

**PROJETO SEEDUC- FORMAÇÃO CONTINUADA**

**Plano de Trabalho II**

**Probabilidade**

**Mariane Fátima Ribeiro Ferreira**

**Tutor: Bianca Coloneze**  
**Série: 3º ano do Ensino Médio**  
**Grupo 1**

**Petrópolis**  
**2014**

## **SUMÁRIO**

<b>1 –INTRODUÇÃO.....</b>	<b>3</b>
<b>2 –DESENVOLVIMENTO.....</b>	<b>4</b>
2.1 – AULA 1.....	4
2.2 – AULA 2.....	9
<b>3 – AVALIAÇÃO.....</b>	<b>14</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>15</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Este plano de aula refere-se ao estudo de Probabilidade: experimento aleatório, evento, espaço amostral e definição de probabilidade aplicada ao 3º ano do Ensino Médio, visando facilitar e ampliar os conhecimentos dos alunos acerca do assunto, procurando utilizar os meios viáveis para sua melhor compreensão.

Para tal, serão necessárias oito aulas, ou seja, duas semanas para o seu desenvolvimento, tendo por objetivo específico compreender os conceitos relativos ao estudo de probabilidade.

Inicialmente, procura-se levar o aluno à investigação de experimentos e eventos presentes em nosso cotidiano através da observação, de forma a capacitá-lo a desenvolver habilidades de reconhecer um espaço amostral e suas características.

Posteriormente, pretende-se preparar o aluno para a construção de significados, ou seja, apresentara definição de probabilidade para tal, serão utilizados recursos tecnológicos como: links para estudo e *software* para simular eventos em grandes proporções no estudo da probabilidade. Como também será utilizado um roteiro de ação disponibilizados pelo curso SEEDUC<sup>1</sup> para melhor compreensão da definição de probabilidade valorizando o trabalho coletivo do aluno.

Posteriormente, apresenta-se uma série atividades de fixação, de forma a promover o reconhecimento da importância dos conhecimentos matemáticos na análise, interpretação e resolução de problemas em contextos diversos.

Por fim, é feita a avaliação para verificar as condições para progredir e ter êxito diante dos próximos estudos.

---

<sup>1</sup> SEEDUC- A Secretaria de Estado de Educação desempenha um papel relevante no cumprimento das políticas educacionais do Governo Federal.

## **2 Desenvolvimento**

### **2.1 - Aula 1- Experimento aleatório, evento e espaço amostral**

#### **Objetivos:**

- Reconhecer um experimento aleatório
- Identificar eventos de um experimento aleatório
- Determinar o espaço amostral de um evento aleatório

#### **Tempo de duração:**

- 200 minutos

#### **Pré-requisito(s):**

- Conjuntos numéricos

#### **Recursos utilizados:**

- Quadro
- Folhas xerocadas
- Livro didático
- Data show

#### **Organização da sala de aula:**

Turma disposta normalmente

#### **Conteúdos conceituais:**

- Experimento aleatório,
- Evento
- Espaço amostral

#### **Conteúdos procedimentais:**

- Reconhecer um experimento aleatório
- Identificar eventos de um experimento aleatório
- Determinar o espaço amostral de um evento aleatório

#### **Conteúdos atitudinais:**

- Desenvolver a capacidade de investigação e de perseverança na busca de soluções para os problemas apresentados
- Desenvolver o interesse pela análise de diferentes soluções de um problema

#### **Descritores associados:**

- H67 Resolver problemas envolvendo probabilidade.

### Descrição da aula (Metodologia)

Nessa aula apresentaremos os conceitos de experimento aleatório, evento e espaço amostral com exposição dos conteúdos dispostos no livro didático. Iniciaremos uma discussão que será aberta, tendo a função de proporcionar aos alunos o papel de protagonistas do seu aprendizado. Ou seja, discutiremos o que eles entenderam sobre experimento aleatório, evento e espaço amostral.

Logo em seguida será utilizada uma atividade (**Atividade 1 – abaixo**) que demanda tempo, mas que acrescentará e enriquecerá de forma gratificante o aprendizado do aluno. Esta atividade foi pensada a partir das reflexões feitas no curso da Seeduc através das sugestões da tutora no fórum.

Descrição da atividade: “Após ler a estória abaixo, sem ainda lançar a moeda, os alunos devem responder as perguntas solicitadas na sessão I. Na segunda sessão, os alunos replicam 30 vezes o experimento aleatório e estimam probabilidades utilizando a frequência relativa estabelecendo os resultados em uma tabela com os resultados das experimentações. Já na terceira sessão eles constroem a árvore de possibilidades e calculam as probabilidades teóricas. Que na quarta sessão comparam as estimativas com as probabilidades teóricas, e entre os experimentos aleatórios e determinísticos.

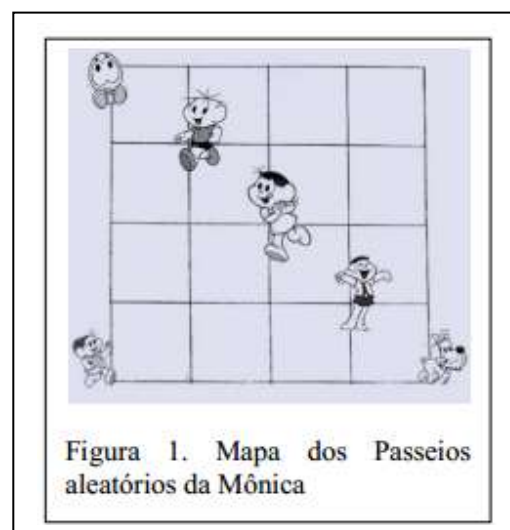
Utilizando o ambiente AVALE<sup>2</sup>, poderemos potencializar a análise dos resultados realizando diferentes tipos de comparação, entre as probabilidades: executando uma simulação computacional com a replicação do experimento 12.000 vezes. A simulação é importante para que o aluno observe o fenômeno da convergência, e possa compreender a aproximação da frequência relativa para a probabilidade teórica”. Disponível em:

<<http://www.ufsj.edu.br/portal2-repositorio/File/i-ermac/anais/minicursos/mc2.pdf>>. Acesso em: 06 de mar. de 2014.

E, por fim serão propostos problemas simples para a resolução e aperfeiçoamento dos conteúdos discutidos.

#### Atividade 1:

A Mônica e seus amigos moram no mesmo bairro. A distância da casa da Mônica para a casa de Horácio, Cebolinha, Magali, Cascão e Bidu é de quatro quarteirões, conforme ilustra a Figura 1. A Mônica costumava visitar seus amigos durante os dias da semana em uma ordem pré-estabelecida: segunda-feira, Horácio; terça-feira, Cebolinha; quarta-feira, Magali; quinta-feira, Cascão e sexta-feira, Bidu. Para tornar mais emocionantes os encontros, a turma combinou que o acaso escolhesse o amigo a ser visitado pela Mônica. Para isso, na saída de sua casa e a cada cruzamento, Mônica deve jogar uma moeda; se sair cara (C), andar um quarteirão para o Norte, se sair coroa (X), um quarteirão para o Leste. Cada jogada representa um quarteirão de percurso. Mônica



<sup>2</sup> O Ambiente Virtual de Apoio ao Letramento Estatístico para a Educação Básica (AVALE-EB, <http://avale.iat.educacao.ba.gov.br/>) é um ambiente de aprendizagem que disponibiliza gratuitamente, na internet, dez sequências de ensino de Probabilidade e Estatística.

deve jogar a moeda quatro vezes para poder chegar à casa dos amigos.

**Sessão I.** A estória (o contexto)

Lendo apenas a estória, sem jogar a moeda, responda:

1) Qual é a diferença entre a forma antiga da Mônica visitar seus amigos e a nova forma?

\_\_\_\_\_

2) Quais são os possíveis resultados ao lançar uma moeda:

\_\_\_\_\_

3) Qual é a chance de sair cara: \_\_\_\_\_ e de sair coroa:

\_\_\_\_\_

Por que vocês acham isso: \_\_\_\_\_

4) Todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados?

( ) Não. Quais são as chances: \_\_\_\_\_

( ) Sim. Qual é a chance: \_\_\_\_\_

Por que vocês acham isso: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Sessão II:** a experimentação aleatória

Para Mônica visitar um amigo, vocês (cada dupla de alunos) têm que lançar a moeda quatro vezes, que denominamos de experimento. Se sair cara (C), Mônica andar um quarteirão para o Norte, se sair coroa (X), um quarteirão para o Leste. Você e seu/sua colega devem repetir esse experimento 32 vezes e anotar os resultados no Quadro 1. Por exemplo, se sair a seqüência: cara, cara, coroa, cara, anotar na coluna seqüência: CCXC e, na coluna do amigo visitado: Cebolinha<sup>3</sup>

**Quadro 1. Resultados da experimentação.**

Repetição	Seqüência	Amigo visitado
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		
11.		
12.		
13.		
14.		
15.		
16.		

Repetição	Seqüência	Amigo visitado
17.		
18.		
19.		
20.		
21.		
22.		
23.		
24.		
25.		
26.		
27.		
28.		
29.		
30.		
31.		
32.		

5) Quem tem mais chance de ser visitado(a) Magali ou Horácio? \_\_\_\_\_

Por que? \_\_\_\_\_

6) Existe a chance da Mônica não visitar algum amigo? ( ) Não ( ) Sim

Por que? \_\_\_\_\_

7) Após a experimentação responda: Todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados?

( ) Não, porque: \_\_\_\_\_

( ) Sim, porque: \_\_\_\_\_

8) Sistematizem os resultados do Quadro 1 na Tabela 1, chamada de Tabela de Distribuição de Freqüência – TDF.

Tabela 1. Distribuição do número de visitas que cada amigo recebeu da Mônica

Amigo	Nº de vezes que foi visitado (f)	Freqüência relativa (h)	Porcentagem (100*h)
Horácio			
Cebolinha			
Magali			
Cascão			
Bidu			
<b>Total</b>	<b>32</b>	<b>1,00</b>	<b>100,00</b>

Em que  $h = f/32$ , que representa uma estimativa da probabilidade

### Sessão III. A modelagem matemática (a árvore de possibilidades)

Completem a árvore de possibilidades, indicando a seqüência sorteada, o número de caras e o amigo visitado. Observe que cada ramo se desdobra em dois novos ramos (um para cara e outro para coroa) a cada sorteio:

Ponto de partida	Primeiro sorteio	Segundo sorteio	Terceiro sorteio	Quarto sorteio	Seqüência sorteada	Nº de caras	Amigo visitado
				C	CCCC	4	Horácio
				X			
		C		C			
		C		X			
		X					
	C						
	X						
		C					
		X					
Mônica							

9) Quantos caminhos existem ao todo?

10) Descubram, se existe, uma relação comum a todos os caminhos que levam a cada um dos amigos:

Horácio \_\_\_\_\_  
Cebolinha \_\_\_\_\_  
Magali \_\_\_\_\_  
Casção \_\_\_\_\_  
Bidu \_\_\_\_\_

11) Após a construção da árvore de possibilidades, responda: Todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados?

( ) Não, porque: \_\_\_\_\_

( ) Sim, porque: \_\_\_\_\_

12) Sistematizando os resultados da árvore de possibilidades, preencham a Tabela 2:

Tabela 2. Distribuição de probabilidade da visita da Mônica a seus amigos

Amigo	Nº de caminhos	Nº de caminhos/total de caminhos (fração)	Probabilidade (p)*
Horácio			
Cebolinha			
Magali			
Casção			
Bidu			
Total			

(\*) efetuar a divisão para expressar na forma decimal.

**Sessão IV:** comparando as duas formas de atribuir probabilidades

13) Preencham a Tabela 3 com os resultados da Tabela 1 e 2:

Tabela 3. Quadro comparativo da atribuição de probabilidades

Amigo	Frequência relativa ( $h_i$ )	Probabilidade ( $p_i$ )
Horácio		
Cebolinha		
Magali		
Casção		
Bidu		
TOTAL		

14) Qual é a diferença entre essas duas formas de atribuir probabilidades:

15) Analisando os resultados, para vocês, qual dessas duas maneiras de atribuir probabilidades é mais adequada? ( ) frequentista ( ) árvore de possibilidades, por que?



---

16) Vocês acham justa a NOVA distribuição de probabilidade da visita da Mônica entre os amigos quando comparada com a forma antiga? ( ) Sim ( ) Não, por que? \_\_\_\_\_

---

17) Caso vocês achem injusta essa distribuição? Vocês poderiam indicar outra forma de Sortear o amigo a ser visitados pela Mônica?

---

## **2.2 - Aula 2- Definição de Probabilidade**

### **Objetivos:**

- Aplicar a definição de probabilidade em eventos de um experimento aleatório

### **Tempo de duração:**

- 200 minutos

### **Pré-requisito(s):**

Conhecimentos sobre experimento aleatório, evento e espaço amostral

### **Recursos utilizados:**

- Quadro
- Folha de atividade
- Data show

### **Conteúdos conceituais:**

- Definição de Probabilidade

### **Conteúdos procedimentais:**

- Aplicar a definição de probabilidade em eventos de um experimento aleatório

### **Conteúdos atitudinais:**

- Desenvolver confiança e segurança para propor e resolver problemas
- Reconhecer a contribuição dos conhecimentos matemáticos na análise, interpretação e resolução de problemas em contextos diversos
- Valorizar o trabalho coletivo como fonte de aprendizagem.

### **Organização da classe:**

- Turma disposta em duplas

### Descritores associados:

- H67 Resolver problemas envolvendo probabilidade.

### Descrição da aula (Metodologia):

A aula se iniciará utilizando o *Data Show* para iniciarmos a discussão sobre definição de probabilidade de uma forma mais formal, pois espera-se que o aluno já tenha percebido na aula 1 a utilização da probabilidade. E utilizaremos o *Data Show* para a navegação dos links propostos no Roteiro de Ação 5.

Posteriormente, com o conceito de Probabilidade iniciado será apresentado através do Roteiro de Ação 5 atividade que exploram o uso da Probabilidade a partir de um jogo de azar que é a mega Sena.

Continuaremos utilizando o material do aluno para a definição e esclarecimento das dúvidas através de exercícios propostos pelo livro didático.

Logo em seguida, desenvolveremos os exercícios propostos pela professora em folhas feitas pela escola.

### Atividade do Roteiro de Ação 5 (adaptado em função do tempo)

- **Sugestões de leituras prévias ao estudo do roteiro** (essas leituras serão proposta aos alunos para que possam estabelecer um contato inicial com o jogo da Mega Sena.



**Figura 1** – Quer saber suas chances de ganhar em um jogo? Então, vamos estudar probabilidade!

**Fonte dados:** <http://www.sxc.hu/photo/1330272> -

**Autor:** Andrzej Pobiedziński

**Fonte bingo:** <http://www.sxc.hu/photo/1157660> -

**Autor:** Alexander Chechetkin

**Fonte loteria:** <http://www.sxc.hu/photo/458523> -

**Autor:** Dimitris Petridis

A Mega Sena é o jogo que paga milhões para o acertador dos 6 números sorteados. Esse jogo consiste em realizar uma aposta contendo no mínimo 6 e no máximo 15 dezenas escolhidas do conjunto {01, 02, 03, ..., 59, 60}. Cada aposta mínima de 6 dezenas custa R\$ 2,00 e o preço das apostas varia conforme a tabela abaixo:

Tabela de valores dos jogos da Mega Sena

Quantidade de dezenas apostadas	6	7	8	9	10
Valor em R\$	2,00	14,00	56,00	168,00	420,00

O preço das apostas é calculado a partir do total de agrupamentos de 6 dezenas que um apostador faz com as dezenas apostadas. Assim, um apostador que joga na Mega Sena as dezenas 05 – 09 – 12 – 13 – 35 – 37 – 57, fará 7 jogos, pagando pelo jogo R\$ 14,00.

Você já reparou que um apostador que faz uma aposta simples de 6 dezenas paga R\$ 2,00 pela aposta. Se ele acrescentar uma dezena, isto é, apostar em 7 dezenas, irá pagar R\$ 14,00 (7 x R\$ 2,00). Porém caso ele aposte em 8 dezenas, irá pagar R\$ 56,00. Por que isso ocorre? Ele não deveria pagar R\$ 16,00 (8 x R\$ 2,00) pelas 8 dezenas? Para responder essas perguntas, resolva os itens a seguir.

1. Nesses agrupamentos a ordem das dezenas, em cada jogo, é fator determinante na composição dos jogos? Justifique.
  
2. Um apostador da mega sena escolheu as dezenas 05 – 09 – 12 – 13 – 35 – 37 – 57 para realizar seu jogo. Pelas regras do jogo, ele ganhará o prêmio caso seja sorteada uma das sequências de 6 dezenas formadas a partir das dezenas escolhidas. Quantas sequências de 6 dezenas são possíveis de se formar, com essas dezenas? Descreva-as?
  
3. Para uma aposta de 7 dezenas, pela tabela de valores da Mega Sena, é cobrado do apostador R\$ 14,00. Esse valor está correto? Justifique.
  
4. Pela tabela de valores dos jogos da Mega Sena, um apostador que escolher 8 dezenas para jogar na mega sena pagará R\$ 56,00. Por que isso ocorre? Justifique.

5. Quanto pagará pela aposta um apostador que escolher, para jogar na Mega Sena, as dezenas 01 – 02 – 09 – 10 – 21 – 22 – 33 – 39 – 45 – 54 ?

6. Um apostador que dispunha de muito dinheiro para jogar escolheu quinze dezenas entre as sessenta e fez a suas apostas na Mega Sena. Qual foi número total de apostas que esse apostador realizou? Quanto ele pagou pelas apostas?

7. Certo apostador escolheu uma quantidade de dezenas e jogou na Mega Sena, pagando R\$ 924,00. Quantas dezenas diferentes ele escolheu?

**Agora que já sabemos como funciona o jogo da Mega Sena, perguntamos: Quais são as chances de uma pessoa ganhar na Mega Sena realizando apenas um jogo simples de 6 dezenas? Para isso recorreremos ao estudo das probabilidades.**

8) Calcule o número de resultados possíveis, isto é, o número de sequências simples de 6 dezenas formadas a partir das 60 dezenas possíveis, para um Sorteio da Mega Sena. Este número é da ordem de quantos milhões?

9) Agora, calcule a chance de um apostador ganhar na Mega Sena, com uma aposta simples.

#### **Atividades feitas em folhas separadas**

1) Numa sala de 25 alunos, cada aluno recebeu um número de 1 a 25 para concorrer ao sorteio de um ingresso para um *show*. Qual a probabilidade de:

a) Ser sorteado o aluno que tem o número 25?

b) Ser sorteado um aluno com número ímpar?

c) ser sorteado um aluno com número par?

2) Uma urna contém 10 bolas brancas, 8 vermelhas e 6 pretas, todas iguais e indistinguíveis ao tato. Retirando-se uma bola ao acaso, qual a probabilidade de:

a) Ela ser preta.

b) Ela ser verde.

3) Uma carta é retirada ao acaso de um baralho de 52 cartas. Determine a probabilidade:

<b>Um baralho completo é formado de 52 cartas, divididas em 4 naipes: Ouros, copas, paus e espada.</b>
--

a) Sair uma carta de paus.

b) Sair um valete.

c) Sair um rei de ouros.

4) No lançamento de dois dados, determine a probabilidade de se obter:

a) Números iguais?

b) Resultado par na soma das faces?

5) Uma urna contém 10 bolas brancas, 8 vermelhas e 6 pretas, todas iguais e indistinguíveis ao tato. Retirando-se uma bola ao acaso, qual a probabilidade de:

a) Ela ser preta.

b) Ela ser branca.

### 3 AVALIAÇÃO

Este é um momento muito importante, por tal importância sugerimos primeiramente uma autoavaliação para os alunos, especificada abaixo.

Marque um x, verificando o que você aprendeu.

As aulas:	Pouco	Mais ou menos	Muito
Ajudou-me a determinar o espaço amostral e os eventos desse espaço e a calcular o número de elementos de ambos os conjuntos.			
Servi-me para calcular a probabilidade de ocorrência de um evento.			

Na aula 1, de acordo com o descritor H67 Resolver problemas envolvendo probabilidade será avaliado as atividades propostas em folhas separadas de acordo com, valendo 1,0 ponto na média em função do aluno levar a sério a proposta.

Na aula 2, de acordo com os descritor H67 Resolver problemas envolvendo probabilidade será avaliado o desenvolvimento das atividades em folhas separadas de acordo com o roteiro de ação 5 valendo 1,0 ponto.

Por fim, será proposto um teste de conhecimentos, com ênfase em problemas envolvendo análise combinatória e probabilidade. Este teste visa avaliar se o aluno compreendeu os procedimentos, conceitos e se desenvolveu atitudes positivas para a resolução dos problemas propostos, sempre valorizando a participação do aluno, pois o teste valerá 2,0 pontos para fomentar a média do aluno.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFIA

**AVALE.** Disponível em: < <http://avale.iat.educacao.ba.gov.br/>>. Acesso em: 06 de mar. de 2014.

**CURSO SEEDUC.** Disponível em:  
<[http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=14#etapa01\\_c2](http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=14#etapa01_c2)>.  
Acesso em: 16de set. 2012.

**DANTE,** Luiz Roberto. Matemática: contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 2010.

**GIOVANI E BONJORNO,** José Ruy e José Roberto. Matemática completa- 2 ed. renov. São Paulo: FTD, 2005. (Coleção matemática completa).

**MINI CURSOS.** Disponível em: <<http://www.ufsj.edu.br/portal2-repositorio/File/i-ermac/anais/minicursos/mc2.pdf>>. Acesso em: 06 de mar. de 2014.

**PORTAL PITÁGORAS DE EDUCAÇÃO.** Disponível em:  
<http://www.portalpitagorasdeeducacao.com.br/web/pitagoras/home>. Acesso em: 17 de fev. de 2013.

**SECRETÁRIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO.** Disponível em:  
<http://www.rj.gov.br/web/seeduc/exibeconteudo?article-id=140730>. Acesso em: 12 de maio de 2013.