FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
COLÉGIO: ESCOLA ESTADUAL DR. PHILLIPPE UÉBE
PROFESSOR: JOSÉ ALVES NOVAES JÚNIOR
MATRÍCULA: 0009282740
SÉRIE: 1º ANO DO ENSINO MÉDIO
TUTOR (A): MARCELO RODRIGUES

PLANO DE TRABALHO SOBRE CONJUNTOS

José Alves Novaes Júnior
novaesjunior@gmail.com

1. Introdução:

A ideia de conjunto está presente em nossa vida, no nosso dia a dia, desde pequenos, ao entrarmos em um supermercado, já percebemos esse conceito sendo usado, pois os produtos estão arrumados por sessões, em prateleiras, agrupados por algum critério, em nossa casa, arrumamos nossos armários separando roupas usando algum tipo de classificação, ou seja, formamos conjuntos o tempo todo. A necessidade do estudo dos conjuntos, principalmente os conjuntos numéricos se dá a partir da necessidade de saber usar a linguagem usada nas definições, a linguagem usada para colocar soluções de inequações, etc. o formalismo dessa linguagem é exigida nos demais assuntos estudados no 2º grau.

Minha proposta nesse plano de aula não é levar ao aluno apenas a perguntar "O que são e quais são os conjuntos numéricos? E sim a "Quais as aplicações dos conjuntos numéricos no dia - a - dia?" Dificilmente vemos a sua aplicação, a sua utilização, tornando muitos conteúdos extremamente artificiais. Como professores de Matemática, nossa maior preocupação é mostrar que Matemática não é só cálculo, mas também o desenvolvimento do raciocínio através de situações cotidianas, buscando sempre fazer uma conexão entre o assunto tratado e outras áreas do conhecimento e com situações da atualidade.

Procurarei mostrar o papel unificador da matemática, trabalhando nas aulas a dinamização e a inserção dos meios tecnológicos, bem como vídeos e jogos, despertando assim o interesse dos alunos.

2. Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:

Primeira parte:

-Duração prevista: 200 minutos.

-Recursos educacionais utilizados: sala de aula, texto impresso, lousa e caneta.

-Descritores:

* Desenvolvimento de habilidades de leitura, análise e argumentação em linguagem matemática.

-Organização da turma: alunos dispostos em círculo.

-Pré-requisitos: não há.

-Objetivos: Estudar a Linguagem Matemática.

-Metodologia:

Para iniciar o assunto, pretendo começar com um jogo intitulado: Eu vou à Lua de... ou com..., nesse jogo o professor irá pensar em alguma regra e não contará ao alunos, o objetivo é que se descubra qual foi a regra pensada, através das tentativas que vão sendo feitas. Exemplo: O professor pensa na regra: palavras dissílabas. E fala: Eu vou à lua de barco, a partir dessa dica os alunos vão dizendo de que eles irão à Lua, se obedecer a regra do professor, ele afirma que a pessoa vai, se não obedecer, ele diz que a pessoa não vai. De acordo com a regra acima criada pelo professor o aluno pode prosseguir dizendo: eu vou a Lua de avião e o professor terá que dizer que ele não vai, porque a palavra avião não é dissílaba, outro aluno pode dizer: eu vou a Lua com a cama e o professor afirmará que ele vai, e assim vão sendo feitas tentativas até alguém descobrir que regras existem em comum com as palavras que são aceitas.

Após várias rodas desse jogo, colocamos para o aluno que a base do jogo era exatamente relacionar elementos que possuíam algum critério, regra em comum, e que nisso se baseia a formação de conjuntos presente em nosso dia a dia. A partir dessa discussão formaria com os alunos uma definição para conjuntos.

Introduzirei as definições como: representação, pertinência, tipos de conjunto e subconjuntos, após a leitura e comentário do texto: História da teoria dos conjuntos, (anexo 1), e exercícios do tipo:

Vimos no texto acima que a noção primitiva de conjunto designa uma coleção de objetos bem discerníveis, chamados elementos do conjunto. Utilizando dessa ideia, represente o conjunto formado por elementos encontrados em:

a) sua cozinha:

b) sua mochila:

c) sua carteira:

d) um hospital :

e) um restaurante:

f) em um show:

g) no seu bolso:

Segunda parte:

-Duração prevista: 100 minutos.

-Recursos educacionais utilizados: folha de atividades, lousa e caneta.

-Descritores:

 * Resolver problemas envolvendo operação com conjuntos.

-Organização da turma: alunos dispostos em duplas.

-Pré-requisitos: noção de conjuntos.

-Objetivos: Operar os conjuntos.

-Metodologia:

Será preparada uma folha com o conteúdo abaixo, para ser apresentado aos alunos de forma expositiva.

Operações com conjuntos

Quando falamos de operação lembramos logo de adição, subtração, divisão, multiplicação entre números. É possível também operar conjuntos. Essas operações recebem nomes diferentes, como: União de conjuntos, Intersecção de conjuntos, Diferença de conjunto, Conjunto complementar. Todas essas operações são representadas por símbolos diferentes, veja a representação de cada uma delas.

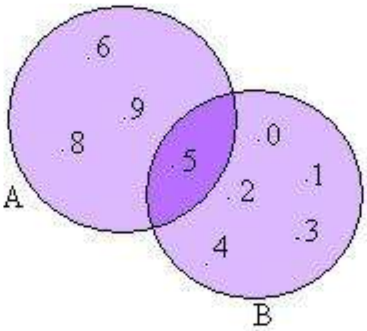
-Intersecção

Os elementos que fazem parte do conjunto interseção são os elementos comuns aos conjuntos relacionados.

Exemplo1:

Dados dois conjuntos **A = {5,6,9,8}** e **B = {0,1,2,3,4,5}**, se pedimos a interseção deles teremos:

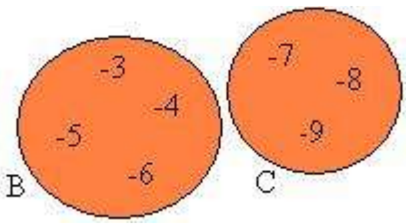
A ∩ B = {5}, dizemos que A “inter” B é igual a 5.



Exemplo 2:

Dados os conjuntos **B = {-3, -4, -5, -6}** e **C = {-7, -8, -9}**, se pedirmos a interseção deles teremos:

B ∩ C = { } ou B ∩ C = Ø, então B e C são conjuntos distintos.

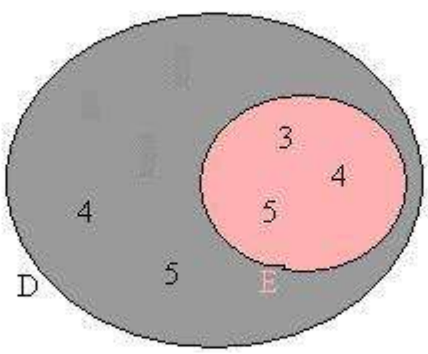


Exemplo 3:

Dados os conjuntos **D = {1,2,3,4,5}** e **E = {3,4,5}**. A interseção dos conjuntos ficaria assim:

E ∩ D = {3,4,5} ou E ∩ D = E, pode ser concluído também que

E ⊂ D.



-**<u>Reunião</u>**

Conjunto união são todos os elementos dos conjuntos relacionados.

<u>Exemplo1:</u>

Dados os conjuntos **A = { x | x é inteiro e -1 < x < 2}** e **B = {1,2,3,4}** a união desses dois conjuntos é :

A U B = {0,1,2,3,4}

<u>Exemplo 2:</u>

Dados os conjuntos **A = {1,2,3}** e **B = {1,2,3,4,5}** a união desses conjuntos é:

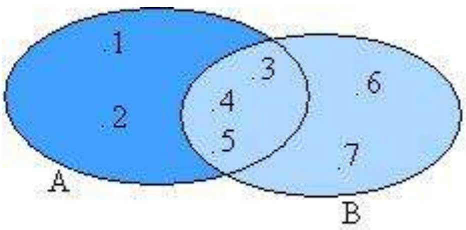
A U B = {1,2,3,4,5}, nesse caso podemos dizer que A U B = B.

-**<u>Diferença entre dois conjuntos</u>**.

Dados dois conjuntos A e B chama-se *conjunto diferença* ou diferença entre A e B o *conjunto formado pelos elementos de A que não pertencem a B*. O conjunto diferença é representado por A – B.

<u>Exemplo1</u>:

A = {1,2,3,4,5} e **B = {3,4,5,6,7}** a diferença dos conjuntos é: A – B = {1,2}



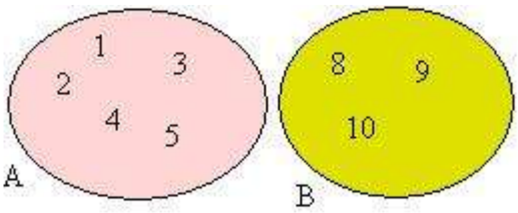
<u>Exemplo 2</u>:

A = {1,2,3,4,5} e **B = {8,9,10}** a diferença dos conjuntos é:

A – B = {1,2,3,4,5}

Exemplo 3:

A = {1,2,3} e **B = {1,2,3,4,5}** a diferença dos conjuntos é:
A – B = $\emptyset$



Exemplo 4:
Dados os conjuntos **A = {1,2,3,4,5,6}** e **B = {5,6}**, a diferença dos conjuntos é:
A – B = {1,2,3,4}. Como B $\subset$ A podemos escrever em forma de complementar:

A – B = $\complement_A B$ = {1,2,3,4}.

Após a explicação será feita uma folha de atividades (anexo 2) com os alunos dispostos em dupla.

Terceira parte:

-Duração prevista: 100 minutos.

-Recursos educacionais utilizados: Notebook do professor acompanhado de Datashow, caixas de variados tamanhos e que se encaixem.

-Descritores:

***** Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.

***** Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

***** Efetuar cálculos com números inteiros, envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

-Organização da turma: alunos enfileirados.

-Pré-requisitos: não há.

-Objetivos: Estudar a Linguagem Matemática e os Números na vida cotidiana.

-Metodologia:

Nesse momento do estudo, farei uma aula expositiva, relembrando com eles o surgimento dos números, como cada povo ao longo dos anos foi criando seus símbolos para representar a quantidade, e a importância que isso teve na história até chegarmos aos símbolos que usamos hoje em nosso sistema decimal, conhecido como indo-arábico e a influência que ainda preservamos da simbologia dos outros povos.

Durante a conversa começa a expor o surgimento dos conjuntos numéricos e para o assunto ser compreendido, uso caixas de diferentes tamanhos que se encaixam uma na outra, para mostrar como o conjunto dos naturais está contido nos inteiros, e assim por diante, dentro delas coloco alguns números que representam aqueles conjuntos e vou rodando com essas caixas pela sala.

Para concluir a importância e fundamental presença dos números na nossa vida, passarei o vídeo: Donald no país da Matemágica, http://www.youtube.com/watch?v=TphWfs_OXkU&feature=related, usando o notebook e o Datashow. E apresento o texto de Clarice Lispector “Você é um número”.

Quarta parte:

-Duração prevista: 100 minutos.

-Recursos educacionais utilizados: Folha de atividades / Software GeoGebra / Laboratório de Informática ou Notebook do professor acompanhado de Datashow.

-Descritores:

* Identificar a localização de números reais na reta numérica.
* Identificar a localização de números inteiros na reta numérica.
* Identificar a localização de números racionais na reta numérica.

-Organização da turma: alunos arrumados em pequenos grupos.

-Pré-requisitos: não há.

-Objetivos: Estudar a Linguagem Matemática e a concepção de Infinito em Matemática.

-Metodologia:

Nessa etapa, chegando ao conjunto dos números reais, começo a mostrar como sua representação na reta, não pode ser feita da mesma forma como a dos números inteiros, devido a sua infinidade de elementos, explico que devido a isso, sua representação é feita através de intervalos, pedaços da reta.

Levarei os alunos ao laboratório de informática para com o uso do software Geogebra, mostrar como em um segmento de reta podemos ter infinitos pontos e assim visualizar essa relação com a representação dos números reais na reta.

Montei uma folha roteiro (anexo 3), retirada do roteiro de ação 4, para ser seguida pelos alunos na sala de informática, onde estão os questionamentos necessários e os passos a serem seguidos no uso do software.

Quinta parte:

-Duração de 100 minutos.

-Recursos educacionais utilizados: Uso de folha de atividades.

-Organização da turma: alunos dispostos em duplas.

-Objetivos: colocar em prática os conceitos adquiridos nas atividades anteriores.

-Metodologia:

Nessa aula e na próxima serão feitos vários exercícios de fixação que trabalhem os vários assuntos que abordamos usando folha de atividade. (anexo 4).

3. Avaliação:

Durante o decorrer das aulas as atividades em grupo serão recolhidas para serem avaliadas e com isso observado o desenvolvimento dos alunos, além de ser realizada a avaliação bimestral na qual conterá questões sobre os temas abordados.

4. Referências:

DANTE, L. R. **Matemática:** contexto e aplicações**.** São Paulo: Ática, 2010, v.2

GIOVANNI, J. R. & BONJORNO, J. R. **Matemática completa.** 2. ed. renov. São Paulo: FTD, 2005, v.1

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D. et al. **Matemática:** ciência e aplicações. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010, v.1, 304 p.

XAVIER, Claudio & BARRETO, Benigno. **Matemática aula por aula.** 2. ed. São Paulo: FDT, 2005, v.1

ANEXO I

História da Teoria dos conjuntos

Muitas das ciências hoje em dia, tem sua pedra fundamental na teoria dos conjuntos, que foi formulada no final do século XIX, foi estabelecida pelo matemático russo Geord Ferdinand Ludwig Philip Cantor (1845-1918). Nascido em S. Petersburgo, Rússia, concentrou seus estudos em Filosofia, Física e Matemática. Doutourou-se em Berlim, na Alemanha, em 1867, com uma tese sobre a Teoria dos Números. No princípio, a reação dos círculos matemáticos não foi muito favorável às concepções de Cantor, mas, no fim do século XIX, as idéias dele já eram bem aceitas. Essa é considerada a primeira fase da Teoria dos Conjuntos. A segunda fase iniciou-se nos primeiros anos do século XX, quando descobriu-se que a teoria cantoriana conduzia a contradições – os chamados paradoxos da Teoria dos Conjuntos. Em meados do século XX, a Teoria dos Conjuntos exerceu efeitos profundos sobre o ensino da matemática. Cantor estava entre os matemáticos mais notáveis e originais de sua época. No entanto, nunca consegui uma posição de destaque, passando a maior parte da sua carreira na Universidade de Halle. Apesar de não se poder definir o conjunto, entenderemos que ele seja um ente primitivo, isto é, uma coleção ou uma lista bem definida de objetos, símbolos, etc. Qualquer agrupamento pode ser chamado de conjunto. Assim, pois, dentro de um conjunto estão constituídos os elementos.

Uma das formas de simbolizar o conjunto e seus elementos é representar o conjunto por uma letra maiúscula e seus elementos separados por vírgula e entre chaves. A representação em extensão pode ser usada para conjuntos finitos ou infinitos, mesmo que o número de elementos seja muito grande. Também podemos representar um conjunto por meio de uma figura chamada Diagrama de Venn (John Venn, lógico inglês,1834-1923). Fazemos notar, ainda, que contrariamente ao que se considera normalmente nesta teoria, admite-se a existência de conjuntos com um só elemento (Conjunto Unitário) e conjuntos sem elementos (Conjuntos Vazios), notamos, ainda, que um conjunto pode ter um número Finito ou Infinito de Elementos. A partir do século VIII, os árabes introduziram na Europa o sistema de numeração com dez símbolos criados pelos hindus. Esse sistema possuía inúmeras vantagens sobre os que eram normalmente utilizados, principalmente por facilitar a escrita e os cálculos. Ficou conhecido como sistema de numeração indo-arábico. Sofreu várias modificações e somente no século XIV os símbolos adquiriram o formato que utilizamos hoje.

http://pt.shvoong.com/exact-sciences/1729177-historia-da-teoria-dos-conjuntos/

ANEXO II

Exercícios de Fixação

1) Considerando os conjuntos U = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}, A = {1, 2}, B = {2, 3, 4}, C = {4, 5} determine (U – A) ∩ (B U C).

2) Dados os conjuntos A = {0, 1}, B = {0, 1, 2} e C = {2, 3}, determine (A U B) ∩ (B U C).

3) Numa sala, 21 alunos falam espanhol, 20 não falam inglês, 32 só falam inglês e 45 falam somente um desses dois idiomas.

a) Quantos alunos falam os dois idiomas (inglês e espanhol) ?

b) Qual é o total de alunos da sala?

4) Trinta e cinco estudantes estrangeiros vieram ao Brasil. 16 visitaram Manaus; 16, S. Paulo e 11, Salvador. Desses estudantes, 5 visitaram Manaus e Salvador e , desses 5, 3 visitaram também São Paulo. O número de estudantes que visitaram Manaus ou São Paulo foi:

a)29
b)24
c)11
d)8
e) 5

5) Numa cidade são consumidos três refrigerantes: Coca-Cola, Fanta e Guaraná. Feito um levantamento de mercado sobre o consumo destes refrigerantes, obteve-se o seguinte resultado disposto na tabela a seguir:

PRODUTOS NÚMERO DE CONSUMIDORES

- Coca-Cola 1500
- Fanta 2000
- Guaraná 2500
- Coca-Cola e Guaraná 700
- Coca-Cola e Fanta 900
- Fanta e Guaraná 800
- Coca-Cola, Fanta e Guaraná 600
- NENHUM DOS TRÊS 1800

Pergunta-se, quantas pessoas consomem apenas Coca-Cola?

a) 500

b) 600

c) 800

d) 1000

6-Sabemos que a diferença de dois conjuntos A e B é um conjunto dos elementos que pertencem a A mas não pertencem a B.

Dados os conjuntos A = { 0, 1,2, 3 } e B = { 1, 2, 3 }. Assinale o conjunto que representa A – B:

a){0}

b)1,2,3}

c){0,1,2,3}

d) { 0, 1, 2 }

ANEXO III

Roteiro para sala de informática

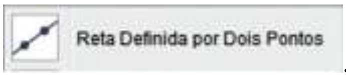
1. Você se lembra do que é um segmento de reta? Escreva aqui com as suas próprias palavras!
2. Como podemos comparar dois segmentos de reta, ou seja, como podemos dizer que um é maior do que o outro? O que levamos em consideração para fazer este tipo de comparação?
3. A figura abaixo apresenta dois segmentos de reta **AB** e **CD**. Qual dos dois é maior, segundo o critério que você estabeleceu acima?

4- É possível comparar dois conjuntos da mesma maneira? Por exemplo, se temos os conjuntos A={-2,-1,0,1, 2,3} e B={10, 20,30} , qual dos dois conjuntos você diria que é o maior conjunto? Por quê?

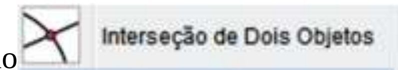
5- Quantos pontos existem em um segmento de reta?

6- Dos segmentos de reta **AB** e **CD** apresentados no item 3, qual você diria que tem mais pontos?

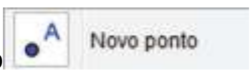
7- Abra o arquivo do GeoGebra intitulado "CORRESPONDÊNCIA BIUNÍVOCA ENTRE PONTOS DE SEGMENTOS.ggb". Nele temos os segmentos **AB** e **CD** que vimos no item 3. Vamos tentar comparar a quantidade de pontos existentes nesses dois segmentos? Para isso, vamos fazer uma construção bem rápida!

A. Trace a reta que passa pelos pontos **A** e **C**, clicando no botão 

, disponível no terceiro MENU de botões, e sucessivamente nos pontos **A** e **C**. Faça o mesmo com os pontos **B** e **D**, para traçar a reta que passa por **B** e **D**.

B. Essas duas retas **AC** e **BD** que você traçou se encontram em um ponto. Clique no botão 

, disponível no segundo MENU de botões, e no encontro destas retas. O GeoGebra nomeará este ponto como **E**.

C. Vamos agora marcar um ponto qualquer no segmento **AB**. Para isso, clique no botão 

, no segundo MENU de botões, e em qualquer lugar dentro do segmento **AB**. Este ponto será nomeado pelo GeoGebra como ponto **F**.

D. Use o mesmo procedimento que usamos em (a) e trace a reta que passa por **F** e **E**. Essa reta intercepta o segmento **CD** em um ponto. Marque esse ponto, repetindo o procedimento que usamos em (b). Esse será o ponto **G**.

E. Agora, antes de qualquer outra coisa, responda: se movimentarmos o ponto **F** pelo segmento **AB,** o que acontecerá com o ponto **G**? Ele ficará sempre dentro do segmento **CD**?

F. Agora movimente **F** ao longo de **AB**. Sua resposta ao item anterior estava correta?

G. Quem tem mais pontos, o segmento **AB** ou o segmento **CD**? O que você pode concluir desse experimento? Converse com seus colegas!

8. Pelo que vimos acima, dois segmentos de reta, apesar de terem comprimentos diferentes, têm a mesma quantidade de pontos. Mas será que o mesmo ocorre quando comparamos semirreta e segmento de reta? Vamos verificar! Para começar, vamos nos lembrar o que é uma semirreta. Discuta com seus colegas e escreva aqui!

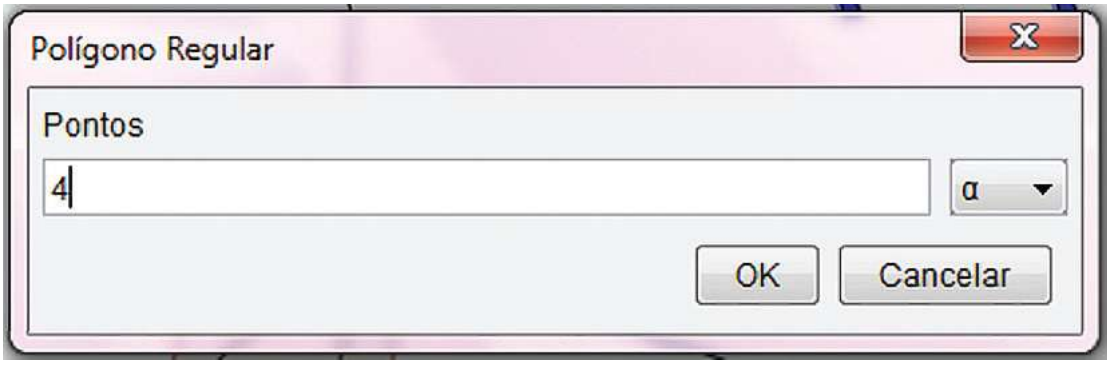
9. Uma semirreta pode ser medida da mesma forma que medimos o comprimento de um segmento de reta? Por quê?

10. E quem tem mais pontos, a semirreta ou o segmento de reta? Por quê?

11. Vamos novamente agora usar o GeoGebra para nos ajudar a pesquisar sobre este tema.

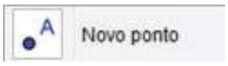
A. Abra uma tela nova do GeoGebra. Vamos construir um quadrado. Para isso, clique no botão 

, disponível no 5º MENU de botões. Clique em dois pontos quaisquer da área de construção. Vão surgir dois pontos **A** e **B**, que o GeoGebra entenderá como sendo um dos lados do seu polígono regular. Abre-se então uma caixa de diálogo, onde você deverá informar quantos lados terá o seu polígono regular, como podemos ver a seguir. Digite 4, pois queremos construir um quadrado. Você verá na sua tela o quadrado **ABCD**.



B. Vamos agora construir a semirreta que passa pelos pontos **A** e **B**. Clique no botão 

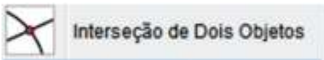
, encontrado no 3º MENU de botões, e nos pontos **A** e **B**, nesta ordem. Você verá a semirreta $\overrightarrow{AB}$, infinita na direção de **B**. Quem tem mais pontos, o segmento **AB** ou a semirreta $\overrightarrow{AB}$?

C. Tome agora um ponto qualquer na semirreta $\overrightarrow{AB}$, clicando no botão 

, disponível no 2º MENU de botões, e em qualquer lugar da semirreta. O GeoGebra nomeará este ponto como **E**.

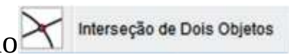
D. Vamos traçar agora dois segmentos: **DE** e **AC**, esse último, diagonal do quadrado **ABCD**. Para isso, clique no botão 

, disponível no 3º MENU de botões, e ordenadamente **D** e **E** – surge o segmento **DE** – e depois em **A** e **C** – surge o segmento **AC**.

E. AC e **DE** encontram-se em um ponto. Marque esse ponto, clicando no botão 

, disponível no segundo MENU de botões, e no encontro destes dois segmentos. O GeoGebra nomeará este ponto como **F**.

F. Finalizando, vamos traçar por **F** uma perpendicular à semirreta $\overrightarrow{AB}$, clicando no botão 

, encontrado no 4º MENU de botões, e sucessivamente no ponto **F** e em qualquer lugar da semirreta $\overrightarrow{AB}$. Essa perpendicular intercepta o segmento de reta **AB** em um ponto. Marque este ponto, clicando sobre o botão 

, disponível no segundo MENU de botões, e no encontro da perpendicular com a semirreta $\overrightarrow{AB}$. O GeoGebra nomeará este ponto como **G**.

G. Agora, antes de movimentar qualquer ponto, vamos refletir um pouco. Se movimentarmos **E** ao longo da semirreta $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$, o que acontecerá com o ponto **G**? Ficará contido no espaço restrito entre **A** e **B** ou ultrapassará **B**?

H. Agora movimente **E** ao longo da semirreta $\overrightarrow{AB}$ e verifique se sua resposta ao item anterior está correta.

I. E agora, quem você acha que tem mais pontos, o segmento de reta **AB** ou a semirreta $\overrightarrow{AB}$? O que você pode concluir desta atividade?

ANEXO IV

Exercícios complementares

1) Dados os conjutos A = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 , 7 } , B = { 0, 2, 4 , 6 } e C = { 1, 3, 5, 7}, determinar os seguintes conjuntos:

a) A U B =

b) A U C =

c) B U C =

d) A ∩ B =

e) A ∩ C =

f) B ∩ C =

g) C_a B =

h) C_b A =

2) Considerando os intervalos abaixo, determine:

a) [1 , 3] U [2 , 5]

b) [- 5 , 5] U [0 , 3]

c) [-2 , 4] ∩ [0 , 8]

d) [-5 , 3] ∩ [3,8]

3) Representar os seguintes conjuntos, por extensão de seus elementos:

a) $A = \{ x \in N^* / x \leq 9 \}$

b) $A = \{ x \in Z / -6 < x \leq 3 \}$

c) $A = \{ x \in Z^* / -3 \leq x \leq 6 \}$

5) Num colégio de 100 alunos, 80 gostam de sorvete de chocolate, 70 gostam de sorvete de creme e 60 gostam dos dois sabores. Quantos não gostam de nenhum dos dois sabores?

6) Supõe-se que em uma pesquisa envolvendo 660 pessoas, cujo objetivo era verificar o que elas estão lendo, obtiveram-se os seguintes resultados: 100 pessoas lêem somente revistas, 300 pessoas lêem somente livros e 150 pessoas lêem somente jornais. Supõe-se ainda que, dessas 660 pessoas, 80 lêem livros e revistas, 50 lêem jornais e revistas, 60 lêem livros e jornais e 40 lêem revistas, jornais e livros.

a) Quantas pessoas lêem apenas um dos três (jornais, revistas ou livros)?

b) Quantas pessoas não lêem nenhum dos três?