FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
COLÉGIO: C.E. Cardeal Arcoverde
PROFESSORA: Janete Maria Jesus de Sá
MATRÍCULA: 0825192-8
SÉRIE: 3ª série do Ensino Médio
TUTOR: Maria Cláudia
GRUPO: 1

PLANO DE TRABALHO SOBRE POLINÔMIOS E EQUAÇÕES ALGÉBRICAS

Janete Maria Jesus de Sá
janetemjdesa@ig.com.br

1. Introdução

Apresentar o conteúdo de Polinômio como sendo uma forma de representar situações práticas como o cálculo de salários, áreas ou volumes, faz com que o aluno perceba a importância e aplicabilidade do assunto. Logo em seguida o aluno conhece a definição que diz que um polinômio na variável complexa x é uma expressão dada por:

$$a_n \cdot x_n + a_{n-1} \cdot x_{n-1} + \dots + a_2 \cdot x_2 + a_1 \cdot x + a_0$$

Depois o aluno aprende a definir o grau do polinômio, assim como o coeficiente dominante. A Função Polinomial com f: $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, Polinômio Nulo, Valor Numérico, Raiz, Operações (adição, subtração, multiplicação divisão – Método da Chave e Dispositivo Prático de Briot-Ruffini) e o Teorema do Resto que levam o aluno ao conhecimento e a manipulação com polinômios. Trabalhar sempre exemplificando para facilitar a compreensão dos alunos é o foco maior deste plano.

2. Desenvolvimento

Atividades:

- **Habilidade relacionada:**

  Observação, raciocínio lógico e cálculos.

Operações com polinômios.

- **Pré-requisitos:**

Operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) com números inteiros;
Regra de sinais;
Resolução de equações do 1º e do 2º graus.

- **Tempo de Duração:**

4 tempos de aula (no ensino noturno corresponde a 180 minutos).

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Papel e lápis ;
Notebook e Data Show.

- **Organização da turma:**

Divisão da turma em duplas.

- **Objetivos:**

-Levar o aluno a compreender o algoritmo das operações;
-Levar o aluno a determinar a adição, subtração, multiplicação e divisão de polinômios (Método da Chave e Dispositivo Prático de Briot-Ruffini);
-Levar o aluno a conhecer e aplicar o Teorema do Resto;
-Levar o aluno a resolver uma equação algébrica, aplicando Briot-Ruffini;
-Levar o aluno a socialização do trabalho em grupo.

- **Metodologia adotada:**

1º- Divisão da turma em duplas;
2º-O professor projetará as questões através do Data Show e cada dupla responderá numa folha de papel, enumerando cada resposta;

1-

Você lembra o motivo de ao somarmos 134 com 256 dispormos os números um abaixo do outro respeitando as classes de unidades? Tente descrever tal motivo em uma linha.

2-

É possível aproveitar a ideia do algoritmo da soma e da subtração de números naturais para realizar somas e subtrações de polinômios. Veja o exemplo inacabado a seguir

e complete o que falta sob a linha pontilhada.

$$
\begin{array}{r}
2x^4 - 3x^3 \qquad + 2x \\
+ \underline{\qquad 2x^3 - x^2 \qquad + 1} \\
\ldots\ldots\ldots\ldots \quad - x^2 + 2x + 1
\end{array}
$$

3-

Considere o que você observou no item anterior e calcule utilizando o mesmo algoritmo, o valor de

p(x) + q(x)   e   p(x) - q(x), sabendo que p(x) = $3x^5 - 4x^3 + x^2 - 2x + 1$ ***e***
q(x) = $-x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 3$.

(Nota: O professor orienta que na subtração dos polinômios é melhor trocar os sinais dos termos do polinômio q(x) para depois somar normalmente, obedecendo as regras de sinais.)

4-

Observe o cálculo disposto na primeira coluna (à esquerda) abaixo. Inspire-se nele para sugerir um algoritmo para a multiplicação de polinômios como o que aparece incompleto no lado direito da tabela abaixo.

$\begin{array}{r} 125 \\ \underline{x12} \\ 250 \\ \underline{125} \\ 1500 \end{array}$	$\begin{array}{r} -x^3 + 2x - 1 \\ \underline{\times \qquad x^2 - 3x} \\ 3x^4 \qquad -6x^2 + \\ \underline{-x^5 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad} \end{array}$

Observe que os algoritmos desse item são "PARECIDOS", mas há diferenças importantes. No que utilizamos com números, a multiplicação deve seguir a ordem: unidades, dezenas, centenas e etc. Já no outro, isso nãoé necessário. Além disso, há outras diferenças. Verifique você mesmo!

Ressalte que aqui não teremos o “vai um”, e que a multiplicação por certa classe não precisa ser de mesma classe ou da próxima. Observe se os alunos lembram a propriedade de potenciação $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, se isso não ocorrer dê exemplos justificando esta propriedade da operação com potências.

5-

O cálculo de

$$p(x)\,.\,q(x)$$

também pode ser realizado utilizando a distributividade, como assinalado na ilustração abaixo. Utilize esta propriedade para realizar

$$p(x).q(x)= (x^2 - 3x).\ (-x^3 + 2x -1)$$

6-

Indique algoritmo de sua preferência para a realização da multiplicação de dois polinômios. Pense no que pode acontecer em outros casos para certificar o seu gosto.

7-

Observe agora o algoritmo de divisão de números naturais abaixo e tente completar o algoritmo sugerido ao lado.

$$\begin{array}{rl}
3476 & \underline{|\,23} \\
\underline{-23} & 151 \\
117 & \\
\underline{-115} & \\
0026 & \\
\underline{-23} & \\
3 &
\end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
x^4 - 2x^3 + 0x^2 + 3x - 2 & \underline{x^2 - 1} \\
-\,\underline{x^4 \qquad + 1x^2} \qquad\qquad & x^2 - 2x \\
-2x^3 + x^2 + 3x & \\
\underline{+2x^3 \qquad + 2x} &
\end{array}$$

8-

Agora fique atento às comparações! Observe o que você fez no item anterior com a ajuda de seu professor e complete a tabela abaixo.

Com números naturais	Com polinômios
O divisor é menor que o dividendo.	O grau...
A multiplicação do quociente pelo divisor somada ao resto é igual ao dividendo.	A multiplicação...
O resto é sempre menor que o divisor.	O grau...
A divisão termina quanto o resto é menor que o divisor.	A divisão termina quando o grau do resto é...

9-

Agora, considere que

$p(x)= 2x + 1$, $t(x) = x^3 - 2x^2 + x – 1$, $u(x) = x^4 – 5x + 2$ e $v(x) = - x^3 - x -1$

E, quando possível, calcule as operações indicadas abaixo,

indicando o resultado, quociente e resto, quando foro caso. Se a operação não for possível justifique!

a) $p(x) – u(x)$

b) $v(x) . u(x)$

c) $p(x) + u(x) – v(x)$

d) $p(x) : v(x)$

e) $u(x) : t(x)$

f) $v(x) . p(x) – v(x) . u(x)$

g) $u(x) + p(x)$

h) $t(x) : p(x)$

(Nota: Caso o tempo não seja suficiente para a resolução das questões, a dupla poderá levar para entregar pronto na próxima aula.)

3º - O professor irá passar o vídeo:

http://www.youtube.com/watch?v=yv5ju6Q81dM

4º - O professor fará mais exemplos no quadro:

f(x) : g(x), com:

- $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x – 2$ e $g(x) = x - 3$

$$\begin{array}{c|cccc} 3 & 1 & -4 & 5 & -2 \\ \hline & 1 & -1 & 2 & 4 \end{array}$$

O quociente q é $x^2 - x + 2$ e o resto r é 4.

- $f(x) = x^4 - 3x^2 + x - 2$ e $g(x) = x + 1$

- 1	1	0	-3	1	-2
	1	-1	-2	3	-5

O quociente q é $x^3 - x^2 - 2x + 3$ e o resto r é -5.

5º - Agora cada dupla irá obter o quociente e o resto da divisão de f(x) por g(x), utilizando o dispositivo prático de Briot- Ruffini em:

a) $f(x) = -2x^3 + 4x^2 - 5x + 1$ e $g(x) = x - 3$:

b) $f(x) = 2x^3 - 5x + 1$ e $g(x) = x + 2$.

6º - O professor fala sobre o *Teorema do Resto* que diz:

O resto da divisão de um polinômio f(x) por x – a é igual a f(a).

Então pede para que os alunos confiram os resultados do 5º passo, aplicando o teorema.

7º- Usando Briot-Ruffini, tente resolver a equação $x^3 - 8x^2 + 29x - 52 = 0$, sabendo que uma das raízes é 4.

Comentário: O Plano de Trabalho foi elaborado de acordo com tempo disponível e o nível da turma.

3. Avaliação

O professor poderá atribuir 2,0 pontos para os alunos que participaram de maneira plena das atividades, tendo como critério da avaliação os seguintes itens:

Atividades

1,0 – a dupla participou da aula e resolveu corretamente as questões de operações com polinômios (adição, subtração, multiplicação e divisão – método de chaves);

1,0 – a dupla resolveu as questões de divisão pelo dispositivo prático de Briot-Ruffini, aplicou o teorema do resto e resolveu a equação algébrica proposta.

4. Referências

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA. N. *Matemática ciência e aplicações.* Volume 3. Ensino Médio. São Paulo: Saraiva, 2010. p.160-199.

Roteiro de Ação 2: *Algoritmos por analogia.* 3º ano. 4º Bimestre. 1º Campo Conceitual. Fundação CECIERJ. Consórcio Cederj. Rio de Janeiro, 2013.