

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
COLÉGIO: COLÉGIO ESTADUAL QUINTINO BOCAÍUVA
PROFESSOR: ALEXSANDRO SALLES DA SILVA
MATRÍCULA: 09264383
SÉRIE: 3º ANO DO ENSINO MÉDIO
TUTOR (A): RAMON SILVA DE FREITAS

Alexsandro Salles da Silva
salleszaniboni@ig.com.br

PLANO DE TRABALHO 1 – AVALIAÇÃO E EXECUÇÃO

- **Pontos Positivos:** Construção do conhecimento colaborativo e significativo. Utilização do programa de matemática dinâmica Geogebra que possibilita ao aluno construir o conhecimento matemático através de investigação proporcionando uma experiência enriquecedora.

- **Pontos Negativos:** O reduzido tempo disponível para se trabalhar o conteúdo. As dificuldades que o aluno possuiu em operações algébricas, gastando mais tempo com a aplicação do plano de trabalho do que o desejado.

- **Impressão dos alunos:** Devido à nova abordagem do conceito através dos roteiros, os alunos estão mais motivados e interessados em realizar as tarefas.

- **Melhoras a serem implementadas:** Maior tempo disponível para se trabalhar o conceito.

1. Introdução:

Esse plano de trabalho tem como objetivo o estudo dos polinômios e as equações algébricas. O aluno em anos anteriores deve ter tido a oportunidade de conhecer como se dá o pensar e o tratamento algébrico de conceitos. Agora, eles poderão, mais uma vez, acompanhar como a Matemática, com destaque para a Álgebra, trata cada novo conceito relacionado-o às propriedades básicas das operações que fazem sentido para esse conceito.

2. Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:

Dar oportunidade ao aluno de perceber que existem formas imediatas de resolução de equações de grau menor ou igual a dois, mas que isso não ocorre com equações de grau superiores a três. Rever e ampliar o estudo de funções e análise de gráficos e, ao mesmo tempo, estabelecer conexões entre diferentes conceitos matemáticos. Introduzir as funções polinomiais e seus gráficos de modo que o aluno possa visualizar as raízes de um polinômio ou de, uma equação polinomial. Resolver situações-problemas que envolvam conhecimentos algébricos. Utilizar conhecimentos algébricos como recurso para a construção da argumentação. Possibilitar o domínio da linguagem matemática.

Atividade 1:

- **Pré-requisitos:**

Nenhum

- **Tempo de Duração:**

50 minutos.

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Computador, Data Show, Internet Banda Larga, softwares: Geogebra, Microsoft Paint ou Gwenview.

- **Organização da turma:**

disponha-os em grupos com quantidades que lhe forem adequadas para o estímulo de um com os outros.

- **Objetivos:**

Apresentar a possibilidade de utilizar uma função polinomial para completar o contorno de uma imagem.

▪ **Metodologia adotada:**

1. Você sabe como os tablets, celulares e computadores redimensionam as imagens? Escreva em no máximo três linhas sua opinião.
2. Observando a(s) imagem(ns) que seu professor acabou de mostrar com o datashow considerando o zoom máximo desta(s) imagem(ns) responda. O zoom máximo é uma limitação de detalhamento desta imagem. Isto acontece somente com a imagem e/ou computado de seu professor? Se você acredita que não relacione outras situações onde isto ocorre.
3. Agora observando o arquivo do software Geogebra descreva com suas palavras como o computador (ou aqueles que o programa) podem utilizar uma função polinomial para completar o contorno de uma imagem.
4. Você durante sua vida escolar, ao estudar matemática esteve em contato com polinômios (desde a antiga 7^a série) e com funções polinomiais (de grau 1 e 2, desde o 1^a série do Ensino Médio). Você sabia que as conhecendo melhor podemos desenvolver ideias que são aplicadas na construção e aprimoramento de muitos acessórios tecnológicos atuais?
5. Escreva em no máximo quatro linhas como você imagina que a matemática em suas diversas teoria aparece nas ferramentas e objetos tecnológicos. Compartilhe com seus colegas sua visão.
6. Converse com seu professor e com seus colegas e faça um resuo de tudo que vocês lembram sobre o assunto polinômios. Não economize explicações.

Atividade 2:

▪ **Pré-requisitos:**

Os algoritmos dessas operações com números inteiros.

▪ **Tempo de Duração:**

100 minutos

▪ **Recursos Educacionais Utilizados:**

Folha de atividade, lápis e borracha.

▪ **Organização da turma:**

Disponha-os em grupos com quantidades que lhe forem adequadas para o estímulo de um com os outros.

▪ **Objetivos:**

Apresentar a alguns algoritmos de soma, subtração, multiplicação e divisão de polinômios.

▪ **Metodologia adotada:**

1. Você lembra o motivo de ao somarmos 134 com 256 dispormos os números um abaixo do outro respeitando as classes de unidades? Tente descrever tal motivo em uma linha.

2. É possível aproveitar a ideia do algoritmo da soma e da subtração de números naturais para realizar somas e subtrações de polinômios. Veja o exemplo inacabado a seguir e complete o que falta sob a linha pontilhada.

$$\begin{array}{r} 2x^4 - 3x^2 \quad + 2x \\ + \underline{2x^2 - x^2 \quad + 1} \\ \dots\dots\dots - x^2 + 2x + 1 \end{array}$$

3. Considere o que você observou no item anterior e calcule utilizando o mesmo algoritmo, o valor de

- a) $p(x) + q(x)$, sabendo que $p(x) = 3x^3 - 4x^2 + x^2 - 2x + 1$ e $q(x) = -x^4 + 3x^2 - 2x^2 - 3$.
- b) $p(x) - q(x)$, sabendo que $p(x) = 3x^3 - 4x^2 + x^2 - 2x + 1$ e $q(x) = -x^4 + 3x^2 - 2x^2 - 3$.

4. Você se recorda das propriedades comutativas e associativas válidas na soma de números naturais? Elas também são válidas para as operações com polinômios! Utilize-as para refazer os cálculos indicados no item 3, sem o algoritmo do item 2.

COMUTATIVIDADE	$2 + 5 = 5 + 2$
ASSOCIATIVIDADE	$3 + (7 + 4) = (3 + 7) + 4$

5. Para realizar a subtração indicada no item (b) da questão 3 não foi possível operar exatamente como fazemos no algoritmo de subtração de números naturais. Descreva com suas palavras o que mudou.

6. Observe o cálculo disposto na primeira coluna (à esquerda) abaixo. Inspire-se nele para sugerir um algoritmo para a multiplicação de polinômios como o que aparece incompleto no lado direito da tabela abaixo.

7. O cálculo de $p(x) \cdot q(x)$ também pode ser realizado utilizando a distributividade, como assinalado na ilustração abaixo. Utilize esta propriedade para realizar $p(x) \cdot q(x) = x^2 - 3x - x^2 + 2x - 1$ e compare com o resultado anterior.

$$x^2 - 3x \quad -x^2 + 2x - 1$$

8. Indique algoritmo de sua preferência para a realização da multiplicação de dois polinômios. Pense no que pode acontecer em outros casos para certificar o seu gosto.

9. Observe agora o algoritmo de divisão de números naturais abaixo e tente completar o algoritmo sugerido ao lado.

	$ \begin{array}{r l} x^4 - 2x^3 + 0x^2 + 3x - 2 & x^2 - 1 \\ -x^4 & +1x^2 \\ \hline -2x^3 + x^2 + 3x & \\ +2x^3 & +2x \\ \hline & \end{array} $
--	--

10. Agora fique atento às comparações! Observe o que você fez no item anterior com a ajuda de seu professor e complete a tabela abaixo.

Com números naturais	Com polinômios
O divisor é menor que o dividendo.	O grau...
A multiplicação do quociente pelo divisor somada ao resto é igual ao dividendo.	A multiplicação...
O resto é sempre menor que o divisor.	O grau...
A divisão termina quando o resto é menor que o divisor.	A divisão termina quando o grau do resto é...

11. Agora, considere que $p(x) = 2x + 1$, $t(x) = x^2 - 2x^2 + x - 1$, $u(x) = x^4 - 5x + 2$ e $v(x) = -x^2 - x - 1$. E, quando possível, calcule as operações indicadas abaixo, indicando o resultado, quociente e resto, quando for o caso. Se a operação não for possível justifique!

- a) $p(x) - u(x)$
- b) $v(x) \cdot u(x)$
- c) $p(x) + u(x) - v(x)$
- d) $p(x) \div v(x)$
- e) $u(x) \div t(x)$
- f) $v(x) \cdot p(x) - v(x) \cdot u(x)$
- g) $v(x) \cdot u(x) + p(x)$
- h) $u(x) + p(x)$
- i) $[p(x)]^2 - [u(x)]^2$
- j) $[v(x)]^2$

Atividade 3:

- **Pré-requisitos:**
Fórmulas de solução das equações polinomiais do 1º e 2º grau.
- **Tempo de Duração:**
100 minutos
- **Recursos Educacionais Utilizados:**
Folha de atividade, lápis e borracha.
- **Organização da turma:**
Disponha-os em grupos de 3 a 4 alunos.
- **Objetivos:**
Despertar o interesse pela visão generalista da construção de resultados em matemática.
- **Metodologia adotada:**

1. Escrevam em grupo, com a linguagem de sua escolha, como fariam para publicar ao mundo a solução para todas as equações que se assemelham a cada uma das equações a seguir.

a) $3x + 6 = 10$

b) $2x^2 - 3x + 1 = 0$

c) $x^2 - 2x^2 + x = 0$

Use as instruções e informações que desejarem. Pensem em como essas suas instruções serão recebidas por aqueles que se interessarem na solução de alguma equação das três famílias de equações.

Atividade 4:

- **Pré-requisitos:**
Ser capaz de operar com expressões algébricas, resolver uma equação do 1º e 2º grau e de calcular valores numéricos de um polinômio.
- **Tempo de Duração:**
100 minutos
- **Recursos Educacionais Utilizados:**
Folha de atividade, computador com o software Geogebra instalado.

- **Organização da turma:**

Turma organizada em duplas ou em grupo de três alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

- **Objetivos:**

Contribuir para a construção do conhecimento do estudo dos polinômios por meio da resolução de problemas.

- **Metodologia adotada:**

Durante esta atividade estaremos considerando o problema com o seguinte **ENUNCIADO**.

Uma caixa sem tampa será confeccionada sem usar abas a partir de uma folha de zinco medindo 12 x 12 cm. Para montá-la recortamos quadrados congruentes dos cantos dessa folha de zinco e dobramos as faces para cima indicadas no esquema da figura abaixo.





Figura 1. Simulação da confecção de uma caixa criado no Geogebra.

[ND – Imagem feita pelo Conteudista Vilmar]

A imagem acima, que simula esta situação foi gerada com o arquivo caixa.ggb. Abra-o em seu PC. Com ele você poderá observar que é possível obter várias caixas ao retirarmos quatro quadrados com diferentes medidas de lado x , da folha de zinco, como ilustrado na figura acima.

Observe o arquivo. Vamos lá?

1. Clique no botão  (localizado no canto inferior esquerdo da tela) e verifique a animação proporcionada pelo arquivo mostrando os diversos modelos de caixas obtidas a partir dos cortes. Após observar clique no botão  para parar a animação.
2. Com o seletor Experimente fazer algumas caixas. É possível confeccionar caixas a partir dos valores de cortes x listados abaixo? Caso exista qual o seu volume?

Tamanho do Corte x	É possível?	Volume da caixa
x = 1 cm		
x = 2 cm		
x = 3,5 cm		
x = 0 cm		
x = 6 cm		
x = 9 cm		

3. A partir dessa análise qual é o intervalo de variação de x. Justifique sua resposta.
4. Clique no botão opções e marque a caixa do plano cartesiano.
5. Marque o seletor curva e altere os valores do parâmetro x utilizando a tecla + do teclado numérico para observar qual o tamanho do corte que resulta na caixa de volume máximo.
6. Qual é a medida do corte que produz a caixa de volume máximo? Qual o volume máximo de uma caixa assim construída?
7. Obtenha o polinômio que representa o volume da caixa a partir do corte x. Qual é o grau desse polinômio?
8. Use o valor do corte x encontrado no item 6 e a expressão do volume da caixa obtida no item anterior, e compare os volumes pelos dois métodos. O que você observou?
9. Ainda com a caixa “curva” selecionada. Verifique que essa curva é o gráfico do polinômio que representa o volume da caixa. Essa curva é uma parábola? Justifique.
10. Você é capaz de identificar alguma raiz desse polinômio? Quais são?
11. O que essas raízes significam para o problema?
12. Utilize o polinômio que representa o volume da caixa a partir do corte x pra encontrar o tamanho do corte x para que a caixa tenha volume de 100cm^3 .
13. Crie os pontos $(r_1, 100)$ e $(r_2, 100)$, onde r_1 e r_2 são as raízes encontradas. Marque o seletor curva e verifique se os pontos estão sob a curva. Desmarque o seletor curva.
14. Digite na caixa de entrada a seguinte expressão $4x^3 - 48x^2 + 144x$ e clique ENTER. Veja o gráfico do polinômio traçado. Já o tinha visto antes?

15. Você percebeu a importância do estudo dos polinômios para a resolução de problemas práticos? A partir comportamento dos polinômios é possível tirar conclusões importantes sobre problemas práticos do nosso dia a dia?

3. Avaliação:

A avaliação tem como objetivo fornecer dados que possibilite compreender o que foi aprendido ou não, para fazer intervenções que permitam ao aluno avançar. Para isso é necessário à utilização de variados instrumentos de avaliação que vejam a favorecer a individualização do processo de ensino e aprendizagem, permitindo que esta seja uma experiência que, embora se realize no coletivo, torne-se única para cada aluno. Neste plano de estudo serão utilizados os seguintes instrumentos de avaliação:

- ✓ Trabalho em grupo (1,0 ponto)
- ✓ Participação nas atividades (1,0 ponto)
- ✓ Prova dissertativa (2,0 pontos)
- ✓ Prova Objetiva (1,0 ponto)

4. Referências:

FUNDAÇÃO CECIERJ/CONSÓRCIO CEDERJ. Formação Continuada SEEDUC. Roteiros de Ação nº 1, 2, 4, 9.