

FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

Fundação CECIERJ/ consórcio CEDERJ

*MATEMÁTICA 2º ANO - 1º BIMESTRE*

*PLANO DE TRABALHO*

# ***FUNÇÃO LOGARÍTMICA***

Tarefa 1

Cursista: Terezinha Landim

Tutor: Maria Lúcia

## SUMÁRIO

1-Introdução .....	03
2- Desenvolvimento	
2.1- Atividade 1 .....	03
2.2- Atividade 2 .....	07
3- Avaliação .....	11
4- Fontes de pesquisa .....	12

## **INTRODUÇÃO**

O objetivo deste plano de trabalho é permitir que os alunos percebam, através dos assuntos do cotidiano, a utilização da Matemática para resolução de problemas através das funções logarítmicas.

Transmitir o conhecimento através da função logarítmica, fazendo que os próprios alunos construam o conhecimento e enriqueçam o aprendizado através de atividades diferenciadas e exercícios práticos.

É comum a dificuldade por parte de muitos alunos mediante a interpretação do enunciado e a utilização de raciocínio lógico, além da falta de interesse. É de suma importância mostrar em quais áreas ou profissões o tema estudado é aplicado.

O assunto exige um bom desempenho em potenciação.

## **DESENVOLVIMENTO**

### **ATIVIDADE 1**

**Habilidades relacionadas**:- Efetuar operações utilizando as propriedades operatórias do logaritmo.

**Pré-requisitos**: - Potenciação.

**Tempo de duração**: 200 minutos

**Recursos educacionais utilizados**:Folha de atividades, régua, tesoura, lápis de cor ou caneta.

**Organização da turma**: Turma disposta em grupos de dois a três alunos, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

**Objetivos:** - Apresentação do conceito de logaritmo.

**Metodologia adotada:**

Será realizada uma introdução falando sobre como surgiu a função logarítmica em seguida realizaremos atividades sobre o roteiro de ação 1: Fractais e os logaritmos.

O conceito de logaritmo foi introduzido pelo matemático escocês John Napier (1550-1617) e aperfeiçoado pelo inglês Henry Briggs (1561-1630). A descoberta dos logaritmos deveu-se, sobretudo à grande necessidade de simplificar os cálculos excessivamente trabalhosos para a época, principalmente na área da astronomia, entre outras. Através dos logaritmos, podem-se transformar as operações de multiplicação em soma, de divisão em subtração, entre outras transformações possíveis, facilitando sobremaneira os cálculos. Na verdade, a ideia de logaritmo é muito simples, e pode-se dizer que o nome logaritmo é uma nova denominação para expoente, conforme veremos a seguir.

Assim, por exemplo, como sabemos que  $4^2 = 16$ , onde 4 é a base, 2 o expoente e 16 a potência, na linguagem dos logaritmos, diremos que 2 é o logaritmo de 16 na base 4. Simples, não é?

Nestas condições, escrevemos simbolicamente:  $\log_4 16 = 2$ .

Um fractal bastante conhecido é o Triângulo de Sierpinsky. Ele é obtido a partir de um triângulo equilátero e após sucessivas repetições dos passos descritos abaixo.

- 1) Obtenha o ponto médio de cada um dos lados
- 2) do triângulo equilátero disponibilizado pelo professor.
- 3) Trace segmentos de reta unindo os pontos médios, obtendo quatro triângulos equiláteros.
- 4) Com o auxílio da tesoura, recorte o triângulo central.
- 5) Note que, ao retirarmos o triângulo central, temos agora três

novos triângulos. Repita os passos anteriores com os triângulos restantes e obtenha o Triângulo de Sierpinsky em vários estágios.

- 6) Agora é com você! Vamos fazer uma pequena investigação e descobrir o número de triângulos no Triângulo de Sierpinsky a cada iteração. Para tal, preencha a tabela abaixo:

Iteração	0	1	2	3	4	5
Números de Triângulos	1	3	9	27	81	243

Dessa forma, espera-se que o aluno relacione o número de triângulos com a interação  $n$  por meio da expressão. **Número de Triângulos =  $3^n$**

- 7) Efetue as seguintes operações e veja se você percebe algum padrão, observando a tabela.

a)  $243 \times 27 =$

b)  $729 : 9 =$

- 8) Complete a tabela logarítmica abaixo com as potências de base 2 e responda às seguintes questões.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	2	4											

a) O logaritmo de 256 na base 2 é \_\_\_\_\_

b)  $512 \times 16$  \_\_\_\_\_

c)  $\text{Log}_2 1024$  \_\_\_\_\_

- d)  $32 \times 256$  \_\_\_\_\_  
 e) O logaritmo de 2048 na base 2 é \_\_\_\_\_  
 f)  $\log_2 4096$  \_\_\_\_\_  
 g)  $4\ 096 \div 256$  \_\_\_\_\_

9) E se fizermos uma tabela logarítmica com as potências de base 1? Complete a tabela abaixo e veja o que acontece?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1											

10) Qual é o valor de  $\log_1 1024$  ? O que vc conclui?

Então:

**Dados dois números reais positivos a e b , com  $a \neq 1$  se  $b = a^c$ , então o expoente c chama-se logaritmo de b na base a.**

**$\log_a b = c \leftrightarrow a^c = b$ , com a e b positivos e  $a \neq 1$**

Exemplos:

- a)  $\log_2 8 = 3$  porque  $2^3 = 8$ .  
 b)  $\log_4 1 = 0$  porque  $4^0 = 1$ .  
 c)  $\log_3 9 = 2$  porque  $3^2 = 9$ .  
 d)  $\log_5 5 = 1$  porque  $5^1 = 5$ .

**Notas:**

1 - quando a base do sistema de logaritmos é igual a 10 , usamos a expressão logaritmo decimal e na representação simbólica escrevemos somente  $\log N$  ao invés de  $\log_{10} N$ . Assim é que quando escrevemos  $\log N = x$  , devemos concluir pelo que foi exposto, que  $10^x = N$ .

Existe também um sistema de logaritmos chamado neperiano (em homenagem a John Napier - matemático escocês do século XVI, inventor dos logaritmos), cuja base é o número irracional

$e = 2,7183\dots$  e indicamos este logaritmo pelo símbolo  $\ln$ . Assim,

$\log_e M = \ln M$ . Este sistema de logaritmos, também conhecido como sistema de logaritmos naturais, tem grande aplicação no estudo de diversos fenômenos da natureza.

Exemplos:

- a)  $\log 100 = 2$  porque  $10^2 = 100$ .
- b)  $\log 1000 = 3$  porque  $10^3 = 1000$ .
- c)  $\log 2 = 0,3010$  porque  $10^{0,3010} = 2$ .
- d)  $\log 3 = 0,4771$  porque  $10^{0,4771} = 3$ .
- e)  $\ln e = 1$  porque  $e^1 = e = 2,7183\dots$
- f)  $\ln 7 = \log_e 7$

2 - Os logaritmos decimais (base 10) normalmente são números decimais onde a parte inteira é denominada característica e a parte decimal é denominada mantissa .

Assim por exemplo, sendo  $\log 20 = 1,3010$ , 1 é a característica e 0,3010 a mantissa.

As mantissas dos logaritmos decimais são tabeladas.

## **ATIVIDADE 2**

**Habilidades:** Resolver problemas envolvendo a função logarítmica.

**Pré-requisitos:** Função logarítmica, função exponencial

**Tempo de duração:** 200 minuto

**Recursos educacionais:** Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica.

**organização da turma:** Turma disposta em grupos de dois ou três alunos, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

**Objetivos:** Resolver problemas significativos utilizando Função logarítmica.

**Metodologia adotada:**

O uso dos logaritmos na resolução de problemas torna-se conveniente, por exemplo, quando estamos estudando determinado

fenômeno no qual existe uma enorme amplitude de valores.

No caso, da intensidade sonora, por exemplo, a altura de um sm pode ser medido pela sua intensidade  $I$  ( em watts por metro quadrado).

Exemplificando, o som no limiar da audição humana tem uma intensidade em torno de  $10^{-12} \text{W/m}^2$ . Por outro lado, a turbina de um avião a jato a 50 metros tem uma intensidade de aproximadamente  $1000\ 000\ 000\ 000\ \text{W/m}^2$ .

Devido a essa enorme amplitude e às propriedades dos logaritmos, passou-se a tratar a intensidade sonora em termos do nível do som  $\beta$  que é definido como:

$$B = 10 \cdot \text{Log} (I/I_0)$$

Onde  $I_0 = 10^{-12} \text{W/m}^2$  (intensidade próxima ao limiar da audição humana). A unidade de medida de  $\beta$  é o decibel (dB).

A tabela abaixo mostra uma tabela que associa o número de decibéis a situações reais.

Tabela de Decibéis

Nível do ruído	Nível do Ruido em dB(decibéis)
Ensurdecedor	140 130 Armas de fogo
Muito alto	120 Deslocamento de avião a jacto 110 Concerto de música rock
Alto	100- Martelo perfurador de alcatrão 90- Piano a toar forte



Moderado/Alto	80- Despertador de campainha 70- Aspirador
Moderado	60- Conversação alta 50- Conversação normal
Baixo	40- Conversação silenciosa 30- Biblioteca
Muito Baixo (limiar do som)	20- Sussurrar 10

No limiar da audição,  $\beta = 10 \cdot \log (10^{-12} / 10^{-12}) = 10 \cdot \log 1 = 0$

Note ainda que, se  $\beta = 10$ , temos:

$$10 = 10 \cdot \log (I/I_0)$$

$$1 = \log (I/I_0)$$

$$10^1 = I/I_0$$

$$10 \cdot I_0 = I$$

Portanto, a intensidade de som relacionada com 10dB é 10 vezes maior do que a intensidade relacionada com 0 dB.

A partir desse raciocínio surge uma questão. Quantas vezes a intensidade de som relacionada com 20 dB é maior do que a intensidade do som relacionada com 10 dB?

$$\log (I_1/I_2) = \log (I_1/I_0) - \log(I_2/I_0)$$

$$10 \log (I_1/I_2) = 10 \log (I_1/I_0) - \log(I_2/I_0)$$

$$10 \log (I_1/I_2) = \beta_1 - \beta_2 = 20 - 10 = 10$$

$$10 \log (I_1/I_2) = 10$$

$$\log (I_1/I_2) = 1$$

$$\text{Logo: } I_1/I_2 = 10$$

O que nos faz concluir que  $I_1 = 10 \cdot I_2$  e que a intensidade de som relacionada com 20 dB é 10 vezes maior do que a relacionada com 10 dB.

- 1) De acordo com a tabela acima, calcule quantas vezes a intensidade de som de uma biblioteca é maior do que a intensidade de som gerada por um sussurro.
- 2) Calcule também quantas vezes a intensidade de som gerado por uma conversa silenciosa é maior do que a intensidade de som em uma biblioteca.
- 3) De acordo com o que você já respondeu nos itens anteriores, quando temos um aumento de 10 dB significa que a intensidade se torna quantas vezes maior? O que você percebeu ao responder aos itens 1 e 2?
- 4) Lembrando da relação  $\beta = 10 \log (I_2/I_1)$ , encontre o número de decibéis associados com cada uma das situações abaixo e complete a tabela.

Som	I	dB
Avião à jato ( 150 m de distância)	$1,0 \times 10^2 \text{ W/m}^2$	
Música de Rock Amplificada	$1,0 \text{ W/m}^2$	
TV ( volume médio a 3 m de distância)	$3,2 \times 10^{-5} \text{ W/m}^2$	

- 5) Qual é o pH de uma solução de ácido clorídrico cuja concentração hidrogemônica é de  $2 \cdot 10^{-4}$ ? Dado:  $\log 2 = 0,30$   
Pela definição:  $\text{pH} = -\log (H^+)$
- 6) Qual é o valor do pH de uma solução de ácido sulfúrico ( $H_2SO_4$ ) com concentração hidrogemônica de  $5 \cdot 10^{-3}$ ? Dado  $\log 2 = 0,30$
- 7) Desafio- Lei Seca  
A Lei 11705, de 2008, do Código de Trânsito Brasileiro, tem como objetivo  
Proibir que motoristas dirijam alcoolizados. Aqueles que fizerem

o teste de alcoolemia(bafômetro) e forem flagrados com 0,2 grama de álcool por litro de sangue, ou mais, terão que pagar uma multa, receberão 7 pontos na carteira de habilitação, perderão o direito de dirigir por um ano e ainda terão o veículo apreendido.

Suponha que uma pessoa tenha em determinado momento 1,6 g/L de álcool no sangue e que esse valor decresça de acordo com a função

$f(x) = 1,6 \cdot 2^{(-t/2)}$ , em que t é o tempo em horas. Após parar de beber, quantas horas no mínimo são necessárias para que essa pessoa tenha 0,1 g/L de álcool no sangue?

- 8) Em uma determinada cidade a taxa de crescimento populacional é de 4% ao ano, aproximadamente. Em quantos anos a população desta cidade irá dobrar, se a taxa de crescimento continuar a mesma? Dado:  $\log 2 = 0,30$  e  $\log 1,04 = 0,017$

## **AVALIAÇÃO**

A avaliação envolve aluno e professor e é realizada de maneira que ambos possam avaliar o desempenho e aprendizagem das competências relacionadas ao tema. A avaliação ocorreu de forma individualizada com a observação do professor, quanto ao desempenho e aprendizagem das atividades propostas. Foi observada a capacidade da utilização dos conhecimentos adquirida, ao raciocínio lógico para resolver os problemas e participação de cada um na execução dos exercícios.

Aplicação de avaliação escrita individual para investigação de capacidade de utilização de conhecimentos adquiridos e raciocínio lógico para resolver problemas de cotidiano envolvendo logaritmos.

## **FONTES DE PESQUISA**

ROTEIROS DE AÇÃO E TEXTOS- **Função Logarítmica**. Curso de aperfeiçoamentooferecido por CECIERJ, referente ao 2º ano do Ensino Médio. 1º Bimestre.

MATEMÁTICA CIÊNCIA E APLICAÇÕES, 2: ensino médio/ Gelson lezzi, 6º ed- São Paulo; Saraiva, 2010.

[http://  
www.webquestbrasil.org/criador/webquest/suporte.tabbed.w.php?id\\_a  
ctividade](http://www.webquestbrasil.org/criador/webquest/suporte.tabbed.w.php?id_atividade)