FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ

COLÉGIO: Estadual Nelson Pereira Rebel

CURSISTA: Tereza Cristina Novaes Meirelles

MATRÍCULA: 0962129-3

SÉRIE: 2º EM

TUTOR (A): Flávia Cristina e Silva Henriques

PLANO DE TRABALHO – Matrizes e Determinantes

Introdução:

Apresenta-se o planejamento do trabalho sobre matrizes e determinantes visando à construção do conhecimento através de situações simples presentes no cotidiano, fazendo com que os alunos se sintam motivados com a aprendizagem da Matemática.

Este plano desenvolverá situações problemas com o objetivo de motivar e facilitar a aprendizagem do conteúdo. Explorará atividades contextualizadas, utilizando conceitos de matrizes e determinantes, aproximando o conteúdo da realidade.

Desenvolverá também a oportunidade de realização de estudos e pesquisas utilizando a motivação como forma de desenvolvimento da aprendizagem, trazendo muitos benefícios para o estudo da Matemática, através de uma aprendizagem ativa e coletiva, edificando assim seu conhecimento.

Serão necessárias seis aulas para o cumprimento do planejamento, ou seja, uma semana, incluindo a avaliação da aprendizagem.

Desenvolvimento:

Operações com matrizes

Duração prevista: 6 aulas de 50 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Matrizes e Determinantes

Objetivos: Desenvolver as habilidades relacionadas às operações com matrizes.

Pré-requisitos: Definição de matriz, operações elementares com números reais.

Material necessário: Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica.

Organização da classe: Turma disposta em duplas de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

Descritor associado:

Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes.

ATIVIDADE 1

Em uma editora, as vendas de livros de Matemática, Física e Química, no primeiro trimestre de um ano, podem ser expressas pela tabela a seguir.

	Janeiro	**Fevereiro**	**Março**
Matemática	20 000	32 000	45 000
Física	15 000	18 000	25 000
Química	16 000	17 000	23 000

a) Quantos livros de Matemática foram vendidos em Fevereiro?
b) Quantos livros de Física foram vendidos em Janeiro?
c) Quantos livros de Química foram vendidos em Março?

Para responder a essas perguntas, podemos representar essa tabela como um objeto matemático. Uma tabela desse tipo, em que os números estão dispostos em linhas e colunas, denomina-se matriz.

Podemos representar a tabela acima por meio da seguinte matriz A:

$$A = \begin{bmatrix} 20\,000 & 32\,000 & 45\,000 \\ 15\,000 & 18\,000 & 25\,000 \\ 16\,000 & 17\,000 & 23\,000 \end{bmatrix}$$

d) Qual é o número que está na primeira linha e segunda coluna? Você saberia dizer qual é o seu significado nessa situação em que estamos estudando?

____
____

e) Qual é o significado do número que está na segunda linha e terceira coluna?

____
____

A tabela abaixo corresponde às vendas de livros no mesmo período do ano anterior:

	Janeiro	**Fevereiro**	**Março**
Matemática	15 000	22 000	15 000

Física	12 000	14 000	11 000
Química	10 000	13 000	8 000

f) Escreva a matriz B que pode ser representada pelos elementos dessa tabela

$$B = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \end{bmatrix}$$

O dono da editora solicitou a um de seus funcionários que elaborasse uma tabela e uma matriz que representasse o total de livros vendidos no primeiro trimestre dos dois anos.

g) Complete a tabela e a Matriz abaixo de maneira a atender ao pedido de dono da editora.

	Janeiro	**Fevereiro**	**Março**
Matemática			
Física			
Química			

$$A + B = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \end{bmatrix}$$

h) Quais foram os cálculos que você fez para obter essa matriz?

___

___

Você já deve ter percebido que a soma entre duas matrizes dá-se por meio da soma dos respectivos elementos de cada uma das duas matrizes. E, portanto, só podemos somar matrizes que tenham o mesmo número de linhas e de colunas. O tamanho que uma matriz tem, ou seja, a quantidade de linhas e colunas é chamado de ordem da matriz. No exemplo da editora, as matrizes apresentadas são de ordem 3, ou seja 3 linhas e 3 colunas.

i) De forma análoga, obtenha uma matriz que faça a subtração entre os elementos das matrizes A e B.

j) Qual é o significado do número que se encontra na primeira linha e segunda coluna dessa matriz?

___

___

k) Podemos definir essa matriz como a matriz A – B. O que significa cada elemento dessa matriz? Qual é a conclusão que podemos tirar a partir da análise de A –B?

____

____

Notemos que a subtração entre duas matrizes compõe-se da mesma maneira que a soma entre matrizes. Na construção da subtração entre matrizes, subtraímos os respectivos elementos de cada uma delas. E, da mesma forma que a soma, só podemos subtrair matrizes de mesma ordem.

Assim, dadas as matrizes A e B de mesma ordem, m x n com A = (aij) e B = (bij) para, definimos as matrizes A + B e A – B como:

$$A + B = (a_{ij} + b_{ij})$$

$$A - B = (a_{ij} - b_{ij})$$

Atividade 2

A tabela abaixo se refere a primeira fase de um campeonato de futebol:

	Vitórias	**Empates**	**Derrotas**
Vasco	3	0	0
Flamengo	1	1	1
Fluminense	1	1	1
Botafogo	0	0	3

a) Represente os valores dessa tabela em uma matriz A, de ordem 4 x 3.

Pelo regulamento do campeonato, cada resultado tem pontuação correspondente. Veja esse fato registrado em uma tabela e em uma matriz B, de ordem 3 x 1:

	Número de pontos
Vitória	3
Empate	1
Derrota	0

$$B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Terminado a primeira fase do campeonato, foi verificado o total de pontos feitos por cada time. Essa matriz pode ser registrada numa matriz que é representada por AB. Veja como é obtida a matriz da pontuação de cada time:

Vasco: 3 . 3 + 0 . 1+ 0 . 0 = 9
Flamengo: 1 . 3 + 1 . 1 + 1 . 0 = 4
Fluminense: 1 . 3 + 1 . 1 + 1 . 0 = 4
Botafogo: 0 . 3 + 0 . 1 + 3 . 0 = 0

$$AB = \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Esse exemplo mostra como deve ser feita a multiplicação entre matrizes. Observe a relação existente entre as ordens das matrizes:

$$A_{4x3} \quad . \quad B_{3x1} \quad = \quad AB_{4x1}$$

Qual foi a pontuação total dos quatro times? Explicite os seus cálculos.

Você deve ter observado que para responder à questão anterior foi necessário multiplicar os valores das linhas da primeira tabela pelos valores da coluna da segunda tabela.

Para efetuarmos multiplicações entre matrizes, usamos esse mesmo raciocínio.

Assim, dadas as matrizes X e Y para obtermos o valor que ocupa a primeira linha e segunda coluna da matriz produto XY, multiplicamos os valores da primeira linha de X pelos valores da segunda coluna de Y.

Avaliação:
Duração prevista: 2 aulas de 50 minutos
Objetivo: Desenvolver a capacidade de interpretação de enunciados, juntamente com o raciocínio lógico.
Descritor associado:
Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes.

1. Considere a tabela abaixo, com os preços de alguns produtos nos supermercados A e B.

Supermercado	**Farinha (kg)**	**Açúcar (kg)**	**Leite (l)**	**Ovos (dúzia)**
A	1,70	1,90	1,55	3,00
B	1,80	1,25	1,70	3,95

Maria precisa de 4 kg de farinha, 3 kg de açúcar, 3 litros de leite e 1 dúzia de ovos para fazer um bolo. Sabendo que ela é muito econômica, quanto gastará comprando no supermercado mais barato?

a) R$ 8,15

b) R$ 8,70

c) R$ 16,85

d) R$ 20,00

e) R$ 20,15

2. Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$, calcule:

a) A + B
b) A + C
c) B + C
d) A + B + C
e) A – B +C
f) A + B – C
g) A – B – C

3. Determine x, y, z e t sabendo que:
$\begin{bmatrix} x & y \\ 3 & 2z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x & 3 \\ t & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 4 & 18 \end{bmatrix}$

4. Sendo $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 5 & 0 & 6 \end{bmatrix}$, determine:

a) 5A
b) -2B
c) 2A + 3B

5. Determine os produtos:
a) $\begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$
b) $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$
c) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 2 & 5 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$
d) $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 5 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 4 & -3 \end{bmatrix}$

Determinantes
Toda matriz **quadrada** tem, associada a ela, um número chamado de determinante da matriz, obtido por meio de operações que envolvem todos os elementos da matriz.

Determinante de matriz de ordem 2

Se as matriz é quadrada de ordem 2, calculamos seu determinante fazendo o produto dos elementos da diagonal principal menos o produto dos elementos da diagonal secundária.

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = (a_{11}) \times (a_{22}) - (a_{21}) \times (a_{12})$$

Questão 1:
Sejam a, b, k números reais quaisquer. Calcule o determinante da matriz
$M = \begin{bmatrix} a & b \\ ka & kb \end{bmatrix}$.

Determinante de matriz quadrada de ordem 3

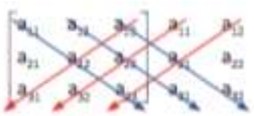
Consideremos a matriz genérica de ordem 3:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Define-se o determinante da matriz de ordem 3 ao número:

det
$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = a_{11}a_{12}a_{13} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} -$
$a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$

1º Passo: repetir as duas primeiras colunas à direita da matriz efetuando as seis multiplicações como indicado:



2º Passo: o determinante da matriz será a diferença entre o produto dos elementos da diagonal principal menos o produto dos elementos da diagonal secundária.

Questão 2:

Calcule o determinante da seguinte matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 6 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$.

Bibliografia:

DANTE, Luiz Roberto – Matemática – Volume Único – 1ª ed., São Paulo. Ed. Ática, 2008.

Roteiros de Ação disponíveis no Curso Formação Continuada, Matemática – 2º Ano