FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ
Colégio: C.E. PROF° LOURENÇO FILHO
Professor: JOSÉ FLAUZINO DA SILVA JUNIOR - Matrícula: 09718776
Série: 1º ANO – ENSINO MÉDIO (4º Bimestre) GRUPO 10
Tutor: ANTôNIO DE ALMEIDA FILHO

PLANO DE TRABALHO 1 – FUNÇÃO EXPONENCIAL

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo permitir que os alunos percebam a aplicabilidade do conteúdo da função exponencial para resolução de problemas. Foi elaborado visando a transmissão do conhecimento através da construção feita pelos alunos com resoluções de situações problemas.
Geralmente os alunos apresentam dificuldades de desenvolver cálculos com potências, com isso a construção de gráficos a partir deste conceito também seria uma dificuldade.
Como o assunto exige a construção de gráficos, resolvi massificar o conceito dos cálculos algébricos da função exponencial neste plano de trabalho através de aplicações práticas e exemplos, antes de trabalhar com gráficos.

DESENVOLVIMENTO

HABILIDADE RELACIONADA – Identificar a função exponencial, saber resolver problemas sobre função exponencial e observar algumas de suas aplicações.

PRÉ – REQUISITOS – Saber desenvolver potências e aplicar suas propriedades; saber o conceito de função.

TEMPO DE DURAÇÃO – 200 minutos (4 tempos).

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS – Vídeos sobre função exponencial (sites: “Eu Vou Passar” e YOUTUBE).

ORGANIZAÇÃO DA TURMA – Dividida em grupos.

OBJETIVOS – Relembrar o conceito de potência, trabalhar algumas de suas propriedades, desenvolver o conceito de função exponencial demonstrando algumas de suas aplicações e resolvendo problemas.

METODOLOGIA ADOTADA – Foi apresentado o vídeo para os alunos, informando todos os aspectos do tema que será tratado, no caso, função exponencial no laboratório de informática. Após isso, foi abordado os tópicos deste conteúdo em sala de aula. Ao final de tudo, cada grupo resolveu uma questão problema explicando-a aos demais.

POTÊNCIAS

Antes de iniciarmos o estudo da função exponencial faremos uma revisão sobre potenciação.

-POTENCIAÇÃO- Seja um número n **natural e maior que 1**: potência de base **a** e expoente **n** é o produto de n fatores iguais a **a**. Representando a potência pela simbologia a^n **,** tem-se que:

$$a^n = a \,.\, a \,.\, a \,.\, \ldots \,.\, a \quad \text{(n fatores)} \quad \text{(n natural e maior que 1)}$$

Exercícios - Calcule as potências:

a) $4^3 =$ b) $(-3)^4 =$ c) $-3^4 =$ d) $(-1)^3 =$ e) $(-1)^4 =$ f) $(-1)^{2168} =$

g) -1^{3978} = h) $(-6)^{-3}$ = **i) -5^{-4} =** **j) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3}$ =** **l) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{7}$ =** **m) $-\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}$ =**

Função Exponencial

Toda relação de dependência, em que uma incógnita depende do valor da outra, é denominada função. A função denominada como exponencial possui essa relação de dependência e sua principal característica é que a parte variável representada por x se encontra no expoente. Observe:

$y = 2^{x}$
$y = 3^{x + 4}$
$y = 0,5^{x}$
$y = 4^{x}$

A lei de formação de uma função exponencial indica que a base elevada ao expoente x precisa ser maior que zero e diferente de um, conforme a seguinte notação:

f: R→R tal que $y = a^{x}$, sendo que $a > 0$ e $a \neq 1$.

Exemplo 1

Após o início de um experimento o número de bactérias de uma cultura é dado pela expressão:

$N(t) = 1200*2^{0,4t}$

Quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 19200 bactérias?

$N(t) = 1200*2^{0,4t}$

$N(t) = 19200$

$1200*2^{0,4t} = 19200$
$2^{0,4t} = 19200/1200$
$2^{0,4t} = 16$
$2^{0,4t} = 2^{4}$

$0,4t = 4$
$t = 4/0,4$
$t = 10$ h

A cultura terá 19200 bactérias após 10 h.

Exemplo 2

A quantia de R$ 1200,00 foi aplicada durante 6 anos em uma instituição bancária a uma taxa de 1,5% ao mês, no sistema de juros compostos.
a) Qual será o saldo no final de 12 meses?
b) Qual será o montante final?

$M = C(1+i)^{t}$ (Fórmula dos juros compostos) onde:
C = capital
M = montante final
i = taxa unitária
t = tempo de aplicação

a) Após 12 meses.

Resolução
M = ?
C = 1200
i = 1,5% = 0,015 (taxa unitária)
t = 12 meses

$M = 1200(1+0,015)^{12}$
$M = 1200(1,015)^{12}$
$M = 1200*(1,195618)$
$M = 1.434,74$
Após 12 meses ele terá um saldo de R$ 1.434,74.

b) Montante final
Resolução
M = ?
C = 1200
i = 1,5% = 0,015 (taxa unitária)
t = 6 anos = 72 meses

$M = 1200(1+ 0,015)^{72}$
$M = 1200(1,015)^{72}$
$M = 1200(2,921158)$
$M = 3.505,39$
Após 6 anos ele terá um saldo de R$ 3.505,39

Exemplo 3

Sob certas condições, o número de bactérias B de uma cultura , em função do temo t, medido em horas, é dado por $B(t) = 2^{t/12}$. Qual será o número de bactérias 6 dias após a hora zero?

6 dias = 6 * 24 = 144 horas

$B(t) = 2^{t/12}$
$B(144) = 2^{144/12}$
B(144) = 212
B(144) = 4096 bactérias

A cultura terá 4096 bactérias.

Situações - Problemas

1 **Lei exponencial de declínio.**

Alguns medicamentos, após entrarem no corpo humano, vão sendo eliminados naturalmente de tal modo que a quantidade ativa M, do fármaco no organismo, segue uma lei exponencial de declínio da forma

$$M = M_0 e^{-kt}$$

em que k é uma constante positiva e t a variável tempo.

a) Qual é o significado de M_0?

b) Se a quantidade ativa de um remédio se reduz a metade ao fim de uma hora, a quanto se reduzem 500 mg ao fim de 8 horas?

c) Qual é o valor de k para o remédio citado em b) ?

d) Outro remédio elimina-se segundo a lei $M = M_0 e^{-0,25t}$. Qual é a «semi-vida» deste remédio? (tempo que leva a reduzir-se a metade)

e) Prova que a «semi-vida» T se relaciona com k pela formula $T = \ln 2 / k$.

② **Juros Compostos**

Deposita-se num banco um capital C,

a) à taxa anual de 16%. Exprime, em função de t, a quantia total Q acumulado em t anos, com juro composto.

b) à taxa semestral de 8%, mostra que Q_1, quantia total acumulada em t anos, é $Q_1 = C\ 1{,}08^{2t}$ (juro composto).

c) Mostra que $Q_1 > Q$, para o mesmo tempo t.

③ **A fórmula da aprendizagem de símbolos**

Um psicólogo desenvolveu uma fórmula que relaciona o número *n* de símbolos que uma pessoa pode memorizar no tempo t , em minutos.

A fórmula é: $f(t) = 30 \cdot (1 - e^{-t/3})$

a) Calcule, de acordo com a função f e com aproximação às unidades, quantos símbolos uma pessoa pode memorizar em 4 minutos.

b) Uma pessoa memorizou 26 símbolos.

Quanto tempo precisou, aproximadamente, para realizar tal tarefa?

④ **A pressão atmosférica**

A pressão atmosférica, P , em polegadas de mercúrio (1 polegada = 25,4 mm), é dada por :

$$P(h) = 30 \times 10^{-0,09h}$$

onde h é a altura, em milhas (1 milha = 1609 metros) , acima do nível do mar.

Calcule:

a) a pressão atmosférica 3 km acima do nível do mar;

b) com erro inferior a 0,1 milhas , determine a altura de uma montanha sabendo que no cume a pressão atmosférica é de 505 mm de mercúrio.

⑤ **Biologia : Crescimento de uma população**

De um modo geral, a população, ou seja, o numero de bactérias, mosquitos, etc, existentes num instante t é dado por uma lei exponencial do tipo

$$P = P_0\, e^{kt},$$

onde k é uma constante positiva, chamada constante de proporcionalidade, e P_0 é a população inicial (população no instante t = 0).

Suponhamos então uma situação concreta em que o número P de mosquitos é dado pela expressão:

$$P = P_0 \, e^{0,01t} ,$$

onde o tempo t é expresso em dias.

Determine a população inicial P_0, sabendo que depois de 30 dias a população é de 400 000 mosquitos.

6 O capital acumulado a prazo ao fim de n anos, quando capitalizado de forma continua , pode ser calculada através da função

$$C = C_0 \, e^{tn} ,$$

em que C_0 representa a quantia depositada e t a taxa de juro anual (na forma decimal). Supondo C_0 = 10 000 euros e t = 8%, determina :

a) a quantia acumulada ao fim de um, de dois e de oito anos e meio.

b) aproximadamente ao fim de quanto tempo duplica o capital?

7 A quantidade, em gramas, de substância radioativa de uma amostra decresce segundo a fórmula

$$Q(t) = Q_0 \, e^{-0,0001t},$$

em que t representa o número de anos. Ao fim de 5 000 anos restavam 3 gramas de substância radioativa na amostra. Quantas gramas existiam inicialmente?

AVALIAÇÃO

A avaliação envolve aluno e professor e deve ser realizada de maneira que ambos possam avaliar o quanto se desenvolveu cada uma das competências relacionadas ao tema estudado.
A turma foi dividida em grupos, mas assistiram aos vídeos sobre o assunto abordado e a explicação dos exercícios exemplos como turma e depois cada um retornou ao seu grupo para uma tarefa que era a resolução de uma situação problema com o desfecho de explicá-la aos demais.
No decorrer da atividade pude corrigir e tirar dúvidas que iam surgindo, observando dessa maneira quem estava aprendendo e o que estava aprendendo.
O descritor aqui observado foi a capacidade de estabelecer correspondência entre duas grandezas, a partir de uma situação-problema(H39).
Cada grupo explicou seu problema a turma, onde também pude observar e avaliar o que foi aprendido, e ao final de cada explicação não havia dúvidas de que o objetivo foi alcançado, pois todos os grupos conseguiram resolver o seu problema e explicar sua resolução.
Devo expressar que foi gratificante ver o desempenho dos alunos nessa tarefa e fico orgulhoso de perceber que a turma evoluiu ao longo do ano.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIROS DE AÇÃO – Função Exponencial – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1° ano do Ensino Médio – 4° bimestre/2012 - http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/

MATEMÁTICA - Gelson Iezzi, Osvado Dolce, Roberto Périgo, Volume Único – 1ª Edição – Editora Moderna

SITES ACESSADOS:

www.euvoupassar.com.br
www.youtube.com.br
www.educacional.com.br
www.brasilescola.com.br
www.educ.fc.ul.pt