Reforço escolar · Matemática ·

Uma equação nada racional!

Dinâmica 5

9º Ano | 1º Bimestre

Professor

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	Ensino Fundamental 9ª	Numérico Aritmético	Radicais.

DINÂMICA	Equações irracionais.
HABILIDADE PRINCIPAL	D18 – Efetuar cálculos com números inteiros envolvendo as operações.
HABILIDADES ASSOCIADAS	H77 - Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema.
CURRÍCULO MÍNIMO	Resolver equações irracionais simples.

GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fundação CECIERJ Consórcio cederj

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhando ideias	Vamos à feira!	15 a 20 min	Em dupla.	Individual
2	Um novo olhar...	Como resolver?	20 a 25 min	Nos mesmos grupos.	Individual
3	Fique por dentro!	Resolvendo o desafio.	10 a 15 min	Nos mesmos grupos.	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise coletiva das respostas	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica.			
	Agora, é com você!	O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor deve ler antes da aula.			

Professor

Apresentação

Esta dinâmica introduz de um modo interessante, e que pode favorecer a compreensão, as noções de equação e inequação a partir da explicação de algumas equações simples. O ponto de partida é a justificativa do processo, com apoio da analogia com a balança de dois pratos até chegar ao modo prático que o aluno vai precisar na resolução da uma equação. Além disso, a dinâmica estende a abordagem aos procedimentos de resolução de equações irracionais.

Ao mesmo tempo, esta dinâmica quebra o paradigma de a incógnita ser tratada pela letra x, usando várias delas. Embora parecendo simples, muitas vezes essa é a dificuldade que o estudante encontra quando tem que resolver equações em que as incógnitas são, por exemplo, velocidade v, ou tempo t, ou temperatura T.

Primeira Etapa
Compartilhar ideias

Atividade • Vamos à feira!

Objetivo

Resolução de equações por meio de estimativas, de balanceamento e de operações inversas.

Descrição da Atividade

Essa atividade apresenta situações que relacionam equações com balanças de dois pratos. As duplas deverão observar as figuras a seguir (reproduzidas no encarte do aluno) e obter relações entre as massas contidas nos pratos da balança. A partir disso, os alunos serão levados a descobrir qual é o valor da massa de cada produto nas balanças.

Situação-problema

É colocado um saco de doces em um dos pratos de uma balança, e ela não fica em equilíbrio (figura 1) e em seguida acrescenta-se um contrapeso e a balança se equilibra (figura 2).

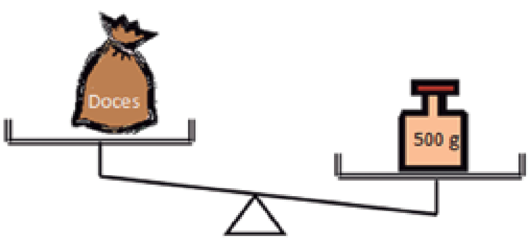


Figura 1

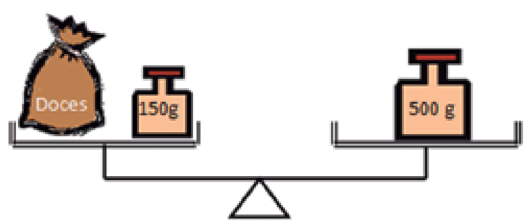


Figura 2

Considerando que não sabemos a massa ("quanto pesa") do saco de doces, nós o chamaremos de "*d*". A partir da observação das figuras acima, obtenha relações entre as massas apresentadas em cada balança respondendo às questões:

1. A situação apresentada na figura 1 pode ser representada por uma equação? E a situação da figura 2? Justifique sua resposta.

Resposta

Não pode ser representada por uma equação porque a balança da figura 1 está em desequilíbrio e, portanto, não há igualdade entre a massa do saco de doces e a do "peso" colocado no segundo prato da balança.

Já a figura 2 pode, sim, ser representada por uma equação, pois a balança está em equilíbrio. Logo, na figura 2, as massas dos pratos são iguais.

2. Como poderíamos representar matematicamente a relação entre as massas dos objetos apresentados nessas figuras?

Resposta

Figura 1: $d < 500$

Figura 2: $d + 150 = 500$

• • • • •

3. Se adicionarmos "pesos" iguais aos dois pratos da balança da figura 2, ela permanece em equilíbrio? E se retirarmos "pesos" iguais desses pratos, o que acontece?

Resposta

Sim, em ambos os casos, a balança continuará equilibrada.

• • • • •

4. E se adicionarmos a esses pratos ou retirarmos "pesos" diferentes desses pratos, o equilíbrio é mantido?

Resposta

Não, nesses casos, a balança ficará desequilibrada.

• • • • •

5. A partir dessas observações e da relação obtida no item II, suponha que retiramos um "peso" com 150 g de cada prato da balança da figura 2. Qual é a nova relação matemática entre as massas dessa balança? Simplifique-a, efetuando as operações necessárias e obtenha a massa do saco de doces.

Resposta

A relação, depois de retirados os "pesos" de 150 g, é:

$d + 150 - 150 = 500 - 150$,

então, efetuando as operações, obtemos:

Professor

d = 350

Portanto, o saco de doces possui 350 g.

Acredite se quiser, você acabou de resolver uma equação do 1° grau!

Recursos necessários

- Encarte do aluno.

Procedimentos operacionais

- *Professor/a, esta atividade foi planejada para a turma dividida em duplas, ou, de acordo com a paridade do número de alunos, poderá haver um trio.*
- *Será muito importante sua orientação para que os alunos observem que uma balança de dois pratos em equilíbrio pode representar <u>equações</u> e que cada prato da balança representa um <u>membro da equação montada</u>.*
- *E também que exponha situações em que a balança esteja desequilibrada para mostrar que estas não podem ser representadas por uma igualdade das massas dos pratos e, sim, por uma desigualdade, por isso representam <u>inequações</u>.*
- *Eles vão compreender que, se a balança estiver em equilíbrio, ao somar ou subtrair mesmos valores em ambos os pratos, o equilíbrio é mantido. Da mesma forma, ocorre com a multiplicação e divisão por um mesmo valor.*

Interação Pedagógica

- *Antes de iniciar a atividade, vale a pena lembrar a turma que uma equação representa uma relação de igualdade entre duas expressões com, pelo menos, um valor desconhecido.*
- *Vale também verificar se os estudantes compreendem a diferença entre variável e incógnita. Em caso de dúvidas, explique que, dependendo do contexto matemático, os números desconhecidos, representados por letras, podem se comportar como incógnitas (valores*

desconhecidos a serem determinados a partir de relações a que satisfazem) ou variáveis (quando podem assumir diversos valores, mas não se pretende determinar algum deles em especial). Professor/a, esta nomenclatura faz sentido a partir do próprio nome: incógnita significa "desconhecida", o que, de certa forma, implica que existe a intenção de procurar algum ou alguns valores em especial. Variável é a letra que "varia", isto é, vamos considerar diversos valores seus, mas não se trata de descobrir algum valor em especial. Por outro lado, essa é uma nomenclatura que deve ser usada criteriosamente pelo professor, mas não precisa ser exigida do estudante com o mesmo rigor. Afinal, a incógnita, antes de ser incógnita, pode ter sido também uma variável!

Professor

Segunda Etapa
Um novo olhar...

25 MINUTOS

Atividade • Como resolver?

Objetivo

Resolver equações irracionais simples.

Descrição da atividade

Essa atividade mostra através de exemplos um procedimento para resolver equações irracionais simples. Apesar de importantes, esse tipo de equação é pouco abordada, pois não há aplicações acessíveis aos estudantes do ensino fundamental.

Exemplo 1: Vamos resolver a equação

$$\sqrt{x+1}-4=2$$

Para isso, vamos responder a algumas perguntas.

1. Existe alguma diferença entre uma equação irracional e uma equação do 1º grau? Qual?

Respota

Sim. Em uma equação irracional, a incógnita se encontra dentro de um radical (no exemplo, uma raiz quadrada).

2. Para resolver uma equação irracional, devemos utilizar uma técnica diferente da utilizada para resolver uma equação do 1º grau?

Resposta

Não. O procedimento é o mesmo. Deve-se isolar a incógnita em um dos lados da igualdade.

3. Como eliminar um radical da equação?

Resposta

Para realizar essa operação de potenciação. No exemplo, como a raiz é quadrada, deve-se elevar ao quadrado

Ao resolver uma equação irracional, deseja-se encontrar o valor da incógnita, nesse exemplo, a letra x.

Como visto na atividade anterior, deve-se isolar o radical.

$$\sqrt{x+1}-4=2$$

$$\sqrt{\quad+1}-4+4=2+4$$

$\sqrt{x+1}=6$ *Elevando ao quadrado ambos os termos da igualdade.*

$$\left(\sqrt{x+1}\right)^2=\left(6\right)^2$$

$$x+1=36$$

$$x+1-1=36-1$$

$$x=35$$

S= {35}

Matemática

Exemplo 2: Vamos resolver a equação

$$\sqrt{x+6}=8$$

Resposta

Ao resolver uma equação irracional, deseja-se encontrar o valor da incógnita, nesse exemplo, a letra x.

Como visto na atividade anterior, deve-se isolar o radical.

$$\sqrt{x+6}=8$$

$$\left(\sqrt{x+6}\right)^2=8^2$$

$$x+6=64$$

$$x+6-6=64-6$$

$$x=58$$

S= {58}

• • • • •

Exemplo 3: Vamos resolver a equação

$$\sqrt{2a-1}=5$$

Resposta

Ao resolver uma equação irracional, deseja-se encontrar o valor da incógnita, nesse exemplo, a letra x.

Como visto na atividade anterior, deve-se isolar o radical.

$$\sqrt{2a-1}=5$$

$$\left(\sqrt{2a-1}\right)^2=5^2$$

$$2a-1=25$$

$$2a-1+1=25+1$$

$$\mathbf{2a=26}$$

Professor

$$a = \frac{24}{2}$$

$$a = 12$$

S= {12}

Recursos necessários

- Encarte do aluno.

Procedimentos operacionais

- *A turma continuará dividida em duplas.*
- *As questões podem ser feitas pelas duplas e cada aluno faz os cálculos e registros no seu encarte.*

Intervenção pedagógica

Professor/a,

- *É importante que o estudante entenda as respostas das três primeiras perguntas. Deste modo, o aluno deve ser capaz de resolver qualquer equação irracional com os conhecimentos já observados de como resolver equações racionais.*
- *Se necessário, relembre as propriedades que envolvem radicais e potências, para que o aluno entenda o motivo de elevar a raiz por um expoente. É importante que eles compreendam essas propriedades para resolver outras equações que possuem radicais diferentes de índice 2.*

Terceira Etapa

Fique por dentro!

15 MINUTOS

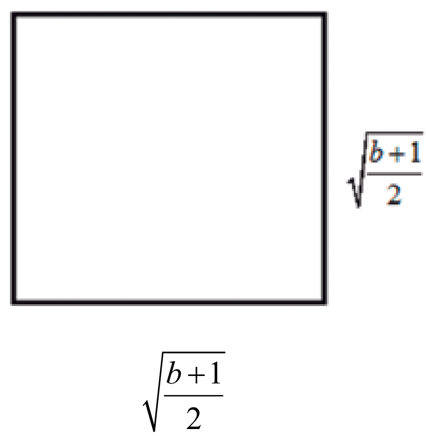
Atividade • Resolvendo o desafio.

Objetivo

Trabalhar com uma situação-problema envolvendo equações irracionais.

Dois amigos, lendo um livro antigo que o professor deu para eles se divertirem, se depararam com o seguinte desafio:

Qual deve ser o valor de b para que o quadrado possua área igual a 16 m^2?



Resposta

O desafio nos dá informações muito importantes.

A área do quadrado mede 16 m^2.

O lado mede $\sqrt{\frac{b+1}{2}}$.

A área é dada por A=lado x lado.

Como é pedido o valor de b, tem-se que resolver:

$$\sqrt{\frac{b+1}{2}} \times \sqrt{\frac{b+1}{2}} = 16$$

$$\frac{b+1}{2} = 16$$

$$b+1 = 32$$

$$b = 31$$

Logo, para que o quadrado tenha área igual a 16 m^2, o valor de b deve ser 31, ou S= {31}

Recursos necessários

- Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais

- *Esta atividade está prevista para ser desenvolvida pelas mesmas duplas, por facilidade de organização.*
- *As duplas podem discutir a questão entre si, mas pode haver uma correção coletiva.*

Intervenção Pedagógica

- *O Professor deverá acompanhar os trabalhos dos grupos.*
- *É importante que os alunos compreendam que foram utilizados os mesmos recursos e técnicas da etapa anterior. No entanto, eles podem não perceber, pois foi utilizada a ideia de área do quadrado para resolver o problema.*

Quarta Etapa
Quiz

A solução da equação irracional $\sqrt{x-1}=7$ é:

a. S= {15}

b. S= {49}

c. S= {8}

d. S= {50}

Quinta Etapa
Análise das Respostas ao Quiz

Resposta

A resposta correta é o item (D)

$$\left(\sqrt{x-1}\right)^2 = 7^2$$
$$x-1=49$$

$$x=50$$
$$S=\{50\}$$

Distratores:

O aluno que escolheu a letra A calculou a potência 7^2 como o produto 2 x 7. O que escolheu a letra B esqueceu-se de somar 1 para encontrar o valor.

Já o aluno que escolheu a letra C esqueceu de elevar o lado direito da igualdade ao quadrado.

Professor

Etapa Flex

Para saber +

Para aprender mais sobre as Equações Irracionais, indicamos os seguintes links:

1. Site Só Matemática apresenta a definição de equações irracionais, bem como uma série de exercícios resolvidos: **http://www.somatematica.com.br/fundam/equacoes2/equacoes2_14.php**
2. Videoaula apresentando, especificamente, as equações irracionais do 2º grau para aprofundamento do assunto: **http://www.youtube.com/watch?v=9WIlKdXhM6Q**

Agora é com você!

Questão 1

A solução da equação irracional $\sqrt{3+x} = \sqrt{9-x}$ é:

a. S= {1}
b. S= {2}
c. S= {3}
d. S= {4}

Resposta

Resposta: Opção (C).

Solução

$$\left(\sqrt{3+x}\right)^2 = \left(\sqrt{9-x}\right)^2$$

$$3+x = 9-x$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

Questão 2

A solução da equação irracional $\sqrt{\sqrt{3x+1}} = 2$ é:

a. S= {4}

b. S= {8}

c. S= {16}

d. S= {5}

Resposta

Opção (D).

Solução

$$\left(\sqrt{\sqrt{3x+1}}\right)^2 = 2^2$$

$$\sqrt{3x+1} = 4$$

$$\left(\sqrt{3x+1}\right)^2 = 4^2$$

$$3x+1=16$$

$$3x=15$$

$$x=5$$

• • • • •

Questão 3

A solução da equação irracional $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x+1} = 0$ é:

a. S= {14}

b. S= {11}

c. S= {18}

d. S= {10}

Resposta

Opção (A).

Solução

Professor

$\sqrt{2x-3}=\sqrt{x+11}$

$\left(\sqrt{2x-3}\right)^2=\left(\sqrt{x+11}\right)^2$

$2x-3=x+11$

$2x-x=11+3$

$x=14$

• • • • •