Formação Continuada Nova EJA

Plano de Ação 1

Nome: Jones Paulo Duarte
Regional: Centro Sul
Tutora: Josiane da Silva Martins

## INTRODUÇÃO

Esse PA tem como objetivo abordar assuntos das aulas 16 e 18 do 2º módulo NEJA com conteúdo pesquisado na internet. Primeiramente veremos função do 2º grau com análise de gráficos e problemas contextualizados, onde podemos trabalhar alguns valores numéricos para a função e também achar o seu extremo (máximo ou mínimo), modelar problemas é uma importante ferramenta para usar no cotidiano e para os nossos alunos essa é a parte mais importe porque para eles os conteúdos devem fazer sentido e assim podemos despertar o interesse.

Na segunda parte uma abordagem sobre juros compostos, sabemos que na prática é utilizado esse sistema de capitalização e são poucas as pessoas que percebem que pode haver grandes diferenças entre juros simples e compostos, portanto inicialmente será feito comparações entre as duas modalidades, deixando de forma clara as diferenças.

## DESENVOLVIMENTO

**1º aula e 2º aula (90 minutos)**

Identificação da função quadrática e identificação dos elementos da parábola, ou seja, raízes e coordenadas dos vértices. Será utilizado material impresso e complemento no quadro.

### Função Quadrática

**Definição**

Chama-se função quadrática, ou função polinomial do 2º grau, qualquer função *f* de IR em IR dada por uma lei da forma **$f(x) = ax^2 + bx + c$**, onde a, b e c são números reais e $a \neq 0$.

Vejamos alguns exemplos de função quadráticas:

1. $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$, onde a = 3, b = - 4 e c = 1
2. $f(x) = x^2 - 1$, onde a = 1, b = 0 e c = -1
3. $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$, onde a = 2, b = 3 e c = -5
4. $f(x) = - x^2 + 8x$, onde a =-1, b = 8 e c = 0
5. $f(x) = -4x^2$, onde a = - 4, b = 0 e c = 0

## Gráfico

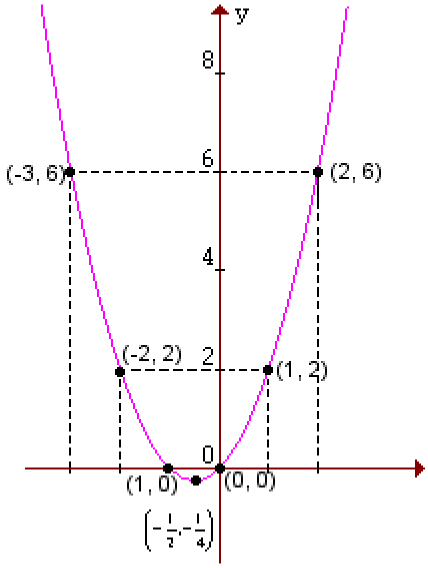
O gráfico de uma função polinomial do 2º grau, $y = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, é uma curva chamada **parábola**.

Exemplo:

Vamos construir o gráfico da função $y = x^2 + x$:    domínio { -3, -2, -1,  -1/2, 0, 1, 2}

Primeiro atribuímos a x alguns valores xv=-b/2a, depois calculamos o valor correspondente de y e, em seguida, ligamos os pontos assim obtidos.

| x | y |
|---|---|
| -3 | 6 |
| -2 | 2 |
| -1 | 0 |
| $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ |
| 0 | 0 |
| 1 | 2 |
| 2 | 6 |




Observação:

Ao construir o gráfico de uma função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, notaremos sempre que:

- se **a > 0**, a parábola tem a **concavidade voltada para cima**; Ponto de mínimo
- se **a < 0**, a parábola tem a **concavidade voltada para baixo**; Ponto de máximo

## Zero e Equação do 2º Grau

Chama-se zeros ou raízes da função polinomial do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$ , $a \neq 0$, os números reais x tais que f(x) = 0.

Então as raízes da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ são as soluções da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, as quais são dadas pela chamada fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Temos:

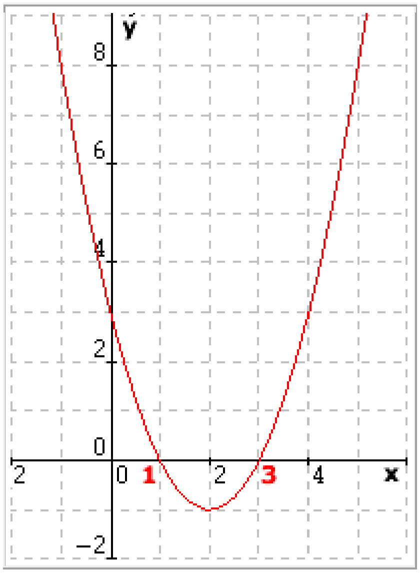
$$f(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Observação

A quantidade de raízes reais de uma função quadrática depende do valor obtido para o radicando $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$, chamado discriminante, a saber:

- quando $\Delta$ é positivo, há duas raízes reais e distintas;
- quando $\Delta$ é zero, há só uma raiz real;
- quando $\Delta$ é negativo, não há raiz real.

Exemplo: na função $y=x^2-4x+3$, as raízes da função serão $x'=1$ e $x`=3$.
Vejamos o gráfico:




Notem que quando $x'=1$ e $x`=3$, a parábola intercepta ("corta") o eixo x.

**Como determinar a raiz ou zero da função do 2º grau?**

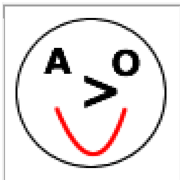
Simplesmente aplicando a resolução de equações do 2º grau, já vista na seção anterior.
Exemplo: determine a raiz da função $y=x^2-4x+3$
Fazendo $y=f(x)=0$, temos $x^2-4x+3=0$
Agora basta resolver a equação aplicando a fórmula de Bháskara.
$x^2-4x+3=0$ $\Delta = (-4)^2-4.(1)(3) \Rightarrow \Delta = 4$

$x = \dfrac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2.(1)} = \dfrac{4 \pm 2}{2} = \dfrac{4+2}{2}\, ou \,\dfrac{4-2}{2}$ Acharemos que x' = 1 e x` = 3.(vide gráfico acima)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

**Concavidade da parábola**

Explicarei esta parte com um simples desenho.

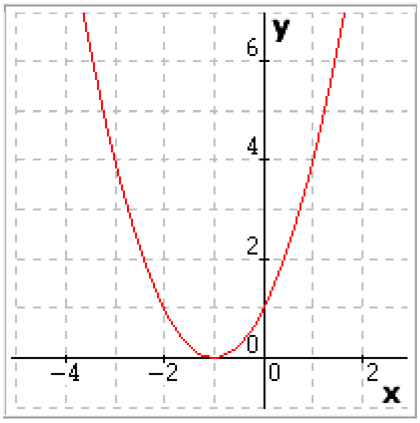
|  |  |
|---|---|
| **a>0** | **a<0** |

Quando a>0, a concavidade da parábola está voltada para cima (carinha feliz) e quando a<0, a parábola está voltada para baixo (carinha triste).
Exemplos:

[Nota] Quando a concavidade está voltada para cima (a>0), o vértice representa o **valor mínimo da função**. Quando a concavidade está voltada para baixo (a<0), o vértice representa o **valor máximo**.

**Quando o discriminante é igual a zero**

Quando o valor de $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, o vértice a parábola encontra-se no eixo x. A coordenada y será igual a zero.
Exemplo: y=f(x)=$x^2$+2x+1 $x^2$+2x+1=0
$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4.1.1 = 4 - 4 = 0$
x=x`=-b/2a=-1
As coordenadas do vértice serão V=(-1,0)
Gráfico:




**Quando o discrimintante é maior que zero**

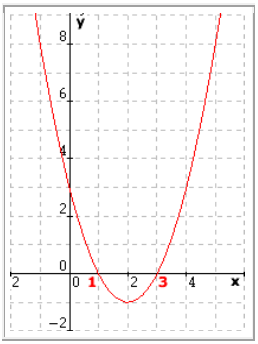
Quando o valor de $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, a parábola intercepta o eixo x em dois pontos. (São as raízes ou zeros da função vistos anteriormente).
Exemplo: y = f(x) = $x^2$-4x+3

$x^2$-4x+3=0

$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4.1.3 = 16 - 12 = 4 > 0$

x’=1, x`=3

Gráfico:



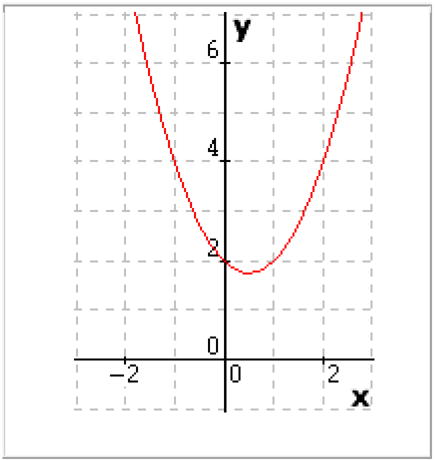

**Quando o discriminante é menor que zero**

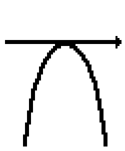
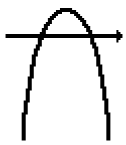
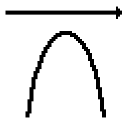
Quando o valor de $\Delta = b^2 - 4ac < 0$, a parábola não intercepta o eixo x. Não há raízes ou zeros da função.
Exemplo: y = f(x) = $x^2$-x+2

$x^2$-x+2=0

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4.(1).(2) = 1 - 8 = -7 < 0$$

Gráfico:




| $\Delta = 0$ | $\Delta > 0$ | $\Delta < 0$ |
|---|---|---|
|  |  |  |
| **a<0** | **a<0** | **a<0** |

**3º aula e 4º aula (90 minutos)**

Nestas aulas serão os alunos serão treinados especificamentes a esboçar gráficos da função do 2º grau utilizando os elementos da parábola estudado anteriormente, os gráficos serão feitos no caderno a lápis.

**Resumindo:**

**Esboçando o gráfico**

Para finalizarmos, vamos desenhar o gráfico da função
$y=-x^2-4x-3$

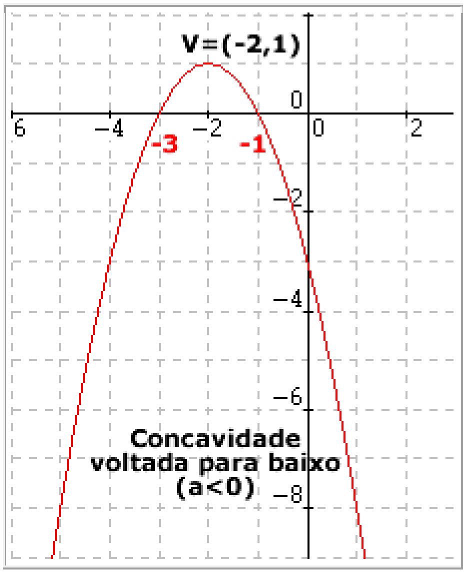
1ª etapa: Raízes ou zeros da função

$-x^2-4x-3=0$
Aplicando a fórmula de Bháskara
$x'=-1$, $x``=-3$

2ª etapa: Coordenadas do vértice

Coordenada x (=-b/2a): $-(-4)/2.(-1)=-2$

Coordenada y: Basta substituir o valor de x obtido na função
$y = -x^2-4x-3 = -(-2)^2-4.(-2)-3 = -4+8-3 = 1$
Portanto, V=(-2,1)
3ª etapa: Concavidade da parábola
$y=-x^2-4x-3$
Como $a=-1<0$, a concavidade estará voltada para baixo
Feito isso, vamos esboçar o gráfico:



**5º aula e 6º aula (90 minutos)**

Esta parte será reservada para modelagem e resolução de problemas. Será usado material impresso, caderno e lápis.

**Situação problema, envolvendo função de 2º grau**

1-Uma pessoa tem  terreno quadrado de 30m por 30 m. O proprietário pretende construir uma casa e gramar a área restante. As dimensões da casa são **x** metros de largura por **2x** metros de comprimento.  Nessa situação pede-se:

a) A lei que representa esse problema.

b) Qual a área gramada se, a casa tiver 5 metros de largura ou se tiver 24 m de comprimento.
c) se a área gramada for de 450 m, qual a dimensão da casa.

d) desenhar o gráfico cartesiano que representa essa situação.

2-Um veículo tem o seu movimento descrito pela equação $S = 5\text{-}6t\text{+}t^2$  com Espaço (S) em metros e Tempo (t) em segundos. Pede-se :

a) Qual  a posição inicial do veiculo

b) A posição do veículo em 2 e  em 6 segundos

c) O tempo em que o veículo passa pela origem do sistema

d) O tempo e a posição de retorno do veículo
e) Represente graficamente, sob aspecto matemático e físico  o movimentos desse móvel

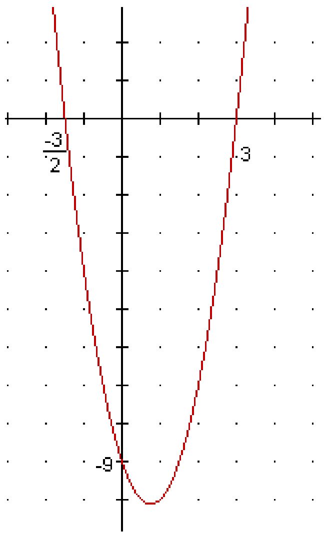
3-Um foguete caiu depois de lançado, devido a uma pane no sistema de navegação, a trajetória do foguete até sua queda  e representada pela equação  $h= 12,5 +30t – 2,5t^2$. Pede-se:

a) a altura máxima (m)atingida pelo foguete, após quanto tempo(mim) isso ocorreu
b) Ao partir, qual a altura do foguete em relação ao solo
c) Após quantos minutos, ao partir, o foguete atingiu o solo.

4-Esboçar o gráficos das funções

a) $y= -2x^2+5x-2$   b) $y= x(2x-3)-x+1$  c) $y=30x^2-120x+300$ d)  $y= -x^2-x-3$

5- Qual a função que representa o gráfico seguinte?




(A) $y=2x^2+3x-9$
(B) $y=-2x^2+3x-9$
(C) $y=2x^2-3x-9$
(D) $y=-2x^2-3x-9$
(E) $y=2x^2+3x+9$

**7º aula e 8º aula (90 minutos)**

Aqui nesta parte será introduzido os regimes de capitalização simples e composta, além de material impresso caderno e lápis, utilizaremos calculadora.

## REGIMES DE CAPITALIZAÇÃO

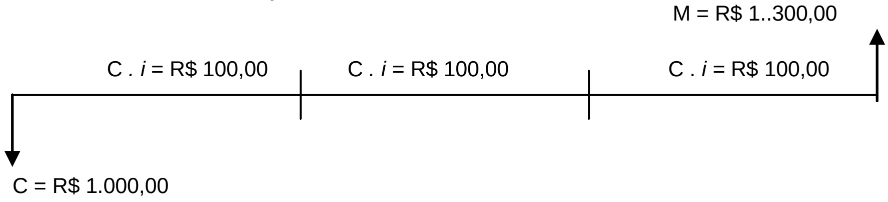
Podemos definir como regime de capitalização os métodos pelo qual os capitais são remunerados. Os regimes de capitalização podem ser “SIMPLES” e “ COMPOSTO” ou método de capitalização ***linear*** e ***exponencial***, respectivamente. Vejamos um exemplo;

**EXEMPLO:** Seja um capital de R$ 1.000,00 aplicado a uma taxa de 10% a.m. durante 3 meses. Qual o valor acumulado no final de cada período pelos regimes de capitalização simples e composta?

## Regime de Capitalização Simples

| N | Capital Aplicado | Juros de cada período | Valor Acumulado |
|---|---|---|---|
| 1 | **R$ 1.000,00** | R$ 1.000,00 x 10% = R$ 100,00 | R$ 1.000,00 + R$ 100,00 = R$ 1.100,00 |
| 2 | R$ 1.000,00 | R$ 1.000,00 x 10% = R$ 100,00 | R$ 1.000,00 + R$ 100,00 = R$ 1.200,00 |
| 3 | R$ 1.000,00 | R$ 1.000,00 x 10% = R$ 100,00 | R$ 1.000,00 + R$ 100,00 = **R$ 1.300,00** |

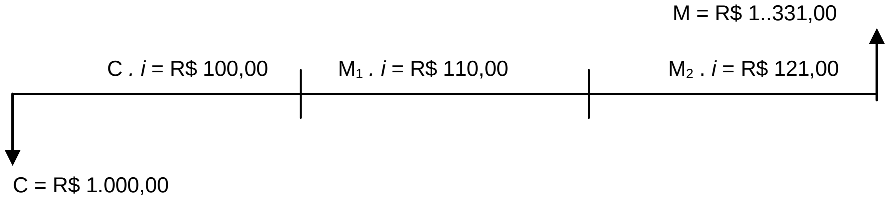
**DIAGRAMA DE FLUXO DE CAIXA PARA O REGIME DE CAPITALIZAÇÃO SIMPLES**




## Regime de Capitalização Composta

| N | *Capital Aplicado* | *Juros de cada período* | *Valor Acumulado* |
|---|---|---|---|
| 1 | **R$ 1.000,00** | R$ 1.000,00 x 10% = R$ 100,00 | R$ 1.000,00 + R$ 100,00 = R$ 1.100,00 |
| 2 | R$ 1.100,00 | R$ 1.100,00 x 10% = R$ 110,00 | R$ 1.000,00 + R$ 110,00 = R$ 1.210,00 |
| 3 | R$ 1.210,00 | R$ 1.210,00 x 10% = R$ 121,00 | R$ 1.000,00 + R$ 100,00 = **R$ 1.331,00** |

**DIAGRAMA DE FLUXO DE CAIXA PARA O REGIME DE CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA**




# JUROS COMPOSTOS

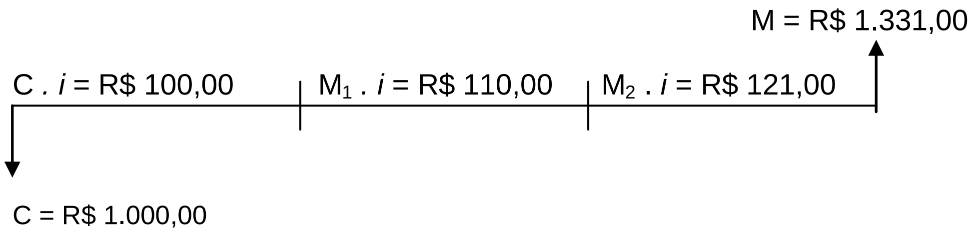
## CONCEITOS DE JUROS COMPOSTOS

Podemos entender os juros compostos, como sendo o que popularrmente chamamos de ***juros sobre juros***. Observe novamente a demonstração do regime de capitalização composta. Matematicamente, o cálculo a juros compostos é conhecido por cálculo exponencial de juros.

# Regime de Capitalização Composta

| N | *Capital Aplicado* | *Juros de cada período* | *Valor Acumulado* |
|---|---|---|---|
| 1 | **R$ 1.000,00** | R$ 1.000,00 x 10% = R$ 100,00 | R$ 1.000,00 + R$ 100,00 = R$ 1.100,00 |
| 2 | R$ 1.100,00 | R$ 1.100,00 x 10% = R$ 110,00 | R$ 1.000,00 + R$ 110,00 = R$ 1.210,00 |
| 3 | R$ 1.210,00 | R$ 1.210,00 x 10% = R$ 121,00 | R$ 1.000,00 + R$ 100,00 = **R$ 1.331,00** |

**DIAGRAMA DE FLUXO DE CAIXA PARA O REGIME DE CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA**




**Fórmula do montante**

$\boxed{M = C\,(1 + i)^n}$

Onde:

M – é o montante.

C – é o capital.

i – é a taxa

n – é o tempo

**EXEMPLO:** Calcular o montante de um capital de R$ 5.000,00, aplicado à taxa de 4% ao mês, durante 5 meses.

Dados:
M = ?
C = R$ 5.000,00
i = 4% ao mês
n = 5 meses

**Solução**

$M = 5.000\,(1 + 0{,}04)^5$

$M = 5.000\,(1{,}04)^5$

$M = 5.000\,(1{,}216653...)$

**M = R$ 6.083,26**

**7º aula e 8º aula (90 minutos)**

Neste momento o tempo será disponibilizado para resolução de exercícios.

**Exercícios**

1- Qual é o montando gerado pela aplicação (em juros compostos) de um capital de R$ 3.500,00 durante 6 meses a uma taxa de 2% ao mês?

2- Qual o montante de uma aplicação de $50.000 a juros compostos, pelo prazo de 10 meses à taxa de 3% a.m.?

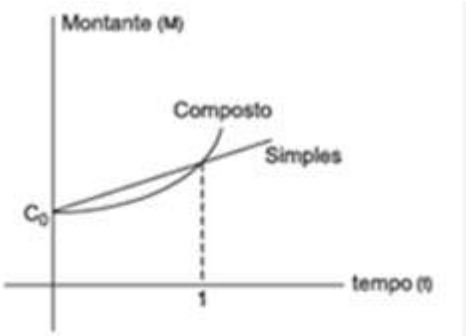
3- Bernardete aplicou $6.000 a juros compostos, durante um ano, à taxa de 24% a.a..

a) Qual o montante?

b) Qual a taxa mensal de juros da aplicação?

c) Qual a taxa semestral de juros da aplicação?

4- (CEF/CESGRANRIO) O gráfico a seguir representa as evoluções no tempo do Montante a Juros Simples e do Montante a Juros Compostos, ambos à mesma taxa de juros. M é dado em unidades monetárias e t, na mesma unidade de tempo a que se refere a taxa de juros utilizada.




Analisando-se o gráfico, conclui-se que para o credor é mais vantajoso emprestar a juros:

(A) compostos, sempre.

(B) compostos, se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo.

(C) simples, sempre.

(D) simples, se o período do empréstimo for maior do que a unidade de tempo.

(E) simples, se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo

## MATERIAL DE APOIO

O material utilizado foi uma parte impressa direcionada por esse PA e calculadora para as atividades de matemática financeira.

## VERIFICAÇÃO DO APRENDIZADO

Após o final de cada aula (duas seguidas) é aplicado uma atividade que pode ser individual ou em dupla que conta um percentual para a nota final do aluno.

## BIBLIOGRAFIA UTILIZADA


Sites consultados:

http://profcamilo.files.wordpress.com/2010/05/funcao2grau2008.doc. (consultado em 08/05/2014)

http://www.qsl.net/pu2pes/juroscomp.doc. (consultado em 08/05/2014)