FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ/ CONSÓRCIO CEDERJ

Matemática 2º Ano – 2º Bimestre 2013

Plano de Trabalho

REGULARIDADES NÚMERICAS:

SEQUÊNCIAS E MATEMÁTICA FINANCEIRA

Tarefa 1

Cursista: Michele Zacharias dos Santos

Grupo 1

Tutor: Cláudio Rocha de Jesus

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho foi desenvolvido com o objetivo de propiciar a construção do conhecimento relacionado ao conteúdo de regularidades, sequências numéricas e matemática financeira partindo de situações contextualizadas relacionadas ao cotidiano dos alunos.

Com a finalidade de minimizar as dificuldades dos alunos quanto às definições e interpretações do conteúdo, o plano será executado de modo que os alunos participem ativamente na definição dos conceitos, partindo de situações que eles tenham maior compreensão e entendimento, tornando o aprendizado mais prazeroso.

Em algumas ocasiões, serão propostas atividades serão realizadas em dupla para que os alunos possam interagir enriquecendo ainda mais o aprendizado.

Para a totalização do plano serão necessários 8 tempos de 50 minutos mais 6 tempos de 50 minutos para a avaliação da aprendizagem e correção dos exercícios propostos.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1 Sequências Numéricas

Habilidades relacionadas: Identificação de regularidades numéricas e entendimento da associação entre sequências numéricas e a expressão algébrica de seu termo geral.

Pré-Requisitos: Operações Fundamentais (soma, subtração, multiplicação, divisão)

Tempo de Duração: 100 minutos

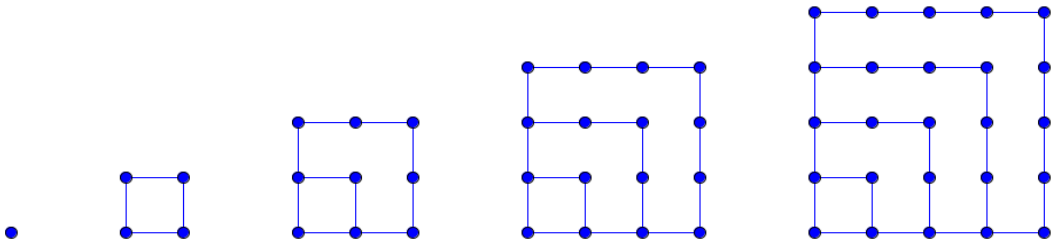
Recursos Educacionais utilizados: Folha de atividades e uso do livro didático para a resolução de problemas contextualizados.

Organização da turma: em dupla

Objetivos: Identificar sequências numéricas e obter a expressão algébrica do seu termo geral.

Metodologia Adotada:

O conteúdo de sequências numéricas será apresentado através dos números quadrangulares, levando os alunos a interpretar a sequência formada e a regularidade existente. Para isso, será utilizado o roteiro de ação 1.



______ ______ _______ _______ _______

Qual seria o valor:

Do quinto termo?

Do sexto termo?

Do décimo termo?

Do n-ésimo termo dessa sequência?

Para responder as perguntas acima os alunos completarão a tabela abaixo:

Posição (n)	Termo da sequência	Expressão que representa o termo

Nesse momento os alunos já serão capazes de compreender que para encontrar qualquer termo da sequência dos números quadrangulares basta utilizar a expressão n^2 e por isso, essa expressão é chamada de .termo geral da sequência.

Para reforçar o aprendizado serão propostas as atividades abaixo:

Preencha a sequência dos números pares:

(____, _____, _____, _____, ______, ______)

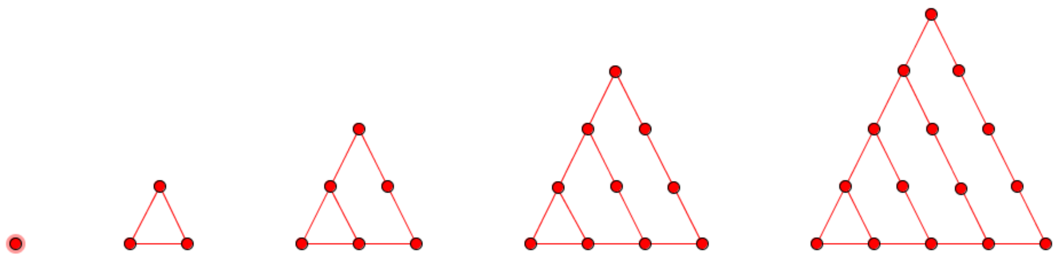
Qual a fórmula que representa o termo geral dessa sequência?

Agora, observe a sequência dos números impares:

(1, 3, 5, 7, 9, 11,...)

Qual o termo geral dessa sequência?

Vamos investigar outra sequência.



Encontre os termos dessa sequência.

Qual a regularidade entre os termos encontrados? Vamos preenche a tabela abaixo.

Posição (n)	Termo da sequência T_n	Expressão que representa o termo
1	1	1
2	3	1 + 2
3	6	1 + 2 + 3
4	10	1 +2 +3 + 4
5	15	1 + 2 +3 + 4 +5
n	$T_{(n-1)} + n$	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + ... + n-1 + n

Que conclusão pode-se ter ao observar as expressões que representam os termos da sequência acima?

____

Qual seria o termo da sequência para n = 10?

____

Podemos Observar que:

(1 +2 +3 +4 +5 +6 +7+ 8 +9 + 10)

N =10 , temos:

$$\left.\begin{array}{l} 1 + 10 = 11 \\ 2 + 9 = 11 \\ 3 + 8 = 11 \\ 4 + 7 = 11 \\ 5 + 6 = 11 \end{array}\right\} \quad 5 \rightarrow \frac{10}{2} = \frac{n}{2}$$

Então:.

N= 10, temos:

1 a 10 $\rightarrow$ (1+10) . 5 = 11.5 = 55

Vamos treinar!

N= 16

1 a 16 $\rightarrow$ (1 + 16). 8 = 17.8 = 136

N= 100

1 a 100 $\rightarrow$ (1 + 100). 50 = 101 . 50 =

N= n

1 a n $\rightarrow$ $(1 + n) . \frac{n}{2} \quad \rightarrow \quad \frac{(n+1).n}{2}$

Logo, a soma dos n-ésimos termos formados por números consecutivos é dada por:

Tn = $\frac{n .(n-1)}{2}$

Para reforçar o aprendizado será proposta algumas atividades do livro didático.

Atividade 2 Progressão aritmética

Habilidades relacionadas: Compreender propriedades e conceitos relacionados às Progressões Aritméticas.

Pré-Requisitos: Sequências numéricas

Tempo de Duração: 100 minutos

Recursos Educacionais utilizados: Folha de atividades e livro didático.

Organização da turma: em dupla

Objetivos: Resolver problemas que envolva o cálculo do termo geral da P.A e o cálculo da soma dos termos da P.A.

Metodologia Adotada:

Para iniciar o assunto será apresentado o exemplo abaixo:

Uma nova linha do metrô esta sendo construída. No início de janeiro ela estava com 12km construída. De lá pra cá, essa linha cresceu 0,5 km ao mês.

Escreva uma sequência que represente esse crescimento mês a mês.

Quantos quilômetros já estarão pronto até setembro?

Qual é o fator de aumento entre os termos dessa sequência?

A sequência construída acima recebe o nome de progressão aritmética (P.A.) pois, cada termo, a partir do segundo, é igual a soma do termo precedente (anterior) com uma constante r.

O número r é chamado de razão da progressão aritmética.

Observe a sequência dos números pares:

(2, 4, 6, 8, 10, 12, 14,...)

Essa sequência é uma P.A.? Por quê?

Qual é a razão dessa sequência? Ela é positiva negativa ou nula?

Os termos estão dispostos em ordem crescente, decrescente ou são constantes?

Agora complete a sequência abaixo para a razão r = -8

(18, 10,____, ____, _____, _____, ...)

Como os termos estão dispostos?

E para a sequência igual com a razão r = 0

(4, ____,_____, _____, _____, ...)

Podemos concluir então que:

Se $r > 0$ a P.A. é crescente

$r < 0$ a P.A. é decrescente

$r = 0$ a P.A. é constante

Utilizando a sequência que representa a construção da linha do metrô, podemos observar:

(12; 12,5 ; 13; 13,5; 14; 14,5; 15; 15,5; ...n)

Temos:

$a_1 = 12$

$a_2 = 12,5 \rightarrow a_1 + r$

$a_3 = 13 \rightarrow a_1 + 2.r$

$a_4 = 13,5 \rightarrow a_1 + 3.r$

$a_n = n \rightarrow a_1 + (n-1).\ r$

Então: A fórmula que representa o termo geral da P.A. é dado por:

$A_n = a_1 + (n - 1).r$

Para apresentar a soma dos termos da P.A. vamos utilizar a ideia de Gauss;

(1, 2, 3, 4, 5, ...,, 96, 97,98,99,100)

1 + 100 = 101

2 + 99 = 101

3 + 98 = 101

Como no total são 50 somas iguais a 101, Gauss concluiu que:

1 + 2 + 3 +4 + ...+ 97 + 98 + 99 + 100 = 50. 101 = 5050

Logo: (1+ 101). 50 $\rightarrow$ $Sn = \frac{(a_1 + a_n) . n}{2}$

Para fixar o aprendizado serãorealizadas algumas atividades do livro didático.

Atividade 2 Progressão Geométrica

Habilidades relacionadas: Compreender propriedades e conceitos relacionados às Progressões Geométricas.

Pré-Requisitos: Sequências numéricas

Tempo de Duração: 100 minutos

Recursos Educacionais utilizados: Folha de atividades e livro didático.

Organização da turma: em dupla

Objetivos: Resolver problemas que envolva o cálculo do termo geral da P.G e o cálculo da soma dos termos da P.G.

Metodologia Adotada

Para iniciar o conteúdo de P.G. será utilizado o exemplo abaixo:

Uma empresa de telecomunicações planeja iniciar suas atividades em determinada região, comercializando pacotes de programas de TV por assinatura. Sua meta pra o primeiro ano de assinaturas é vender 25 pacotes no primeiro mês e a partir do segundo mês, o número de pacotes vendidos seja o dobro do número vendido no mês anterior.

Caso essa meta seja alcançada, a sequência de pacotes vendidos será:

(___, ___, ___, ___, ___, ___, ...)

Que característica especial pode-se observar nessa sequência?

Como encontramos cada termo dessa sequência, ou seja, o número de pacotes vendidos a cada mês?

A sequência acima é uma progressão geométrica, pois a cada termo, a partir do segundo, é igual o produto do termo anterior com uma constante real. Essa constante é chamada de razão da P.G. e é indicada pela letra

Como podemos escrever os termos da P.G. acima em função do primeiro termo:

$a_1 = 25 \quad a_2 = 50 \quad a_3 = 100 \quad a_4 = 200$

$a_1 = 25$

$a_4 = 25 . 2 . 2 . 2 = 200 \quad a_1 . q^3$

$a_n = a_1 . q^{n-1}$ (expressão que representa o termo geral da P.G.

Quantos pacotes foram vendidos nos 4 primeiros meses

$S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$

$S = 25 + 50 + 100 + 200$

Multiplicando os dois termos pela razão (q = 2), temos:

$2S = 25.2 + 50.2 + 100.\ 2 + 200.2$

Assim temos:

$$\begin{cases} 2S = 25.2 + 50.2 + 100.2 + 200.2 \\ S = 25 + 50 + 100 + 200 \end{cases}$$

Subtraindo os termos temos:

$$(2-1)\ S = 200.2 - 25 \ \rightarrow \ S = \frac{25.2^3 . 2 - 25}{(2-1)} \rightarrow \ S = \frac{25.(2^4 - 1)}{(2-1)}$$

A expressão que representa a soma dos 4 primeiros termos:

$$S_4 = \frac{a_1 .(q^4 - 1)}{(q-1)}$$

Dessa maneira, podemos encontrar a fórmula que representa a soma dos n primeiros termos de uma P.G.

$Sn = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + ... + a_{n-1} + a_n$

multiplicando por q ($q \neq 0$)

$q.\ S_n = a_1 \ .\ q + a_2.q + a_3.q + a_4\ .q + a_{n-1}\ .\ q + a_n\ .q$

$$\begin{cases} qS_n = a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \ldots + a_n + a_n\ .q \\ Sn = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_{n-1} + a_n \end{cases}$$

$(q – 1)\ Sn = a_n.q – a_1$

$(q – 1)\ Sn = a_1.\ q^{n-1}\ .q -\ a_1$

$(q – 1)\ Sn = a_1\ (q^n – 1)$

$$Sn = \frac{a_1\ .\ (q^n – 1)}{q - 1}$$

Agora podemos encontrar a quantidade de pacotes vendidos no primeiro ano de operações.

Atividade 4 Matemática Financeira

Habilidades relacionadas: Compreender os conceitos de juros simples e composto. Resolver problemas envolvendo matemática financeira.

Pré-Requisitos: Porcentagem

Tempo de Duração: 100 minutos

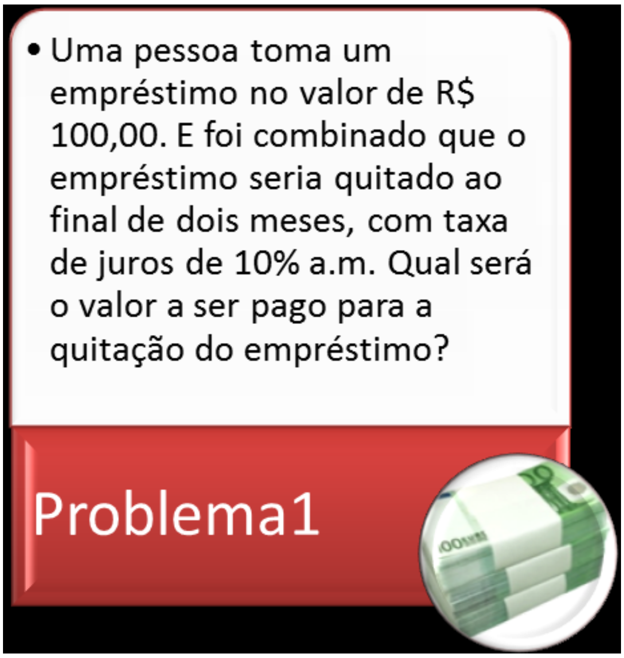
Recursos Educacionais utilizados: Folha de atividades, e uso do livro didático para a resolução de problemas contextualizados.

Organização da turma: em dupla

Objetivos: Resolver problemas do dia a dia para resolver problemas do dia a dia

Metodologia Adotada:

Para abordar o assunto de matemática financeira será utilizado as propostas do roteiro de ação 5.



A partir do exemplo acima será explorado os conceitos de juros simples e juros compostos, uma vez que o problema não especifica o sistema de juros a ser utilizado.

Utilizando os conceitos de juros simples temos:

Juros Simples

Empréstimo	1º mês	2º mes	total a ser pago
100,00	0,1 . 100 = 10,00	0,1 . 100 = 10,00	120,00

Utilizando uma expressão que represente os juros a serem pagos e o montante (quitação do empréstimo), temos:

$j = 100.0,1 . 2$

$j = 20,00$

$M = 100 + (100. 0,1.2)$

$M = 100 (1 + 0,1 . 2)$

$M = 120,00$

Utilizando o sistema de juros compostos temos:

Empréstimo	1º mês	2º mês	Total a ser pago
100,00	100 + 0,1 . 100 = 110,00	110 + 0,1 . 110 = 121,00	121,00

Observe que no sistema de juros Compostos os juros obtido são incorporados novamente ao capital, para que sejamcalculadosos juros do período seguinte. Desse modo, temos juros do 2º período em diante, calculado sobre o montante (capital + juros) do período anterior.

Assim temos:

$M_1 = 100 + 100.0,1 \quad M_1 = 100 (1 + 0,1) = 110$

$M_2 = 110 + 110. 0,1$

$M_2 = 110 (1 + 0,1)$

$M_2 = 100 (1 + 0,1). (1 + 0,1)$

$M_2 = 100 (1 + 0,1)^2 = 121,00$

Complete a tabela a seguir, sabendo-se que Rodrigo tomou um empréstimo de R$ 1.000,00 com uma taxa de juros de 15% a.m.

Mês	Dívida	Razão entre a dívida de um mês e do mês anterior
0	1000,00	
1		
2		
3		
4		

Ao realizar os cálculos e preencher a tabela, o que você percebeu com relação aos números da terceira coluna da tabela?

____

No mês 0 a dívida era de R$ 1.000,00, para obter o valor da dívida no mês 1, devo fazer a multiplicação de R$ 1.000,00 por qual número?

____

____

No mês 2 a dívida era de R$ 1.322,50, para calcular o valor da dívida no mês anterior, ou seja, no mês 1, devo efetuar a divisão de R$ 1.322,50 por qual número?

____

____

Você deve ter percebido que, nesse problema, para calcular o valor da dívida no mês seguinte, basta multiplicar o valor da dívida atual por 1,15. Analogamente, para calcular o valor da dívida no mês anterior, basta dividir o valor da dívida atual por 1,15.

5) Assim, no sistema de Juros Compostos de taxa , um valor transforma-se, após um período de tempo, em ___________.

6) Analogamente, no sistema de Juros Compostos de taxa , um valor futuro deve ser dividido por ________, para que se descubra o valor atual .

Temos então a Fórmula Fundamental da Equivalência de Capitais:

7) Para obter o valor futuro, depois de um período de tempo, basta multiplicar o valor atual por ______________.

8) Para obter o valor atual, em um período de tempo, basta dividir o valor do valor futuro por________________.

Assim podemos perceber que:

Para encontrar o valor futuro, multiplicamos o capital emprestado por (1 + i), onde i é a taxa de juros aplicada.

Para encontrar o valor atual, em um período de tempo, basta dividir o valor do valor futuro por (1 + i)

AVALIAÇÃO

A avaliação vai além de provas e teste, ela envolve professor e aluno. Por isso, o professor no decorrer das aulas é capaz de acompanhar e avaliar o desempenho do aluno, intervindo quando necessário para sanar as deficiências. Entretanto, sabemos que as avaliações quantitativas junto com as qualitativas fazem parte de um aprendizado eficaz. Por isso, deverão ser pontuadas algumas atividades propostas aos alunos, inclusive os exercícios complementares do livro didático que serão feitos em grupo, a fim de propiciar um trabalho participativo de modo que eles possam se ajudar mutuamente.

Serão avaliados os acertos dos alunos em relação às questões propostas de acordo com a matriz do Saerjinho, uma vez que este será outro método de avaliação.

Em outro momento será aplicada uma avaliação individual para que possa investigar mais detalhadamente o processo de ensino-aprendizagem, a habilidades relacionadas às competências propostas e o raciocínio lógico na resolução de problemas contextualizados envolvendo o conteúdo de sequências numéricas e matemática financeira.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIROS DE ACAO 1 –Pitágoras e as regularidades numéricas.
– Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2o ano do Ensino Médio – 2o bimestre/2013 –
http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ último acesso 14/05/2013.

- ROTEIROS DE ACAO 3–Duas situações e uma sequência especial.
-Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2o ano do Ensino Médio – 2o bimestre/2013 –
http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ último acesso 14/05/2013.

ROTEIROS DE ACAO 4 – Mais duas situações e outra sequência especial.
– Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2o ano do Ensino Médio – 2o bimestre/2013 –
http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ último acesso 14/05/2013.

ROTEIROS DE ACAO 5 – Resolvendo problemas com matemática financeira.
– Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2o ano do Ensino Médio – 2o bimestre/2013 –
http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ último acesso 14/05/2013.

MATEMATICA PAIVA, 2o Ano/Manoel PAIVA – 1o Edição – São Paulo:Moderna, 2009.
MATEMÁTICA CIÊNCIAS E APLICAÇÕES, 2º ano, Iezzi Gelson – 6ª Edição – São Paulo: Saraiva, 2010.