Formação Continuada Nova EJA

Plano de Ação 24

Nome: ANDRÉ LUIZ REBELLO SOARES

Regional 3 - IE CARMELA DUTRA

Tutor: CARLOS EDUARDO LIMA DE BARROS

INTRODUÇÃO:

A opção de organizarmos o estudo de Pirâmides e Cones seja feito numa mesma sequência de aulas se deve ao fato de ser possível estabelecer uma correspondência entre eles. Ambos os sólidos são obtidos para construção de segmentos que unem os pontos de uma figura plana a um único ponto fora do plano que a contém. Se a figura é um polígono, temos uma pirâmide; se é um círculo, temos um cone.

Dessa forma, devemos fazer com que os alunos reconheçam e nomeiem as pirâmides e os cones, diferenciando assim suas formas em variadas representações. Resolvendo problemas envolvendo o cálculo de área lateral , área total e volume a partir de problemas significativos, levando assim com que os estudantes compreendam a necessidade de se calcular os seus elementos principais, mostrando assim sua importância histórica e suas aplicações em diversos segmentos das ciências e do nosso cotidiano.

DESENVOLVIMENTO DAS AULAS:

As aulas serão ministradas de forma expositiva utilizando exercícios retirados de vários livros (bibliografia).

Aula 1 – PIRÂMIDES e CONES:

I) Pirâmides:

Pirâmides são poliedros em que uma das faces, chamada base, é um polígono, e as outras, chamadas faces laterais, são triângulos com vértice comum.

Figura 1

Assim como os prismas, as pirâmides se classificam de acordo com as formas de suas bases: triangulares, quadrangulares, pentagonais, hexagonais, etc.

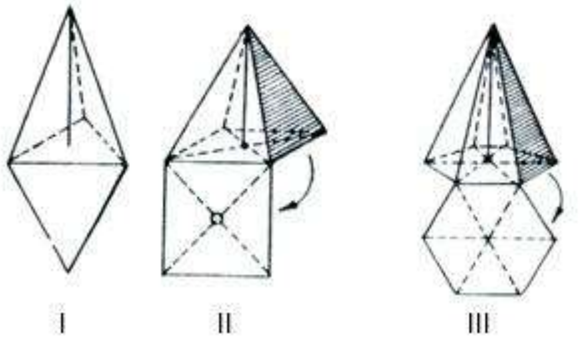


Figura 2

Observe que a pirâmide I possui base triangular, pois sua base é um triângulo. A pirâmide II apresenta base quadrangular, ou seja o polígono de sua base é um quadrado. De forma equivalente a pirâmide III é uma pirâmide hexagonal pois o polígono da base é um hexágono.

II) Cones:

O cone é o corpo geométrico obtido ao girarmos um triângulo retângulo ao redor de um dos seus catetos.

Observe a figura abaixo:

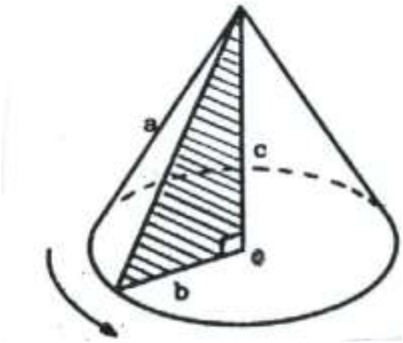


Figura 3

Ao decompormos um cone, obtemos um círculo e um setor circular:

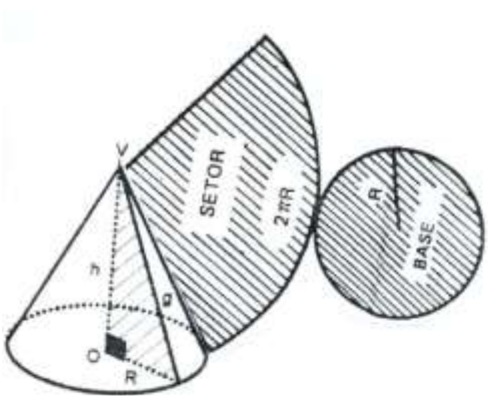


Figura 4

Aula 2 - ÁREA TOTAL DE PIRÂMIDES E CONES:

I) Pirâmides:

Continuando o nosso estudo sobre as pirâmides, agora veremos que uma pirâmide pode ter duas áreas bem distintas, a área lateral, que é calculada através de cada face que uma pirâmide possui, e a área total, que como o próprio nome já diz, é o somatório de todas as áreas.

Observe que a pirâmide abaixo possui quatro faces triangulares e uma face (base) quadrangular. Em toda pirâmide temos a área lateral e a área total. Para efetuar o cálculo da área das faces teremos que lembrar alguns conceitos de geometria plana. Nesse caso, vamos precisar calcular as seguintes áreas: área do triângulo e área do quadrado.

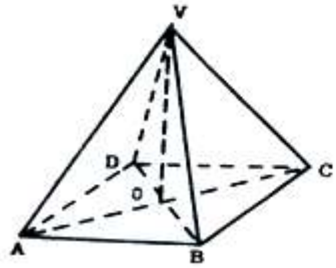


Figura 5

$$\text{Área do Triângulo Equilátero: } A=\frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Área do Triângulo: } A=\frac{b.h}{2}$$

$$\text{Área do Quadrado: } A=L^2$$

$$\text{Onde: } L=\text{lado},\ b=\text{base e } h=\text{altura}$$

A- ÁREA LATERAL DA PIRÂMIDE:

Para calcular a área lateral basta somar a área dos polígonos da faces laterais. No caso da figura 5, a área lateral será dada por:

$\text{Área do Triângulo: } A=\frac{b.h}{2}$

Como a pirâmide possui uma base quadrangular, a pirâmide terá quatro faces laterais. Então, a área lateral será dada por quatro vezes a área do triângulo:

$\text{Área Lateral: } A_L=4.(\frac{b.h}{2})$

B – ÁREA TOTAL DE UMA PIRÂMIDE:

Para calcular a área total, basta somar a área lateral com a área da base, ou seja, basta somar todas as faces.

$\text{Área Total: } A_T=A_L+A_B$

II) Cones:

Para calcular a área lateral de um cone observe a planificação de um cone regular. Note que em sua planificação temos um círculo e um setor de circunferência.

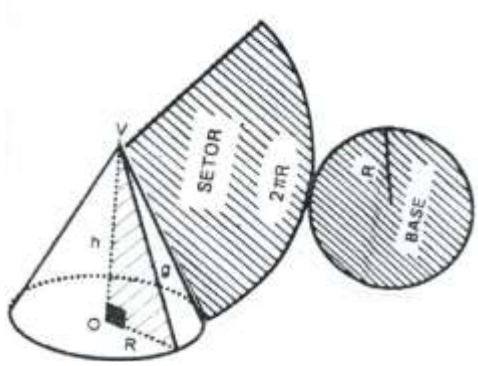


Figura 6

A — ÁREA LATERAL DO CONE:

A área lateral do cone será igual a área do setor circular da figura acima.
Assim, temos:

$$\text{Área do setor} = \frac{\text{comprimento do arco x raio do setor}}{2}$$

O comprimento do arco é dado por: $C = 2\pi R$

Então, a área lateral será calculada através da fórmula:

$$A_L = \frac{2\pi R.g}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{A_L = \pi R g}$$

Observe que o raio do setor circular é chamado de g (geratriz). A geratriz g é calculada através da seguinte expressão: $\boxed{g^2 = h^2 + r^2}$

B — ÁREA TOTAL DO CONE :

A área total do cone será determinada pela soma entre a área lateral e a área da base. Como já foi dito, a base do cone é um círculo, então área da base será calculada por: $A = \pi R^2$.

De forma geral, a área total do cone pode ser calculada através da seguinte fórmula:

$$A_T = A_L + A_B \quad \Leftrightarrow \quad A_T = \pi R g + \pi R^2 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{A_T = \pi R.(g + R)}$$

Aula 3 - VOLUME DE PIRÂMIDES E CONES:

1 – VOLUME DA PIRÂMIDE:

No caso da pirâmide, independentemente do polígono que constitui a base, o cálculo do volume é efetuado da seguinte forma:

$$\boxed{V = \frac{1}{3} A_B . h}$$

Onde:

- **A_B =** área da base da pirâmide
- **h =** altura da pirâmide.

2 – VOLUME DO CONE:

O volume do cone é obtido através da mesma equivalência apresentada, no entanto, em um cone, sempre teremos a área da base sendo um círculo. Desse modo, temos:

$$V = \frac{1}{3} A_B . h \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{V = \frac{1}{3} . \pi R^2 . h}$$

MATERIAL DE APOIO:

A seguir alguns links de sites para servir de apoio às aulas:

1 - Reconhecer e nomear pirâmides e cones.

Endereço Eletrônico:

http://www.cead.ddns.com.br/rived/matematica/geometria/index.htm

2 - Resolver problemas envolvendo o cálculo de área lateral e área total de pirâmides e cones.

Endereço Eletrônico:

http://tecnologia.iat.educacao.ba.gov.br/sites/default/files/flash/Ca%C3%A7ador-de-F%C3%B3rmulas.swf

3 - Resolver problemas envolvendo o cálculo do volume de pirâmides e cones.

Endereço Eletrônico:

http://tecnologia.iat.educacao.ba.gov.br/sites/default/files/flash/Ca%C3%A7ador-de-F%C3%B3rmulas.swf

4 - Vídeo:

Telecurso – Aula 65

Descrição: Esta aula trata da geometria métrica espacial e suas aplicações.

Endereço eletrônico: http://www.telecurso.org.br/matemática

Tempo de duração: 12’56’’

5- Vídeo:

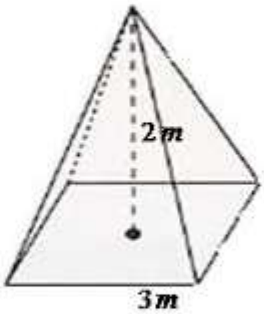
Volume II – PAPMEM – Duração 1:06’44’’

Descrição: Nesse vídeo são apresentados diversos sólidos, calculados e demonstrados seus volumes.

Endereço Eletrônico: http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2005

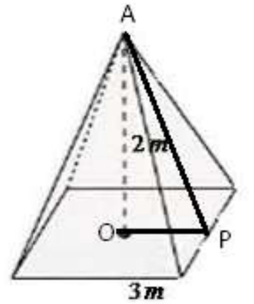
VERIFICAÇÃO DO APRENDIZADO:

1 - Determine a área lateral e a área total de uma pirâmide regular de base quadrada, sabendo que a altura da pirâmide e aresta da base são, respectivamente, 3m e 2m.



Resolução:

Inicialmente, vamos calcular a área lateral. Para isso é necessário calcular o apótema da pirâmide.Mas, o que é apótema da pirâmide ? É simplesmente a altura do triângulo da face da pirâmide, neste caso, representada pelo segmento AP.



Nesse sentido, utilizaremos o teorema de Pitágoras para calcular a apótema da pirâmide. Assim, temos:

$$\overline{AP}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{OP}^2$$

Então:

$$(\overline{AP})^2 = 2^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \rightarrow (\overline{AP})^2 = 4 + \frac{9}{4} \rightarrow (\overline{AP})^2 = \frac{25}{4}$$

Logo, $\overline{AP} = 2{,}5\ m$

Agora que conhecemos a apotema da pirâmide, podemos calcular a área do triângulo da face. Então temos:

$$\text{Área do triângulo} = \frac{l \times a_p}{2} \rightarrow \text{Área do triângulo} = \frac{3x\,2{,}5}{2} = 3{,}75\ m.$$

Como são 4 faces triangulares, a area lateral será dado por:

$$A_L = 4.\text{Área do Triângulo} = 4x\,3{,}75 = 15\ m^2$$

Para o cálculo da área total devemos levar em consideração o valor obtido para a área lateral ($A_L = 15\ m^2$) e o valor da área da base. Como o polígono que constitui a base do triângulo é um quadrado, temos:

$$A_B = l^2 \rightarrow A_B = 3^2 \rightarrow A_B = 9\ m^2.$$

Logo, a área total será dada por:

$$A_T = A_L + A_B \rightarrow A_T = 15 + 9 \rightarrow A_T = 24\ m^2$$

2 - Para um cone reto que tem geratriz g= 5 cm e raio r = 3 cm, determine a área lateral e a área total.

Resolução:

Vamos calcular inicialmente a área lateral. Como o problema em questão já disponibiliza o valor da geratriz (g = 5 cm) e do raio (r = 3 cm), basta substituir esses valores na fórmula.

Logo: $A_L = \pi.r.g \rightarrow A_L = \pi.3.5 \rightarrow A_L = 15\pi\, cm^2$.

Para o cálculo da Área Total, é necessário determinar a área da base, utilizando a expressão $A_B = \pi.r^2$.

Assim, temos: $A_B = \pi.3^2 \rightarrow A_B = 9\pi\ cm^2$

Agora, basta somar os valores das áreas lateral e da base para obter o valor da área total do cone.

Logo: $A_T = A_L + A_B \rightarrow A_T = 15\pi + 9\pi \rightarrow A_T = 24\ \pi\ cm^2$

3 -Qual é a capacidade, em litros, de uma pirâmide quadrangular que possui altura de 20 dm e aresta da base de 12 dm ?

Resolução:

Para determinar a capacidade volumétrica da pirâmide, inicialmente, precisamos determinar a área da base.

Sendo a base quadrangular, temos: $A_B = l^2 \rightarrow A_B = 12^2 \rightarrow A_B = 144\ m^2$.

Em seguida, substituimos o valor da área da base na fórmula: $V = \frac{1}{3}.A_B.h$

Logo, temos: $V = \frac{1}{3}\,.\,144\,.\,20\ A_B \rightarrow V = 960\ dm^2 \rightarrow V = 960\ l.$

4 - Determine o volume de um cone que possui raio da base igual 4 cm e altura igual a 12 cm.

Resolução:

A resolução desta questão é imediata, pois basta fazer a substituição dos valores do raio e da altura do cone na fórmula: $V = \frac{1}{3}\ \pi.R^2.h.$

Assim, temos:

$$V = \frac{1}{3}\ \pi.R^2\ .\ h \rightarrow V = \frac{1}{3}.\ \pi.\ 4^2.\ 12 \rightarrow V = 64\pi\, cm^3.$$

AVALIAÇÃO:

1- Uma embalagem de suco tem a forma de uma pirâmide quadrangular Calcule o volume dessa embalagem sabendo que a aresta da base mede 16 cm e a altura da embalagem mede 15 cm.

Resolução:

Para o cálculo do volume da pirâmide temos: : $V = \frac{1}{3}.A_B.h$, sendo a base quadrada temos:

$$V = \frac{1}{3}.16.16.15=1280cm^2$$

2 - Calcule o volume de uma pirâmide quadrangular cuja aresta da base mede 24 cm e altura da pirâmide mede 15 cm.

Resolução:

Nessa questão usamos o mesmo princípio da questão anterior, sendo assim temos o volume da pirâmide: $V = \frac{1}{3}.A_B.h$, sendo a base quadrada temos:

$$V = \frac{1}{3}.24.24.15 = 2280cm^2$$

3 - Determine a capacidade de um recipiente que possui o formato de um cone, cujo raio mede 6m e a altura mede 8m. Use: $\pi = 3{,}14$

Resolução:

Nessa questão usamos o mesmo princípio da questão anterior, sendo assim temos o volume da pirâmide: $V = \frac{1}{3}.A_B.h$, sendo a base um corpo redondo temos:

$$V = \frac{1}{3}.\pi r^2 \cdot h$$

Sendo assim, temos : $V = \frac{1}{3}.\pi 6^2 \cdot 8 \rightarrow \frac{36\pi \cdot 8}{3} = 12\pi.8 = 96\pi m^2$, como o exercício pede para utilizar 3,14 temos: $96.3{,}14m^2 = 301{,}44m^2$

4- Um cone reto tem 10 cm de altura e 10 cm de diâmetro, determine o volume do cone.

Resolução:

O cálculo se dá pela forma: $V = \frac{1}{3}.\pi r^2 \cdot h$, como no enunciado há o valor do diâmetro, devemos entender que o raio é a metade do diâmetro, sendo assim temos:

$$V = \frac{1}{3}.\pi 5^2 \cdot 10 = \frac{25\pi \cdot 10}{3} = \frac{250\pi}{3}cm^3$$

BIBLIOGRAFIA:

[1] BARBOSA, João Lucas Marques. Geometria Euclidiana Plana. 10ª edição. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

[2] DOLCE, Oswaldo; POMPEU, J. Nicolau Fundamentos da Matemática Elementar 8ª Ed. SP: Atual, 2005.

[3] FACCHINI, Walter. Matemática para a Escola de Hoje. São Paulo: FTD,2006.

[4] IEZZI, G; [et al]: Matemática: Ciência e aplicação, 2:ensino médio; 6ª. Ed-São Paulo: Saraiva, 2010.

[5] MELLO, J. L.P:Matemática, Volume único: Construções e seu significado; 1ª ed- SP, Moderna, 2005.

[6] PANADES, R. A. Matemática e suas tecnologias : ensino médio: São Paulo: IBEP, 2005.

[7] BEZERRA, R. Z. Matemática no Ensino Médio. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, v. 2, 1998.

[8] BARROSO, Juliane Matsubara. Conexões com a Matemática, volume 2. São Paulo: Moderna, 2010.

[9] PAIVA, Manoel. Matemática – Paiva, volume 2. São Paulo: Moderna, 2009

[10] RIBEIRO, Jackson, Matemática: Ciência, Linguagem e Tecnologia, volume 3. São Paulo: Scipione, 2010

[11] SMOLE, Kátia Stocco, Maria Ignez Diniz, Matemática Ensino Médio, volume 2, 6ª ed. São Paulo: Saraiva, 2010

[12] SOUZA, Joamir, Matemática – Coleção Novo Olhar, Volume 3. São Paulo: FTD, 2010.