

Formação Continuada em Matemática  
Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

Matemática 9º Ano - 3º bimestre/2012

**Avaliação da Execução do Plano de  
Trabalho Plano de Trabalho 2  
e  
Plano de Trabalho Refeito**

Trigonometria  
Circulo e Circunferência

Cursista: **Núbia Nolasco Bispo**

Tutora: **Quedma Ramos**

## SUMÁRIO

<b>Avaliação da Execução do Plano de Trabalho Plano de Trabalho 1.....</b>	<b>3</b>
<b>Plano de Trabalho Refeito.....</b>	<b>5</b>
<b>Referência Bibliográfica.....</b>	<b>13</b>

## **Avaliação da Execução do Plano de Trabalho Plano de Trabalho 1**

### **Pontos Positivos**

Ao realizar este plano de trabalho sobre trigonometria, círculo e circunferência pude mostrar aos alunos o quanto temos este assunto no nosso dia a dia nas mais simples situações. Com isso eles puderam perceber as diferenças entre o círculo e circunferência.

Um exemplo que eles entendem bem é quando falo da volante de um carro que envolve o tópico de círculo e circunferência e quando falei sobre a aldeia de Moçambique onde pude mostrar a diferença entre círculo e circunferência de uma forma prática no pátio da escola. Eles conseguem entender rapidamente, após todas as exemplificações, quando se tem cada uma desses valores e a diferença entre eles.

Com o que diz respeito à valor de Pi, transmito um vídeo que explica como achar este valor tão intrigante, e neste vídeo os mostrou algo bem interessante a relação do círculo e o triângulo retângulo, eles acharam bem interessante, e fizeram bastante perguntas sobre esta relação que foi mostrada, depois de todas as dúvidas sanadas, trabalhei com uma lista de exercícios, onde com os mesmos descobriremos como os matemáticos acharam este valor e como fizeram as relações das fórmulas de área e de comprimento e de diâmetro e foi bem proveitoso.

Já na trigonometria dei vários exemplos no seu dia a dia e foi bem proveitoso, como a rampas de acesso a algo, alturas de prédios e etc. Pude mostra-los nestes exemplos que existe um triângulo e através disso comecei as relações do triângulo retângulo e em seguida as explicações e demonstrações, fizeram várias atividades através de lista de exercícios bem fácil, onde pode demonstrar todo o conhecimento adquirido em aula.

Com todos esses exemplos, eles “vivem” a trigonometria e circunferência e fica bem mais simples de resolver as situações apresentadas nos exercícios.

E também fiz várias situações problemas para que eles adquirissem um pouco mais de maturidade na geometria, neste problemas propostos não coloquei as figuras para que conseguisse pensar um pouco mais, afinal a defasagem é grande e temos que conseguir fazer o trabalho de uma forma de um dia isso acabe, como foi dito no fórum de discussão.

E vou sempre tentar para que consiga alcançar os objetivos.

### **Pontos Negativos**

Um dos maiores problemas que sempre enfrento são relacionados aos conteúdos de séries anteriores como caçulos envolvendo teorema de Pitágoras, semelhança de triângulos, razão e proporção, segmento de reta, etc. Com isso, faz-se necessário, em quase todas as aulas, rever e reforçar esses assuntos, para isso neste ano relançou os assuntos: **Razão e proporção, semelhança de triângulos e teorema de Pitágoras** e apliquei uma lista de exercícios para eles resolverem e as corriji em sala, uma por uma.

Mas nem todos os alunos se dedicam ao estudo e com isso não consigo atingir uma totalidade.

Em relação aos problemas foi proposto em sala, onde eles teriam que interpretar, desenhar a figura para resolver a questão, observei muita dificuldade e tentei ajudá-los, mas mesmo assim devido a dificuldade de interpretação demoraram bastante para conseguir resolvê-las em sala de aula. Alguns não conseguiram, mesmo com meu auxílio. Mas, não desisto.

### **Alterações**

Fiz modificações como incluir o conteúdo de circunferência e círculos nesta tarefa e na referência bibliográfica, como você havia analisado.

Não foi feita nenhuma alteração nas atividades, pois não encontrei outra forma mais adequada para atingir 100% da turma, visto que outro problema que afeta a educação é o desinteresse por parte dos alunos. Você faz aulas diferentes, tenta ser divertido, deixa os alunos trabalhar em grupo e mesmo assim ainda tenho alunos que não se preocupam nem com os estudos nem mesmo com seu futuro profissional.

### **Impressões dos alunos**

É possível notar que grande maioria da turma despertou o interesse pelo assunto abordado, principalmente quando eles percebem que o assunto está presente na vida deles. Quando são citados exemplos relacionados ao esporte, todos demonstram um interesse maior.

## Plano de Trabalho Refeito

### Trabalho sobre trigonometria e Círculos e circunferências

#### INTRODUÇÃO

Este trabalho tem a finalidade de apresentar o conceito razões trigonométricas no triângulo retângulo, círculo e circunferência, assim como também as situações onde são vistas no cotidiano e como resolver tais situações.

Na educação atual temos vários problemas em sala de aula, um deles que apresento é a dificuldade que o aluno tem em perceber que os assuntos vistos em sala de aula acontecem frequentemente com eles.

Conceitos anteriores serão importantes para o assunto de trigonometria e circunferência, devido a isso faz se necessário revisar alguns conteúdos como: classificação de triângulo quanto a ângulo e lado, a resolução de uma equação do primeiro grau, semelhança de triângulos, e razão e proporção. Sabemos que a trigonometria é a parte da matemática que tem por objetivo o cálculo das medidas dos elementos do triângulo. A palavra trigonometria tem origem em três radicais gregos: tri (três), gonos (ângulo) e metron (medir).

As primeiras contribuições aos estudos da trigonometria são atribuídas aos egípcios e babilônicos, por volta do século IV ou V a.C motivados por problemas relacionados à Astronomia, Agrimensura e Navegação. Porém foi o astrônomo grego Hiparco de Nicéia no século II a.C que recebeu o título de “o pai da Trigonometria” por ter sido o primeiro a empregar as relações entre os lados e os ângulos de um triângulo retângulo e ter construído o que provavelmente foi à primeira tabela trigonométrica.

No século II d.C o grego Ptolomeu escreveu a mais significativa obra sobre trigonometria da antiguidade chamada *Almagesto* onde reúne os conhecimentos existentes na época. Nessa obra ele apresenta uma tabela que hoje equivale à tabela de valores de senos, porém não se utilizava os termos seno e cosseno, mas cordas. Os problemas relativos à Astronomia deram origem aos conceitos de seno e cosseno, enquanto que a origem do conceito de tangente está ligada ao cálculo de distâncias e alturas.

O nome trigonometria e as abreviações (*sen*, *cos* e *tg*) como utilizam hoje, só surgiram no século XVI. A trigonometria é uma construção de diversos povos, além dos egípcios, babilônicos e gregos os filósofos e matemáticos indianos, árabes, europeus entre outros, contribuíram para alcançar os conhecimentos que temos. Atualmente, os conhecimentos de trigonometria são aplicados na matemática e em outras áreas da atividade humana como: Topografia, Engenharia Civil, Física e outras.

O conhecimento sobre Trigonometria não deve ser baseado apenas nos livros didáticos, segundo Carneiro et al. (2006). Assim, os autores propõem uma visão mais ampla desta área, possibilitando ao docente e ao discente uma leitura crítica sobre os conceitos e assuntos no geral, que na maioria das vezes são apresentados por aglomerado de fórmulas e equações de difíceis compreensões. Para sanar as dificuldades encontradas pelos alunos quanto à compreensão das definições relacionadas à Trigonometria, os autores buscaram contribuir com material de apoio para professores, e assim amenizar as necessidades iniciais que os alunos apresentam com relação a este tópico. Concluem que o objetivo de oferecer um aprendizado significativo dos conceitos trigonométricos em soluções de situações-problemas e desenvolver o raciocínio crítico dos alunos é atingido com a metodologia proposta.

Já na Circunferência e no círculo fiz a mesma iniciação, reviu alguns conceitos anteriores e introduzi a matéria de círculo e circunferência de uma forma bem lúdica

A Geometria é responsável pela análise das formas encontradas na natureza. Através destes estudos podemos calcular área, perímetro, área, volume e outras partes de objetos. Mas falaremos especificamente sobre o círculo e a circunferência.

A Geometria Euclidiana nos explica que a circunferência é o espaço geométrico de uma região circular que compreende todos os pontos de um plano, localizados a uma determinada distância, denominada raio, de um ponto chamado centro. Podemos definir o círculo como a região interna da circunferência. A circunferência limita o círculo.

Ambas possuem um elemento denominado diâmetro, que constitui em um segmento que passa pelo centro da figura. Outro segmento importante pertencente às duas figuras é o raio, que corresponde à metade do diâmetro.

As duas figuras possuem área, pois elas têm a propriedade de determinar uma região. A área de uma região circular é calculada de acordo com o valor de pi (aproximadamente 3,14).

Pensando no objetivo de levar o aluno à compreensão do conceito da circunferência e círculo, reconhecer, aplicar e diferenciar círculo e circunferência, resolver problemas envolvendo circunferência identificar, reconhecer e aplicar propriedades. Utilizando uma metodologia lúdica, aula expositiva podendo utilizar instrumentos que com ele será possível construir figuras geométricas tendo assim uma compreensão maior e conseguirá obter uma observação mais ampla por meio de experimentações, com suas principais propriedades.

Sendo, assim é importante para o professor realizar um acompanhamento contínuo no contexto para que o aluno consiga ver a diferença de ambas, mostrando sempre a importância disso para sua vida é fazendo com que aluno crie habilidades valiosas e importantes para uma melhor compreensão dos conhecimentos matemática expostos favorecendo assim o processo

de formação da competência matemática em situação específica como esta, e desenvolvem ainda mais outras competências como a de leitura, escrita, interpretação ou qualquer atividade do gênero, tendo conhecimento prévio sobre alguns conceitos de geometria como: área, perímetro, polígonos, para conseguir compreender melhor os conceitos e propriedades de circunferência, podendo assim ampliar o seu conhecimento matemático através da estratégia do modelo de Van Hiele para construir um pensamento geométrico com seus três níveis (nível básico visualização, análise, dedução informal e dedução) utilizando as propriedades dos modelos para facilitar a compreensão do conceito das propriedades da circunferência. Fazendo que o planejamento seja ministrado em 200 minutos, inserindo algo bem interessante antes de iniciar a atividade com contexto histórico ou uma curiosidade para que eles vejam uma utilização prática da geometria, que é a que eu irei abordar inicialmente Que da história dos pescadores de um vilarejo em Moçambique.

## **DESENVOLVIMENTO**

A matemática é a ciência base de várias áreas do conhecimento, sendo, portanto fundamental seu domínio por parte dos alunos. Por isso é necessário procurar novas formas (métodos) para ensiná-la, buscando maior eficiência no processo de ensino e aprendizagem no âmbito escolar. Utilizarei o plano de ação 5, pois este tipo de atividade fará com que o aluno desconstrua a cultura de decorar fórmulas e tabelas. A tabela de seno, cosseno e tangente de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$  costuma não ser ensinada e sim exposta como verdade absoluta.

### **ATIVIDADE 1: CONHECENDO AS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS**

**HABILIDADE RELACIONADA:** Identificar as razões trigonométricas

**PRÉ-REQUISITOS:** Conhecimentos de teorema de Pitágoras, Conhecer os triângulos e classifica-las, triângulos semelhantes.

**TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos

**RECURSOS EDUCACIONAIS:** Material necessário: Data show, computador, vídeo aula sobre o assunto, calculadora, musica sobre a trigonometria, transferidor, livro de didático e uma ficha de tarefas (em anexo).

Vídeo aula: Telecurso de aula 40 – Ensino Médio – Matemática (trigonometria)



[http://www.youtube.com/watch?v=ai59Ai0fNAA&feature=player\\_detailpage](http://www.youtube.com/watch?v=ai59Ai0fNAA&feature=player_detailpage)

**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

**OBJETIVOS:** Permitir que os alunos percebam razões que apresentam valores constantes quando considerados triângulos semelhantes e conheçam seus nomes.

**METODOLOGIA DE ENSINO:**

Para realização desta atividade os alunos estarão divididos em grupos de 2 a 3 pessoas e em seguida exibirá o vídeo aula sobre razões trigonométricas, levará em torno de 18 minutos a exibição, em seguida faremos uma atividade relacionada com a matéria. Esta atividade será feita em grupo, com todos os alunos contendo suas próprias fichas com suas tarefas, eles farão as atividades passo a passo como descreve a tarefa. Estarão com seu material de apoio que será o livro didático, será um facilitador para os alunos relembrar os termos adotados a este conteúdo, utilizando assim as nomenclaturas corretas.

Assim, teremos os conceitos sobre razões trigonométricas de uma forma bem diferenciada do usual, com o livro didático como apoio e a vídeo aula para a explicação do conteúdo, e uma breve explanação do professor para fixar o que foi dito no vídeo e as atividades selecionadas para fixar os conhecimentos adquiridos anteriormente.

No fim de toda a atividade, cantar uma musica para fixar, mas o conteúdo ministrado em sala de aula ficará bem interessante.

O vídeo: Musica sobre razões trigonométricas.

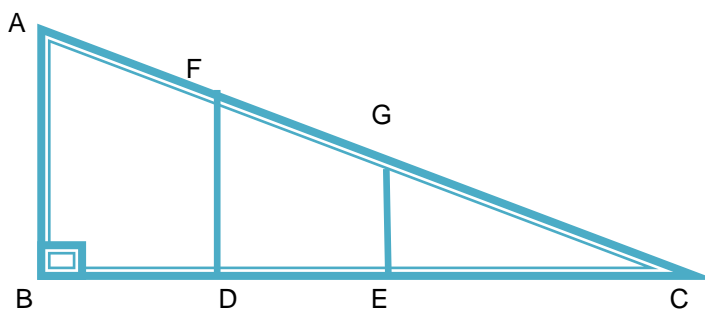
[http://www.youtube.com/watch?feature=player\\_detailpage&v=wr6GX4TWxvw](http://www.youtube.com/watch?feature=player_detailpage&v=wr6GX4TWxvw)

**LISTA DE EXERCÍCIOS**

1) Descubra os nomes que recebem as razões abaixo e responda:

- a) Medida do cateto oposto dividido pela hipotenusa \_\_\_\_\_
- b) Medida do cateto adjacente dividido pela hipotenusa \_\_\_\_\_
- c) Cateto oposto dividido pelo cateto adjacente \_\_\_\_\_

2) Determine as razões do triângulo abaixo:





**Utilize a régua para achar as medidas dos segmentos indicados e calculadora para achar suas razões.**

a) med AB/ med AC razão : \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

b) med FD/ med FC razão: \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

c) med GE/ med GC razão: \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

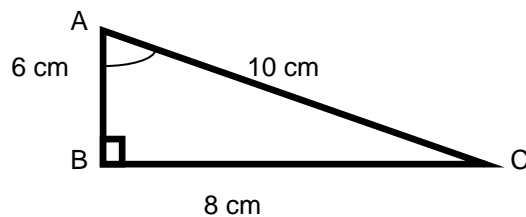
3) Com relação ao exercício de número 2, Responda a pergunta a seguir:

a) O que vc observou através das razões que você realizou?

4) Utilizando o transferidor verifique as medida do ângulo C.

5) No triângulo retângulo das figuras, calcule:

a)



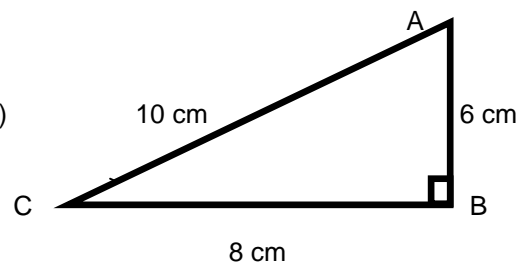
$\text{sen } \hat{A} = \underline{\hspace{2cm}}$

$\text{cos } \hat{A} = \underline{\hspace{2cm}}$

$\text{tag } \hat{A} = \underline{\hspace{2cm}}$

$\text{sen } C = \underline{\hspace{2cm}}$

b)



$\text{cos } C = \underline{\hspace{2cm}}$

$\text{tag } C = \underline{\hspace{2cm}}$

No final da aula, faremos uma revisão do que foi dado com uma musica bem animada, para continuarmos o conhecimento de trigonometria.

O vídeo: Musica sobre razões trigonométricas.

[http://www.youtube.com/watch?feature=player\\_detailpage&v=wr6GX4TWxww](http://www.youtube.com/watch?feature=player_detailpage&v=wr6GX4TWxww)

## **ATIVIDADE 2: ENCONTRANDO O SENO, COSSENO E TANGENTE DE 30°, 45° E 60°.**

### **ASSUNTO: RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS**

#### **HABILIDADE RELACIONADA:**

H52 – Efetuar cálculos que envolvam operações com números reais (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação).

H11 – Utilizar relações métricas do triângulo para resolver problemas significativos.

H12 – Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente).

**PRÉ-REQUISITOS:** Conhecimentos de triângulo equilátero, quadrado e suas relações.

**TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos

**RECURSOS EDUCACIONAIS:** Material necessário: Quadro branco, caneta e ficha simples contendo um triângulo equilátero e um quadrado para que os alunos acompanhem raciocínio, vídeo aula, calculadora e música.

Vídeo aula: Telecurso de aula 41 – Ensino Médio – Matemática (trigonometria)



[http://www.youtube.com/watch?v=nQgoVXysCGQ&feature=player\\_detailpage#t=78s](http://www.youtube.com/watch?v=nQgoVXysCGQ&feature=player_detailpage#t=78s)

**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

#### **OBJETIVOS:**

Auxiliar o aluno a encontrar as razões trigonométricas dos ângulos notáveis 30°, 45° e 60° com o auxílio da geometria. Ressaltar a importância do tema que será estudado e sua aplicabilidade em assuntos do dia a dia e Aplicação de resolução de problemas.

#### **METODOLOGIA DE ENSINO**

Para realização desta atividade os alunos estarão divididos em grupos de 2 a 3 pessoas e em seguida faremos um breve resumo da aula anterior, para facilitar a introdução do próximo conteúdo, assim começaremos a discussão do tema de uma forma,

mas lógica, fazendo relação com as figuras determinadas, pelo professor que será um quadrado e um triângulo equilátero, assim começaremos a introduzir os ângulos notáveis e outras tabelas, fazendo com que os alunos tenham uma percepção maior com este tipo explicação lógica.

Em seguida todas as relações feitas, será introduzido um vídeo aula sobre ângulos notáveis, levará em torno de 18 minutos a exibição, será uma revisão dos ângulos notáveis, em seguida faremos uma atividade relacionada com a matéria. Esta atividade será feita em grupo, com todos os alunos contendo suas próprias fichas com suas tarefas, eles farão as atividades passo a passo como descreve a tarefa. Estarão com seu material de apoio que será o livro didático, será um facilitador para os alunos relembrar os termos adotados a este conteúdo, utilizando assim as nomenclaturas corretas.

Assim, teremos os conceitos sobre razões trigonométricas de uma forma bem diferenciada do usual, com o livro didático como apoio e a vídeo aula para a explicação do conteúdo, e uma breve explanação do professor para fixar o que foi dito no vídeo e as atividades selecionadas para fixar os conhecimentos adquiridos anteriormente.

No fim de toda a atividade, cantar uma musica para fixar, mas o conteúdo ministrado em sala de aula ficará bem interessante.

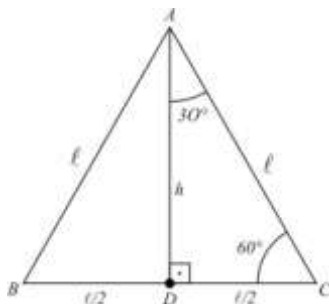
O vídeo: Música sobre Ângulos notáveis.

[http://www.youtube.com/watch?v=mSSF-hwP98g&feature=player\\_detailpage](http://www.youtube.com/watch?v=mSSF-hwP98g&feature=player_detailpage)

### **Tarefa 1: Demonstração**

#### **Demonstração dos Ângulos Notáveis**

Os ângulos  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$  são chamados notáveis por aparecerem frequentemente em cálculos. Vamos determinar o seno, cosseno e tangente de cada um deles. Para isso, vamos considerar o triângulo equilátero ABC da figura 1:



Podemos destacar algumas relações:

Cada lado do triângulo mede  $l$ ;

$AD$  é a bissetriz de  $B\hat{A}C$ ;

$AD$  é a mediana de  $BC$ , dividindo  $BC$  em duas partes iguais de tamanho  $l/2$  em  $D$ ;

A altura  $h$  pode ser escrita em função dos lados  $l$ , da seguinte forma:

$$l^2 = h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$h^2 = l^2 - \frac{l^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{3l^2}{4}$$

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

### Determinação do seno, cosseno e tangente de $30^\circ$ e $60^\circ$ .

O seno de um ângulo é definido como a razão do cateto oposto a este ângulo pela hipotenusa do triângulo:

$$\text{sen}(\theta) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{sen}(30^\circ) = \frac{\frac{l}{2}}{l} = \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{l} = \frac{1}{2}$$

$$\text{sen}(60^\circ) = \frac{h}{l} = \frac{\frac{l\sqrt{3}}{2}}{l} = \frac{l\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

O cosseno de um ângulo é definido pela razão entre o cateto adjacente a este ângulo pela hipotenusa do triângulo:

$$\text{cos}(\theta) = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{cos}(30^\circ) = \frac{h}{l} = \frac{\frac{l\sqrt{3}}{2}}{l} = \frac{l\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{cos}(60^\circ) = \frac{\frac{l}{2}}{l} = \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{l} = \frac{1}{2}$$

A tangente de um ângulo é definida pela razão entre o cateto oposto pelo cateto adjacente a este ângulo:

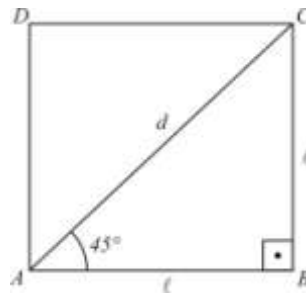
$$\text{tan}(\theta) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

$$\tan(30^\circ) = \frac{\frac{\ell}{2}}{h} = \frac{\frac{\ell}{2}}{\frac{\ell\sqrt{3}}{2}} = \frac{\ell}{2} \cdot \frac{2}{\ell\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan(60^\circ) = \frac{h}{\frac{\ell}{2}} = \frac{\frac{\ell\sqrt{3}}{2}}{\frac{\ell}{2}} = \frac{\ell\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\ell} = \sqrt{3}$$

#### Determinação do seno, cosseno e tangente de 45°.

Para calcularmos o seno, cosseno e tangente de 45°, vamos considerar o quadrado mostrado na figura 2:



A diagonal  $d$  forma com os lados  $l$  um ângulo de 45° e podemos escrever a diagonal  $d$  em função dos lados  $l$ :

$$d^2 = \ell^2 + \ell^2$$

$$d^2 = 2\ell^2$$

$$d = \ell\sqrt{2}$$

$$\text{sen}(45^\circ) = \frac{\ell}{d} = \frac{\ell}{\ell\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{cos}(45^\circ) = \frac{\ell}{d} = \frac{\ell}{\ell\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan(45^\circ) = \frac{\ell}{\ell} = 1$$

Vamos, agora, construir uma tabela com os ângulos notáveis.

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
<u>tan</u>	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	<u>1</u>	$\sqrt{3}$

## Tarefa 2: Situações problemas

### Lista de exercícios 1

- 1) Calcular os catetos de um triângulo retângulo cuja hipotenusa mede 6 cm e um dos ângulos mede  $60^\circ$ .
  
- 2) Quando o ângulo de elevação do sol é de  $60^\circ$ , a sombra de um edifício mede 18 m. Calcule a altura do edifício.
  
- 3) Quando o ângulo de elevação do sol é de  $60^\circ$ , a sombra de uma árvore mede 15m. Calcule a altura da árvore.
  
- 4) Uma escada encostada em um edifício tem seus pés afastados a 50 m do edifício, formando assim, com o plano horizontal, um ângulo de  $32^\circ$ . A altura do edifício é aproximadamente: ( $\sin 32^\circ = 0,5299$ ,  $\cos 32^\circ = 0,8480$  e  $\tan 32^\circ = 0,6249$ ).
  
- 5) Um avião levanta voo sob um ângulo de  $30^\circ$ . Depois de percorrer 8 km, o avião se encontra a uma altura de:  
  
A) 2 km b) 3 km c) 4 km d) 5 km
  
- 6) Um foguete é lançado sob um ângulo de  $30^\circ$ . A que altura se encontra depois de percorrer 12 km em linha reta?
  
- 7) Do alto de um farol, cuja altura é de 20 m, avista-se um navio sob um ângulo de depressão de  $30^\circ$ . A que distância, aproximadamente, o navio se acha do farol?

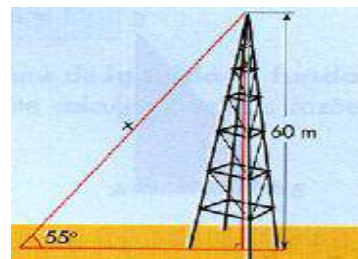
- 8 ) Num exercício de tiro, o alvo está a 30 m de altura e, na horizontal, a 82 m de distância do atirador. Qual deve ser o ângulo (aproximadamente) de lançamento do projétil? ( $\sin 20^\circ = 0,3420$ ,  $\cos 20^\circ = 0,9397$  e  $\operatorname{tg} 20^\circ = 0,3640$ )
- 9) Se cada ângulo de um triângulo equilátero mede  $60^\circ$ , calcule a medida da altura de um triângulo equilátero de lado 20 cm.
- 10) Um alpinista deseja calcular a altura de uma encosta que vai escalar. Para isso, afasta-se, horizontalmente, 80 m do pé da encosta e visualiza o topo sob um ângulo de  $55^\circ$  com o plano horizontal. Calcule a altura da encosta. (Dados:  $\operatorname{sen} 55^\circ = 0,81$ ,  $\operatorname{cos} 55^\circ = 0,57$  e  $\operatorname{tg} 55^\circ = 1,42$ )

**Gabarito:**

- 1)  $3\sqrt{3}$  e 3    2) 38,6m    3) 25,5m    4) 31,24m    5) 4 km  
 6) 6 km    7) 34,6m    8)  $20^\circ$     9)  $10\sqrt{3}$     10) 113,6m

**Lista de exercícios 2**

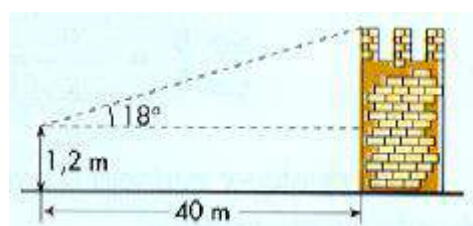
1. Uma torre de transmissão de TV de 60m de altura está implantada num terreno horizontal. Um cabo de tensão vai desde o solo até ao ponto mais alto da torre e faz com o solo um ângulo de  $55^\circ$ . Qual o comprimento do cabo?



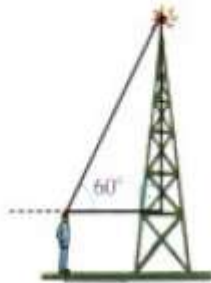
2. comprimento está apoiada num muro vertical, como mostra a figura. O ângulo que a escada faz com o chão é de  $62^\circ$ .



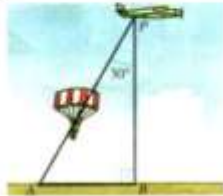
3. Calcula a altura do castelo.



- 5) Um observador, com 1,64 m de altura, vê uma luz no alto de uma torre de televisão, sob um ângulo de  $60^\circ$ . Esse observador se encontra a 20 m da base da torre. Determine a altura aproximada dessa torre.



- 6) Um pára-quadista salta de um avião quando este se encontra a 1.800 m de altura. Devido à velocidade do avião e da ação do vento, o pára-quadista cai conforme indica o desenho. A que distância do ponto B o pára-quadista vai cair?



- 7) Qual é o comprimento dessa ponte?



- 8) A determinação feita por um radar da altura de uma nuvem em relação ao solo é importante para previsões meteorológicas e na orientação de aviões para que se evitem turbulências. Nessas condições, determine a altura detectada pelo radar conforme o desenho.





E para finalizar a aula cantaremos uma musica bem animada para fixar os conhecimentos adquiridos neste conteúdo tão intrigante que é a trigonometria.

O video : Música sobre Ângulos notáveis.

[http://www.youtube.com/watch?v=mSSF-hwP98g&feature=player\\_detailpage](http://www.youtube.com/watch?v=mSSF-hwP98g&feature=player_detailpage)

## **CIRCULO E CIRCUNFERÊNCIA**

### **Atividade 1:**

#### **HABILIDADE RELACIONADA:**

- H09 – Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.

**PRÉ-REQUISITOS:** Conhecimentos de segmento de reta – traçado e medida e Noções de círculo, circunferência e seus elementos.

**TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos

**RECURSOS EDUCACIONAIS:** Prego, Barbante um de 45 cm e outro de 60 cm, Metro de pedreiro, Giz , Datashow, notebook e vídeo aula sobre circunferência e circulo.

Vídeo aula: Telecurso de aula 43 – Ensino Fundamental – Matemática



[http://www.youtube.com/watch?feature=player\\_detailpage&v=E60Lk5fAkew](http://www.youtube.com/watch?feature=player_detailpage&v=E60Lk5fAkew)

**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em pequenos grupos (três alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

**OBJETIVOS:** Apresentar ao aluno a circunferência como um lugar geométrico, explorando suas propriedades e elementos, como centro, raio, diâmetro e corda e Explorar as ideias de contorno e área relacionadas a circunferências e círculos, diferencia-las.

Vídeo aula: Depois da aula pratica que será mostrando que estes objetos estão e seu cotidiano e mostrar como é importante em sua vida pratica, a partir de objetos circulares, postos para eles diferenciem, ou seja, após se familiarizarem, vamos à teoria através do vídeo aula para fixar, mas os conhecimentos adquiridos com a aula prática dada anteriormente.

Vídeo aula: Telecurso de aula 43 – Ensino Fundamental – Matemática:

[http://www.youtube.com/watch?feature=player\\_detailpage&v=E60Lk5fAkew](http://www.youtube.com/watch?feature=player_detailpage&v=E60Lk5fAkew)

## METODOLOGIA

### OS PESCADORES

Há muitos séculos, os pescadores de Moçambique, um país da África, empregam um processo para conservar o pescado. Eles fazem uma fogueira na praia e espetam cada peixe em uma vara fincada na areia. O fogo seca os peixes que, assim, não se estragam.

Se as varinhas fossem espetadas às cegas, em qualquer lugar, surgiria um problema: alguns peixes ficariam torrados; outros não secariam. Os pescadores resolvem esse problema usando um cordão e dois pedaços de pau. Cravando uma das estacas no chão e mantendo o cordão sempre esticado, desenham uma circunferência na areia. Depois, fazem uma fogueira no centro (no local da estaca) e colocam as varas com peixes sobre a curva desenhada.

Os peixes depois de pescados estragam-se facilmente. Por isso, os pescadores precisam mantê-los sob refrigeração. Mas o que deve ser feito quando não há geladeiras? Assim, todos os peixes secam por igual. Dá pra perceber o porquê, não é? O tamanho da circunferência traçada pelos pescadores depende do comprimento do cordão. Na Matemática, esse comprimento corresponde ao raio da circunferência. O raio determina o tamanho da circunferência.

Em seguida a apresentação do texto dividirá a turma em grupos, para facilitar a exemplificação da forma pratica no pátio da escola com um prego preso no chão, barbante e um giz para marcar assim poderão desenhar no chão para poder visualizar melhor algumas propriedades básicas da circunferência como: centro da circunferência, raio e comprimento da circunferência, sempre utilizando o método de Van Heile para construção de conhecimento.

Exemplo:



Logo após a aula pratica no pátio da escola, os alunos verá um vídeo aula para fixar, mas o que foi feito na prática e introduzir a teoria que não foi feita na pratica. Através do vídeo o professor poderá aprofundar o conteúdo.

Vídeo aula: Telecurso de aula 43 – Ensino Fundamental – Matemática:



[http://www.youtube.com/watch?feature=player\\_detailpage&v=E60Lk5fAkew](http://www.youtube.com/watch?feature=player_detailpage&v=E60Lk5fAkew)

### **Tarefa 1 : lista de exercicios**

## **ATIVIDADE 2: DESCOBRINDO $\pi$**

### **HABILIDADE RELACIONADA:**

- H09 – Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.

**PRÉ-REQUISITOS:** Conhecer os triângulos e classifica-las, triângulos semelhantes, áreas das figuras planas. Noções de círculo, circunferência e seus elementos.

**TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos

**RECURSOS EDUCACIONAIS:** Material necessário: Data show, computador, vídeo aula sobre o assunto, régua, calculadora, lápis, borracha, livro de didático e uma ficha de tarefas (em anexo).

Vídeo aula: Projeto M<sup>3</sup> – Roda do Sonho (geometria circunferência e círculo)

[http://www.youtube.com/watch?v=R52ZZ6uKxRI&feature=player\\_embedded](http://www.youtube.com/watch?v=R52ZZ6uKxRI&feature=player_embedded)

**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

**OBJETIVOS:** Determinar aproximações para o valor de  $\pi$  a partir de situações experimentais em embalagens ou objetos circulares de maneira geral.

### **METODOLOGIA DE ENSINO:**

Iniciaremos introduzir o conteúdo com um vídeo aula, o mesmo mostrará como um pintor achar o valor de  $\pi$  e o valor da área da circunferência, algumas informações do vídeo faz uso dos personagens Pablo e Arquimedes para abordar inicialmente o resultado de Arquimedes de que a área de um círculo é equivalente à área de um triângulo retângulo que tem por base o

perímetro deste círculo e por altura seu raio. São também comentados o problema clássico da quadratura do círculo e a expressão da área do círculo como a multiplicação de um número pi vezes seu raio ao quadrado.

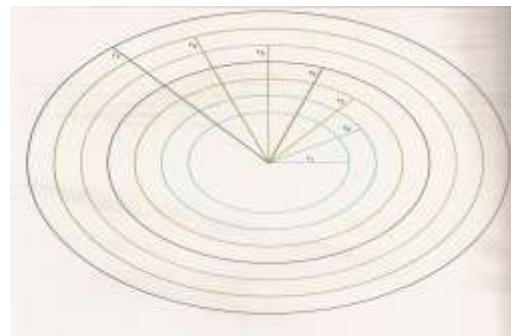
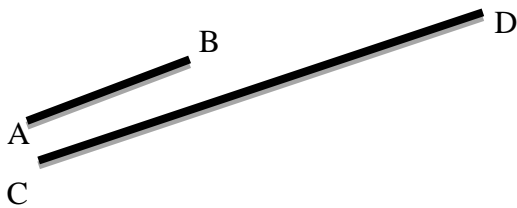
Vídeo aula: Projeto M<sup>3</sup> – Roda do Sonho (geometria circunferência e círculo)

[http://www.youtube.com/watch?v=R52ZZ6uKxRI&feature=player\\_embedded](http://www.youtube.com/watch?v=R52ZZ6uKxRI&feature=player_embedded)

Em seguida começaremos a atividade sobre o que falamos no vídeo e começar a entender o valor de Pi.

Se marcarmos um ponto em cada circunferência e colocarmos um fio de linha ou barbante sobre seu contorno e esticarmos, obteremos para a circunferência  $C_1$  (de raio  $r_1$ ), um comprimento aproximadamente igual à medida do segmento  $\overline{AB}$ , ou seja, se colocarmos um fio de linha no contorno da circunferência de raio  $r_1$  e o esticarmos obterão o segmento  $\overline{AB}$ . Para determinarmos o comprimento do contorno das circunferências, por exemplo,  $C_2$ , adicionarmos à medida do segmento  $\overline{CD}$ ; para o comprimento de  $C_3$ , adicionarmos às medidas dos segmentos  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$  novamente a medida do segmento  $\overline{CD}$ , ou seja,  $\text{med.}(C_3) = \text{med.}(\overline{AB}) + 2 \cdot \text{Med.}(\overline{CD})$ .

Ex.:



Para cada circunferência, complete a tabela abaixo, determinando o raio (R), o Diâmetro (D), o comprimento (C) e o quociente entre o comprimento e o diâmetro. ( $\pi = C/D$ ).

Circunferência

Raio (R)	Diâmetro (D)	Comprimento(C)	C/D
R1 = 3 cm	D1 = 6 cm	C1 = 18,8 cm	3,1333
R2 = 4 cm	D2 = 8 cm	C2 = 25,1 cm	3,1375
R3 = 5 cm	D3 = 10 cm	C3 = 31,4 cm	3,14

R4 = 6 cm	D4 = 12 cm	C4 = 37,7 cm	3,1416
R5 = 7 cm	D5 = 14 cm	C5 = 44 cm	3,1428
R6 = 8 cm	D6 = 16 cm	C6 = 50,3 cm	3,14375
R7 = 9 cm	D7 = 18 cm	C7 = 56,6 cm	3,1444

**Conclusão 1:** o valor de  $\pi$  é aproximadamente 3,14.

**Conclusão 2:** o retângulo abaixo mostra a relação entre o comprimento de uma Circunferência, o diâmetro e o número  $\pi$ .

$$C = d \cdot \pi$$

A relação entre o comprimento, o raio e  $\pi$  é mostrada abaixo.

$$C = 2 \cdot r \cdot \pi = 2 \cdot \pi \cdot r$$

**Piada sobre circunferência:** na França existia uma pessoa que se chamava Pierre ( $\pi \cdot r$ ). E no quintal de sua casa existia uma grande árvore. Um dia Pierre ( $\pi \cdot r$ ) tentou medir a largura desta árvore e abraçou-a mas não conseguiu . Ele pediu ajuda ao seu vizinho que coincidentemente chamava-se Pierre ( $\pi \cdot r$ ) e juntos conseguiram abraçar a árvore. Logo foi necessário dois Pierre para medir a largura da árvore. Por isso que o comprimento da circunferência é  $2 \cdot \pi \cdot r$

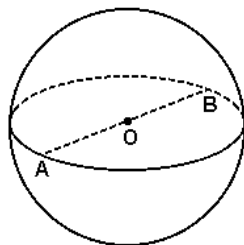
**LISTA DE EXERCÍCIOS – 9º ANOS COMPRIMENTO DE CIRCUNFERÊNCIA  
E ÁREA DE CÍRCULO E SUAS PARTES**

01. Qual é o comprimento de uma circunferência que tem raio igual a 2,4 cm? Use  $\pi = 3,14$ .

02. Calcule a área do círculo que tem diâmetro igual a 20 cm. Use  $\pi = 3,14$ .

03. Um inseto vai se deslocar sobre uma superfície esférica de raio 50 cm, desde um ponto A até um ponto B, diametralmente opostos, conforme a figura. O menor trajeto possível que o inseto pode percorrer tem comprimento igual a:

- a)  $\pi/2$  m.
- b)  $\pi$  m.
- c)  $3\pi/2$  m.
- d)  $2\pi$  m.
- e)  $3\pi$  m.

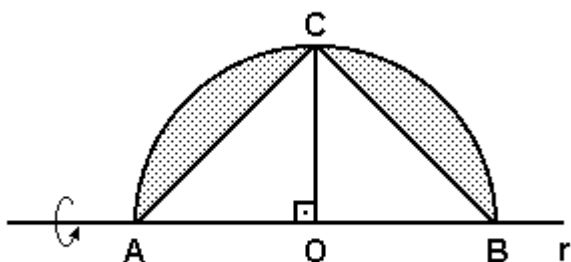


04. Calcule a área de uma coroa circular onde o raio menor mede 2 cm e o raio maior é o triplo do raio menor.

05. Calcule o perímetro e a área de um setor circular de  $30^\circ$  e raio 2 cm.

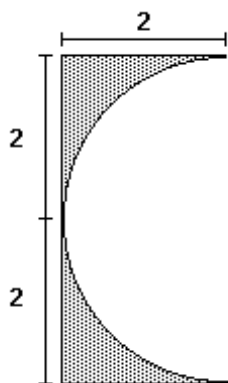
06. Determine a área de um círculo sabendo que a circunferência desse círculo tem comprimento igual a  $15\pi$  cm.

07. Calcule a área hachurada na figura abaixo sabendo que o raio do círculo mede 2 cm.



08. A área da região hachurada vale:

- a)  $12\pi - 2$
- b)  $16 - 2\pi$
- c)  $9 - \pi$
- d)  $8 - 2\pi$
- e)  $4 - \pi$



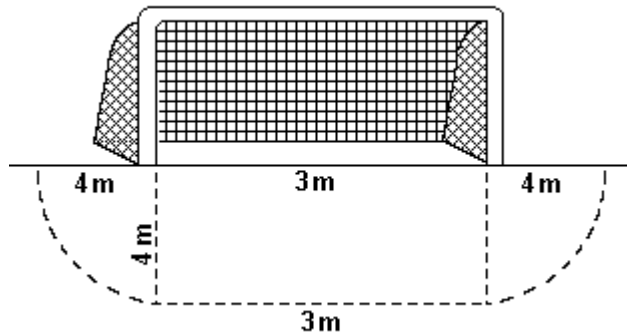
09. Na campanha eleitoral para as recentes eleições realizadas no país, o candidato de um determinado partido realizou um comício que lotou uma praça circular com 100 metros de raio. Supondo que, em média, havia 5 pessoas/m<sup>2</sup>, uma estimativa do número de pessoas presentes a esse comício é de aproximadamente: (use  $\pi = 3,14$ )

- a) 78.500
- b) 100.000
- c) 127.000
- d) 10.000
- e) 157.000

10. No futebol de salão, a área de meta é delimitada por dois segmentos de reta (de comprimento de 11 m e 3 m) e dois quadrantes de círculos (de raio 4 m), conforme a figura. A superfície da área de meta mede, aproximadamente:

(use  $\pi = 3,14$ )

- a) 25 m<sup>2</sup>
- b) 34 m<sup>2</sup>
- c) 37 m<sup>2</sup>
- d) 41 m<sup>2</sup>
- e) 61 m<sup>2</sup>



GABARITO:

- 01.  $C = 15,072 \text{ cm}$
- 02.  $A = 314 \text{ cm}^2$
- 03. A
- 04.  $A = 32\pi \text{ cm}^2$
- 05.  $P = \frac{\pi}{3} \text{ cm}$  e  $A = \frac{\pi}{3} \text{ cm}^2$
- 06.  $A = 56,25\pi \text{ cm}^2$
- 07.  $A = 2(\pi - 1)\text{cm}^2$
- 08. D
- 09. E
- 10. C



## **AVALIAÇÃO**

Após todas as atividades concluídas podemos avaliar o trabalho feito em sala de aula através de várias etapas, nunca podemos utilizar uma avaliação isolada, mas uma parte do processo educativo, no qual todos os integrantes do trabalho estão continuamente se modificando.

A avaliação deverá ser feita de forma que se torne possível identificar através dos resultados das atividades sugeridas e da análise da participação dos alunos nas aulas, a capacidade desses: - Reconhecerem as aplicações dos conceitos de Trigonometria em situações comuns ao seu dia-a-dia, como por exemplo, em situação problema. O professor poderá avaliar ainda a capacidade dos alunos de: - Reconhecer e Aplicar as relações trigonométricas presentes no estudo de triângulos retângulos; - Reconhecer e aplicar os ângulos notáveis.

A avaliação dos alunos será baseada também nos seguintes aspectos: Interesse demonstrado durante a aula; Participação na exposição do tema; Colaboração com o professor e com os colegas na resolução dos exercícios/problemas propostos; Aplicação de conhecimentos matemáticos adquiridos anteriormente; Uso de terminologia e simbologia adequada.

Com isso é possível avaliar também o trabalho do professor na implementação do conteúdo proposto. O intuito de colaborar na metacognição, para que o aluno tenha consciência do próprio conhecimento, de suas potencialidade e dificuldades no assunto abordado.

O principal objetivo da educação é de criar homens capazes de fazer coisas novas, não simplesmente de repetir o que o que as outras gerações fizeram – homens criativos, incentivadores e descobridores.

Segundo objetivo é formar mentes que possam verificar e não aceitar tudo o que lhe ES oferecido.

Jean Piaget.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

IEZZI, Gelson, ET AL. **MATEMÁTICA CIÊNCIA E APLICAÇÕES**, 1: ensino médio. 6 ed. São Paulo: Saraiva 2010.

SOUZA, E. R.; DINIZ, M. I. S.; VIEIRA, R. M.; OCHI, F. H. **A MATEMÁTICA DAS SETE PEÇAS DO TANGRAM**. São Paulo, CAEM-IME-USP, 1997.

NASCIMENTO, R. B. **INVESTIGAÇÃO EM GEOMETRIA VIA AMBIENTE LOGO. REVISTA CIÊNCIA & EDUCAÇÃO**, v. 10, n. 1, p. 1-21, 2004

MARTINS, V. L. de O. F. **ATRIBUINDO SIGNIFICADO AO SENO E COSENO, UTILIZANDO O SOFTWARE CABRI-GÉOMÈTRE**. 2003. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo/PUC-SP, São Paulo, SP, 2003.

LIMA FILHO, J. M.; ROCHA, J. A.; CAVALCANTI, L. B.. **USO DO LEMAT NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA. IN: IX ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**. Belo Horizonte, 2005.

CARNEIRO, J. M.; PARDIM, P. O. D.; CRUZ, J. H. C.; FERREIRA, D. M. C.; SANTOS, R. A.. **MELHORIA DO ENSINO DA TRIGONOMETRIA. IN: X JORNADA DE MATEMÁTICA** - UFG. Rialma, 2006

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS**: terceiro e quarto ciclos. Brasília, MEC / SEF, 1998.

<http://www.mundovestibular.com.br/articles/5923/1/Exercicios-de-trigonometria/Paacutegina1.html> , acesso em 26/09/2012

<HTTP://profjuliocesar.blogspot.com> acesso em 26/09/2012

[http://www.youtube.com/watch?v=mSSF-hwP98g&feature=player\\_detailpage](http://www.youtube.com/watch?v=mSSF-hwP98g&feature=player_detailpage), acesso em 26/09/2012

[http://www.youtube.com/watch?v=nQgoVXysCGQ&feature=player\\_detailpage#t=78s](http://www.youtube.com/watch?v=nQgoVXysCGQ&feature=player_detailpage#t=78s), acesso em 26/09/2012

[http://www.youtube.com/watch?v=ai59Ai0fNAA&feature=player\\_detailpage](http://www.youtube.com/watch?v=ai59Ai0fNAA&feature=player_detailpage), acesso em 26/09/2012

[http://www.youtube.com/watch?feature=player\\_detailpage&v=wr6GX4TWxvw](http://www.youtube.com/watch?feature=player_detailpage&v=wr6GX4TWxvw), acesso em 26/09/2012