Reforço escolar · Matemática ·

Números irracionais

Dinâmica 3

1ª Série | 1º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	1ª do Ensino Médio	Numérico Aritmético	Números Irracionais

Aluno

Primeira Etapa
Compartilhando Ideias

Atividade · Localizando números racionais numa reta numérica

Deseja-se construir uma nova linha de metrô para ligar as cidades A e M, passando pela cidade G, onde será construída a estação central desta linha. Sabe-se que o projeto prevê a construção de mais 12 estações igualmente espaçadas e estas receberão os nomes das respectivas cidades. A reta abaixo representa o trecho da construção.

Os números na reta representam marcos da <u>distância relativa</u> à estação central G. Dessa forma, o marco 0 fica na estação G e, por convenção, os marcos das estações à esquerda de G recebem sinais negativos e, à direita, sinais positivos.

Governo do Rio de Janeiro – Secretaria de Estado de Educação
Governo do Rio de Janeiro – Secretaria de Ciência e Tecnologia
Fundação CECIERJ – Consórcio cederj

Isto significa que a estação D, por exemplo, está a uma distância de 2,4 km para a esquerda da estação central G. Da mesma forma, a estação K está a 3,2 km para a direita da mesma estação.

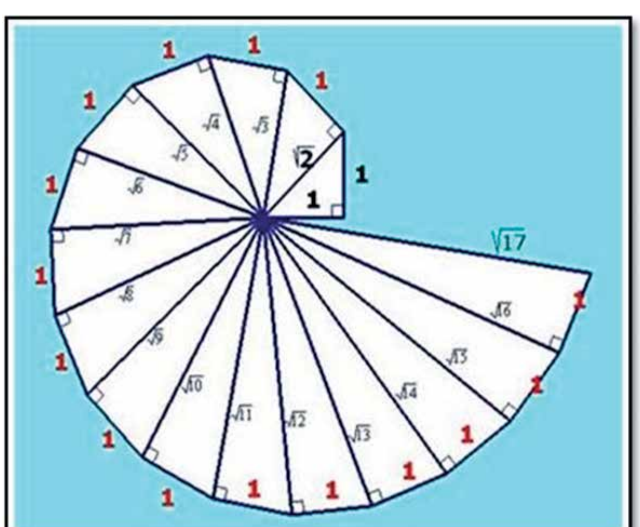
Agora, complete corretamente a tabela, a partir de pistas que orientam a localização de todas as estações na reta numérica acima.

DICAS	DISTÂNCIA ATÉ A ESTAÇÃO CENTRAL	MARCO NUMÉRICO DA ESTAÇÃO	EM QUAL ESTAÇÃO ESTOU?
Primeira estação à direita de G			
Marco inteiro entre – 4,8 e – 2,4			
Fração irredutível 24/5			
Simétrico de 4/5			
Metade de 48/10			
Marco inteiro entre 3,2 e 4,8			
Menor que –2,4 e maior que – 4			
Fração irredutível – 8/5			
O marco é o dobro de 0,8			
Marco negativo	2,4 km		
Marco negativo		– 4,8	
Marco positivo	3,2 km		

Aluno

Segunda Etapa
Estudando em Grupo

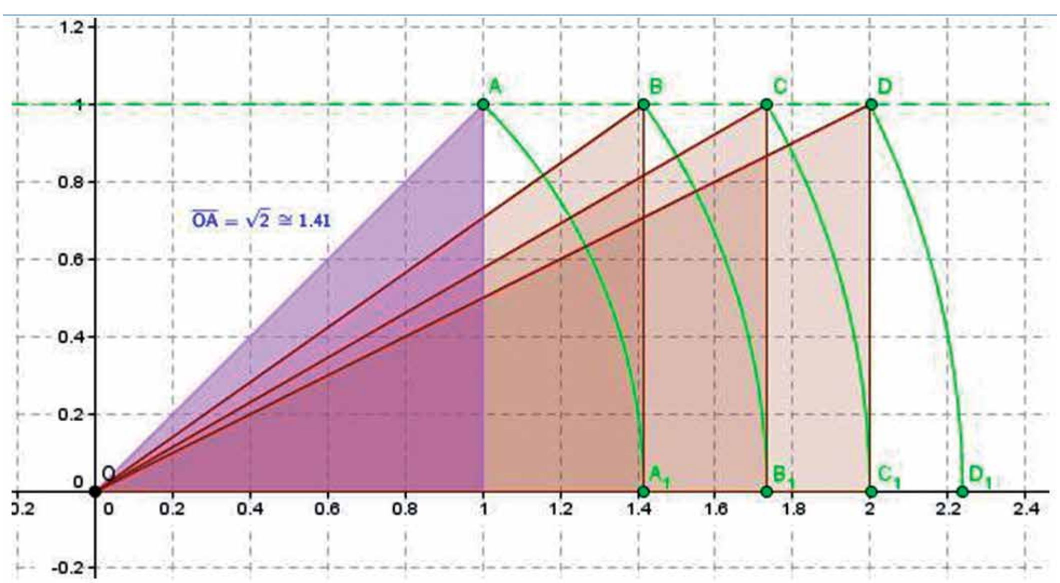
Atividade • Irracionais na reta numérica



Ela é construída como uma sequência de triângulos retângulos que têm como um dos catetos a hipotenusa do triângulo retângulo anterior e o outro medindo 1 unidade de comprimento. Suas hipotenusas terão, portanto, o comprimento igual à raiz quadrada de números naturais, em sequência, a partir de 2.

Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:NautilusCutawayLogarithmicSpiral.jpg

1. Observe os triângulos retângulos traçados no plano a seguir. Qual a relação entre eles e a espiral pitagórica?



2. Na imagem anterior, confira que, utilizando o Teorema de Pitágoras, você pode garantir que as medidas destas hipotenusas são $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{5}$, anotando esses valores na figura.

3. Usando um compasso ou a régua (disponível em anexo), marque, na <u>reta numérica</u> a seguir, os pontos $\sqrt{1} = 1$; $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{4} = 2$ e $\sqrt{5}$.

Terceira Etapa

Sistematizando

Atividade • Cercando raízes

Com os mesmo grupos vocês devem encontrar aproximações numéricas das raízes não inteiras que trabalhamos na segunda etapa. A utilização destas aproximações obedece ao chamado critério de suficiência, ou ainda, da necessidade de aproximação da raiz de acordo com a situação real.

Vamos ao trabalho?

1. A partir da localização geométrica, obtenha uma aproximação decimal com 1 casa decimal para as raízes quadradas não inteiras que você localizou na reta numérica.

$\sqrt{2} \cong$ $\sqrt{3} \cong$ $\sqrt{5} \cong$

2. Confira os seus resultados, calculando o quadrado de cada aproximação que você encontrou.

O quadrado da aproximação de $\sqrt{2}$ é: ______________________________

O quadrado da aproximação de $\sqrt{3}$ é: ______________________________

O quadrado da aproximação de $\sqrt{5}$ é: ______________________________

3. Em cada caso, compare esse quadrado com o radicando (2 ou 3 ou 5). Nos casos em que esse quadrado seja menor do que o radicando, calcule o quadrado dessa mesma aproximação somada com 1 décimo e veja se já ultrapassou o radicando. Se não ultrapassou, some ainda mais 1 décimo e calcule o quadrado desse novo número, quando ultrapassar o valor do radicando, a penúltima aproximação será uma boa aproximação até os décimos. Por outro lado, se o quadrado da sua aproximação ultrapassou o radicando, calcule o quadrado dessa mesma aproximação menos 1 décimo e vá repetindo o processo até conseguir "cercar" o radicando.

4. Sabendo que $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, você saberia justificar esta igualdade?

5. A partir da relação anterior dê uma aproximação para a $\sqrt{8}$.

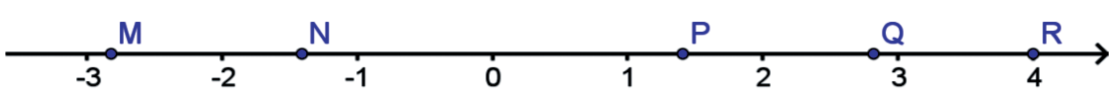
6. Agora, compare as aproximações de $\sqrt{8}$ e de $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ e entenda porque eles são diferentes.

Quarta Etapa

Quiz

Questão

Veja a reta numérica abaixo.



O número $-2\sqrt{2}$ está melhor representado pelo ponto

a. M

b. N

c. P

d. Q

e. R

(*Questão 41 – Saerjinho – 2ª série do Ensino Médio, no 3º bimestre de 2011*)

Quinta Etapa
Análise das Respostas ao Quiz

Etapa Flex
Para saber +

Uma observação importante é que não é possível descobrir se uma representação decimal é de um número racional ou irracional quando se conhece somente um número finito de algarismos de sua representação decimal. Claro, por maior que seja o número de algarismos conhecidos, sempre poderá terminar adiante ou um trecho desses algarismos pode se tornar o período de uma dízima periódica, casos em que o número é racional. Sendo assim, nem a calculadora nem o computador podem nos contar que um número seja, ou não, irracional. O professor precisa ficar atento, pois esse erro é encontrado em vários livros didáticos.

Por exemplo, numa calculadora comum, com 8 dígitos no visor e sem arredondamento, calculados o quociente 970 ÷ 99 e a raiz quadrada 96,000 407 , obtém-se o resultado: 9,7979797. No entanto, o quociente 970 ÷ 99 é um número racional, que pode ser escrito como a dízima periódica 9,797979 ... de período 79, enquanto 96,000 407 é um número irracional, cuja representação decimal é infinita que começa por: 9,7979797407424 ... .Como se sabe que um é racional e outro não? O primeiro é racional pela própria definição de número racional como quociente de dois inteiros dos quais o segundo seja diferente de zero. Os argumentos que garantem que as raízes de números naturais são também naturais (raízes exatas) ou irracionais, (que não há meio termo, ou são inteiros ou sua representação decimal é infinita, sem ser periódica) são raciocínios de outra ordem. A decomposição em números primos é que permite mostrar que essas raízes não exatas também não podem ser escritas como o quociente de dois números inteiros. No exemplo acima, esse argumento seria aplicado ao número 96.000.407 que é igual ao número dado multiplicado pelo quadrado de 1000.

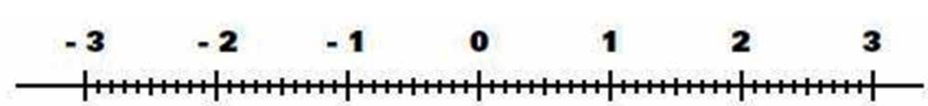
O argumento que prova que o número π é irracional é ainda mais elaborado.

Exercite o que você aprendeu com o Jogo interativo disponível em

- http://www.uff.br/cdme/edn/edn-html/edn-mba-br.html

Agora, é com você!

Na reta dada abaixo, indique a localização dos números dados e de seus simétricos:



a. 2/5

b. 5/2

c. 2,2

d. -1,3

e. $\sqrt{6}$

Anexo: segunda Etapa

Régua: