matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 5 & 6 & 9 \\ 1 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

Etapa 2: Problematizando

O professor deverá solicitar aos grupos que multipliquem a matriz A por outra matriz (os alunos a chamarão de matriz B) de modo que o resultado da multiplicação resulte em uma matriz identidade.

Etapa 3: Questionando

Os grupos deverão responder as seguintes perguntas e posteriormente apresentar as respostas para o restante da turma:

- a) Qual é o tipo da matriz B?
- b) Qual é a matriz B encontrada pelo grupo?

Os grupos deverão apresentar ao restante da turma suas respostas.

Em seguida o professor deverá propor as seguintes questões aos alunos:

- 1) Por que o tipo das matrizes B e identidade são iguais?

Espera-se que os alunos respondam que isso acontece porque a matriz resultante da multiplicação é quadrada e nesta a quantidade de linhas é determinada pela matriz A e a quantidade de colunas é determinada pela matriz B, como a matriz A possui três linhas então a matriz identidade deverá ser uma matriz 3x3, como o número de colunas de B e a identidade é igual resulta que a matriz B possui três colunas, por fim, a multiplicação entre matrizes só é possível se o número de colunas da matriz A for igual ao número de linhas da matriz B, como A

possui três colunas, a matriz B deverá ter três linhas. Portanto, B e a identidade possuem o mesmo tipo.

2) A matriz B é única?

Espera-se que os alunos respondam sim, pois a mesma matriz foi encontrada por todos (o professor deverá explorar esta pergunta na sistematização).

Neste momento o professor deverá formalizar o conceito de matriz inversa, mostrando aos seus alunos que a matriz B é a inversa da matriz A da seguinte forma: “Suponha que B e C são inversas da matriz A , assim $AB = BA = I$ e $AC = CA = I$, logo $B = C$.”

O professor deverá solicitar aos alunos que tentem iniciar a demonstração de que $B=C$. Espera-se que a demonstração construída seja semelhante a esta:

$$B = BI = B(AC) = (BA)C = IC = C, \text{ portanto, } B = C.$$

2ª PARTE

Acessar o vídeo **Matrizes e Criptografia**, acessado através do link <http://www.youtube.com/watch?v=9XT3p5mYdak>.

Após a apresentação do vídeo, deverá ser discutido com os alunos sobre a criptografia e o que eles conseguiram ver de aplicação de matrizes nele. Então será distribuída uma folha para os alunos com o conteúdo abaixo.

Folha de Atividades

A criptografia é um dos grandes temas debatidos atualmente. Transações eletrônicas, como serviços disponíveis na internet e movimentações bancárias, dependem dela para manter o sigilo dos dados.

A palavra criptografia é derivada de *kriptos*, que em grego significa oculto, escondido. Contudo, a criptografia não tem como objetivo ocultar a existência de uma mensagem, mas esconder o seu significado.

De acordo com um protocolo específico, denominado chave, estabelecido previamente pelo receptor e pelo transmissor, o texto é codificado para tornar a mensagem incompreensível a terceiros. O receptor torna a mensagem compreensível ao decodificá-la por meio da chave.

Um dos métodos utilizados para criptografar mensagens é por meio de matrizes. Para isso, podemos, por exemplo, relacionar as letras do alfabeto e o símbolo #, que representa um espaço em branco, a números primos da seguinte maneira:

#	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	
47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103	

Convertendo a mensagem CÓDIGO SECRETO para a forma numérica mostrada nos quadros acima, obtemos:

C	O	D	I	G	O	#	S	E	C	R	E	T	O
7	53	11	29	19	53	2	71	13	7	67	13	73	53

Suponha que a chave utilizada seja a matriz invertível $A = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$. Como essa matriz é de ordem 2, organizamos a sequência de números como elementos de uma matriz B com duas linhas, ou seja:

$$B = \begin{bmatrix} 7 & 53 & 11 & 29 & 19 & 53 & 2 \\ 71 & 13 & 7 & 67 & 13 & 73 & 53 \end{bmatrix}$$

Ao realizar a multiplicação A.B, obtemos a matriz C, que será enviada ao receptor. Recebida a mensagem, ele a decodifica multiplicando a inversa da chave por C, ou seja $A^{-1} \cdot C = B$. Por fim, o receptor, utilizando a associação entre letras e números, poderá obter a mensagem original.

- Determine a matriz C enviada ao receptor no exemplo apresentado.
- Mostre que a mensagem codificada no item a, ao ser decodificada, gera a mensagem original.
- Agora é a sua vez de criar!
 - Escolha outra maneira de relacionar números e letras
 - Defina outra matriz chave
 - Escreva uma mensagem a ser codificada por meio de uma matriz.
 - Envie essa mensagem a um colega, disponibilizando a ele a matriz chave e a relação letra/número. Peça que ele decodifique a mensagem.
 - Por fim, verifique se a mensagem secreta foi obtida.

Para escrever a sequência de números em formato de matriz basta contar a quantidade de elementos e dividi-los em duas partes, das quais a primeira

parte é a primeira linha da matriz e a segunda parte é a segunda linha da matriz.

Descritores associados

H33 - Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes.

Atividade 3 (laboratório de informática)

Habilidade relacionada: resolução de problemas que envolvem matrizes e determinantes.

Pré-requisitos: matrizes: tipos, características, operações, determinantes.

Tempo de Duração: Duas aulas de 50 minutos.

Recursos Educacionais Utilizados: laboratório de informática com no mínimo 15 computadores com acesso à internet e Java instalado; folha de atividades.

Organização da turma: em duplas.

Objetivos: após esta atividade espera-se que os alunos sejam capazes de se familiarizar com softwares matemáticos, bem como realizar com facilidade operações com matrizes, e cálculo de determinantes.

Metodologia adotada: No laboratório, será distribuída uma folha de atividades. Depois, pedir que os alunos acessem o link <http://www.profcardy.com/calculadoras/aplicativos.php?calc=20>. Esse aplicativo é uma calculadora online de matrizes, onde eles deverão verificar se suas respostas estão corretas.

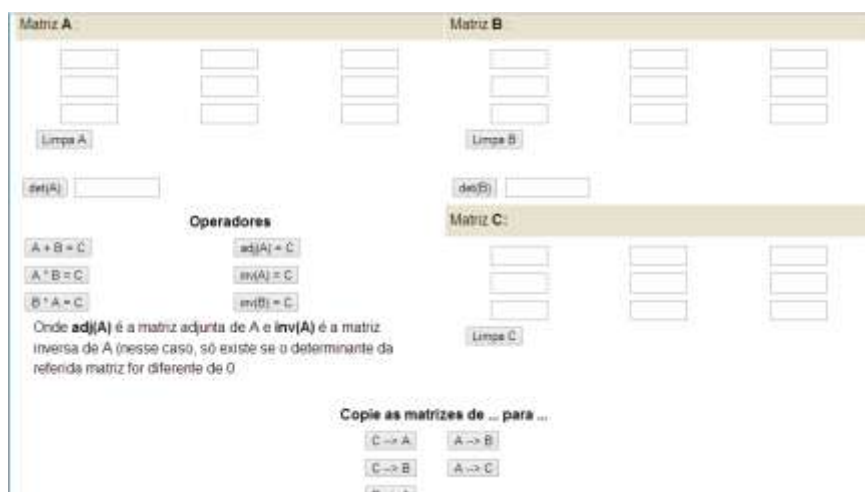


Imagem 1 – tela inicial da calculadora online de matrizes

Folha de Atividades

1) Escreva duas matrizes. A, B, quadradas de ordem 3. Calcule:

- a) A matriz $A + B$.
- b) A matriz $A.B$.
- c) A matriz $B.A$.
- d) A matriz inversa de A.
- e) A matriz inversa de B.
- f) O determinante de A.
- g) O determinante de B.

2) Compare os resultados obtidos digitando os mesmo elementos na calculadora online e verifique seus resultados.

4.Avaliação

As atividades que serão desenvolvidas nessas aulas servirão como parte na nota bimestral, considerando a participação e o empenho e não somente a quantidade de erros ou acertos. Os alunos também farão uma prova bimestral, que faz parte do calendário da escola, bem como a prova do SAERJ.

4. Referências

SOUZA, Joamir Roberto de. Novo Olhar da Matemática. 1ª edição. São Paulo: FTD, 2010.

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=42960>,
Acessado em 23/08/13 às 23:12.

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=45417>
Acessado em 23/08/13 às 23:30.

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1915>
Acessado em 24/08/13 às 18:23

<http://www.profcardy.com/calculadoras/aplicativos.php?calc=20>

Acessado em 24/08/13 às 20:47.

<http://www.youtube.com/watch?v=9XT3p5mYdak>,

Acessado em 26/08/13, às 19:34

<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1076>

Acessado em 26/08/13, às 20:09