

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ

COLÉGIO: Instituto de Educação Carmela Dutra

PROFESSOR: Patricia Penna

MATRÍCULA: 0929792-0

SÉRIE: 2º ano do Ensino Médio – Formação de professores

TUTOR (A): EDILEIZER DA SILVA PEREIRA

PLANO DE TRABALHO SOBRE GEOMETRIA ESPACIAL - ESFERA

1. Introdução:

O desenvolvimento desta tarefa foi feito por meio de atividades ligadas ao dia a dia do aluno. Proporcionando ao aluno construir o seu conhecimento de forma ampla, utilizando-se de novas tecnologias associadas a pratica construtivistas para uma melhor compreensão do seu cotidiano, com interpretação de tabelas que são amplamente utilizado nos meios de comunicação gerando informação que deve ser trabalhada para se transformar o conhecimento.

A ideia de inovação desta pratica em sala de aula envolve mudanças de postura por parte do professor. A aprendizagem deve ser significativa e desafiadora para mobilizar o aluno a buscar soluções possíveis.

Para iniciar tal estudo, usei como motivação o vídeo as aventuras de Radix, o programa aborda a geometria da Esfera, que é um exemplo de geometria não-Euclidiana. Nelson, ao escrever mais umas das aventuras do super-herói Radix, se depara com a seguinte pergunta: Como Radix poderá cumprir a missão de evitar o desmatamento no Planeta Terra? Para terminar a aventura do Radix, o cartunista Nelson pedirá ajuda ao seu amigo Mario, que trabalha na área de monitoramento por satélite. No segundo momento apresentei uma das formas para trabalhar o assunto “Esfera” com meus alunos apresentando a eles uma situação problema para estimular a curiosidade sobre o assunto, por exemplo: “Uma melancia é composta de 95% de água. Determine o volume de água que existe numa melancia esférica de 15 cm de raio.” para consolidar os conhecimentos teóricos vistos, vou realizar uma atividade utilizando um software de geometria dinâmica, o **Calques 3D**. Trata-se de um software de geometria espacial para ser utilizado em ambiente de sala de aula, que dispõe de um conjunto de comandos de criação de objetos e de construção onde é possível marcar e medir ângulos, recuperar o histórico de uma construção, fazer construções etc. O Calques 3D atende a um conjunto diverso de objetivos didáticos que contribuem para que os alunos desenvolvam seu pensamento geométrico. Como atividade de complementação utilizarei o Winplot na Construção do Sistema Solar. E finalmente para fixação do conteúdo foi abordado será utilizado o livros didático com atividades complementares.

2. Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:

O Plano de Ação que apresento, poderá sofrer pequenas alterações no decorrer destas três semanas, pois preciso levar em conta as idiosincrasias da unidade escolar.

Quanto a metodologia usada por mim, posso afirmar que já tenho incorporada, como princípio educacional, a metodologia da problematização como instrumento de incentivo à pesquisa, à curiosidade e ao desenvolvimento do espírito inventivo.

Afirmo que priorizar a resolução de problemas nas práticas didáticas promove uma aprendizagem criativa e facilita a sistematização dos conteúdos trabalhados. Vejo que este é o caminho pedagógico para a superação da mera memorização. Pois ao tratar de situações complexas e diversificadas, ofereço ao meu aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, relacionar diferentes áreas do conhecimento, construir estratégias de resolução e perseverar na busca de uma solução.

Parto do princípio de que há uma série de grandes temas sobre os quais posso identificar aplicações de conteúdos matemáticos deste tópico que irei trabalhar com minhas turmas. Esses temas formam o contexto de trabalho onde serão desenvolvidos tais conteúdos. Sendo assim, parece fundamental que o contexto de trabalho, no qual será desenhado um caminho conceitual, um percurso temático, permita que nele sejam detectadas aplicações, de toda natureza, de inúmeros conteúdos matemáticos.

3. Atividades desenvolvidas no 4º bimestre – Esfera:

Atividade 1 – As aventuras de Radix

- **Duração prevista:** 100 minutos.
- **Área de conhecimento:** Matemática.
- **Assunto:** esferas
- **Objetivo:** apresentar a Geometria da Esfera
- **Pré-requisitos:** geometria plana
- **Material necessário:** folha (fornecida pelo professor) contendo gráfico e equações; folha contendo a atividade e os procedimentos; caderno, lápis, borracha, régua, calculadora e computador.
- **Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.
- **Descritores associados:** Resolver problemas envolvendo noções de volume.

Sobre a série

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sinopse

O programa aborda a geometria da Esfera, que é um exemplo de geometria não-Euclidiana. Nelson, ao escrever mais umas das aventuras do super-herói Radix, se depara com a seguinte pergunta: Como Radix poderá cumprir a missão de evitar o desmatamento no Planeta Terra? Para terminar a aventura do Radix, o cartunista Nelson pedirá ajuda ao seu amigo Mario, que trabalha na área de monitoramento por satélite.

Material relacionado

Áudios: Tamanho da Terra;

Vídeos: Herança de família.

Figura 1: Monitoramento por satélite.



Mario explica que algumas das atribuições da área de monitoramento remoto por satélite são a aquisição, a organização e a disseminação de informações técnico-científicas sobre a superfície do planeta Terra para a gestão territorial. O monitoramento por satélite pode ser utilizado como uma ferramenta tecnológica tanto para o geoprocessamento na agricultura como para evitar crimes contra o desmatamento de florestas, como a Amazônia. O Brasil é dono de uma das biodiversidades mais ricas do mundo e, portanto, o monitoramento por satélite é muito útil para a proteção dos biomas brasileiros, como por exemplo, vegetação, ecossistemas, cerrado, pantanal, caatinga, campos, mata atlântica e o pantanal.

No vídeo, a inserção “olha o curta” explica que o lançamento de satélites no Brasil é feito pelo Centro de Lançamento de Alcântara, instituição federal criada em 1989, no município de Alcântara, a 408 km de São Luís, no estado do Maranhão, localizado na latitude $2^{\circ}18'$ sul da região Nordeste do Brasil. A sua proximidade estratégica com a linha do Equador permite uma economia significativa de combustível durante o lançamento de foguetes que colocam os satélites em órbita.

Primeiramente o Mario explica que o foguete é o responsável por levar o satélite até o espaço. Ele continua explicando que o planeta Terra, que tem uma forma esférica, exerce uma força, que é chamada Gravidade, e que é necessário que o satélite a supere. O Mario conclui dizendo que o satélite precisa atingir uma posição (altura) específica para então se desprender do foguete e entrar em órbita ao redor do planeta Terra. Ele ainda acrescenta que se a altura do satélite não estiver correta, a força gravitacional poderá ser menor e o satélite cairá. Por outro lado, se a força gravitacional for maior, o satélite não ficará em órbita terrestre e vai para o espaço, se afastando cada vez mais do planeta terra.

Relembrando a história da aventura do herói, Nelson percebe porque os foguetes dos personagens Radix e do vilão Capitão Bum colidem: algumas regras da geometria plana (Euclidiana) não são válidas na geometria Esférica (não-Euclidiana).

Após refletir um pouco o escritor Nelson compreende que a Geometria Euclidiana é para superfícies planas e que para situações geométricas sobre uma superfície curva, como por exemplo, a superfície

da Terra, a geometria Euclidiana não é apropriada. Ele entende que a geometria Esférica (não-Euclidiana) é a geometria adequada para utilizar na aventura do herói Radix. DA GEOMETRIA DE EUCLIDES ÀS GEOMETRIAS NÃO-EUCLIDIANAS A obra prima “Os Elementos”, que foi escrita por Euclides por volta do ano 300 a.C., e que é formada por 13 volumes, forneceu um modelo para o desenvolvimento rigoroso das ideias matemáticas que é utilizado até os dias de hoje, por meio de um sistema de definições, postulados e axiomas, e é conhecida como geometria Euclidiana. Lembramos a seguir os cinco famosos postulados de Euclides, que podem ser encontrados no volume I, da obra Os Elementos:

1°. Dados dois pontos, há um segmento de reta que os une;

2°. Um segmento de reta pode ser prolongado indefinidamente para construir uma reta;

3°. Dados um ponto qualquer e uma distância qualquer pode-se construir um círculo de centro naquele ponto e com raio igual à distância dada;

4°. Todos os ângulos retos são iguais;

5°. Se uma linha reta cortar duas outras retas de modo que a soma dos dois ângulos internos de um mesmo lado seja menor do que dois retos, então essas duas retas, quando suficientemente prolongadas, cruzam-se do mesmo lado em que estão esses dois ângulos.

Atividade

“Um jovem caçador saiu de sua fazenda e andou 10 Km ao sul. Depois virou ao oeste e andou mais 10 Km. Então virou ao norte e andou novamente por mais 10 Km. Ele ficou espantado, pois descobriu que tinha retornado novamente a sua fazenda.”

a) Em uma folha de papel, desenhe o caminho percorrido pelo jovem caçador.

b) De acordo com a história descrita acima é possível que o jovem caçador volte ao ponto de partida? Escreva suas conclusões.

c) Em uma bola de isopor, desenhe o caminho percorrido pelo jovem caçador.

d) Analisando o caminho desenhado na bola, é possível para o jovem caçador voltar ao mesmo ponto de partida? Justifique sua resposta. Mensagem ao professor: É importante chamar a atenção dos alunos para eles perceberem que, em uma superfície plana, o jovem caçador não retornaria ao ponto de partida. Na superfície esférica é possível.

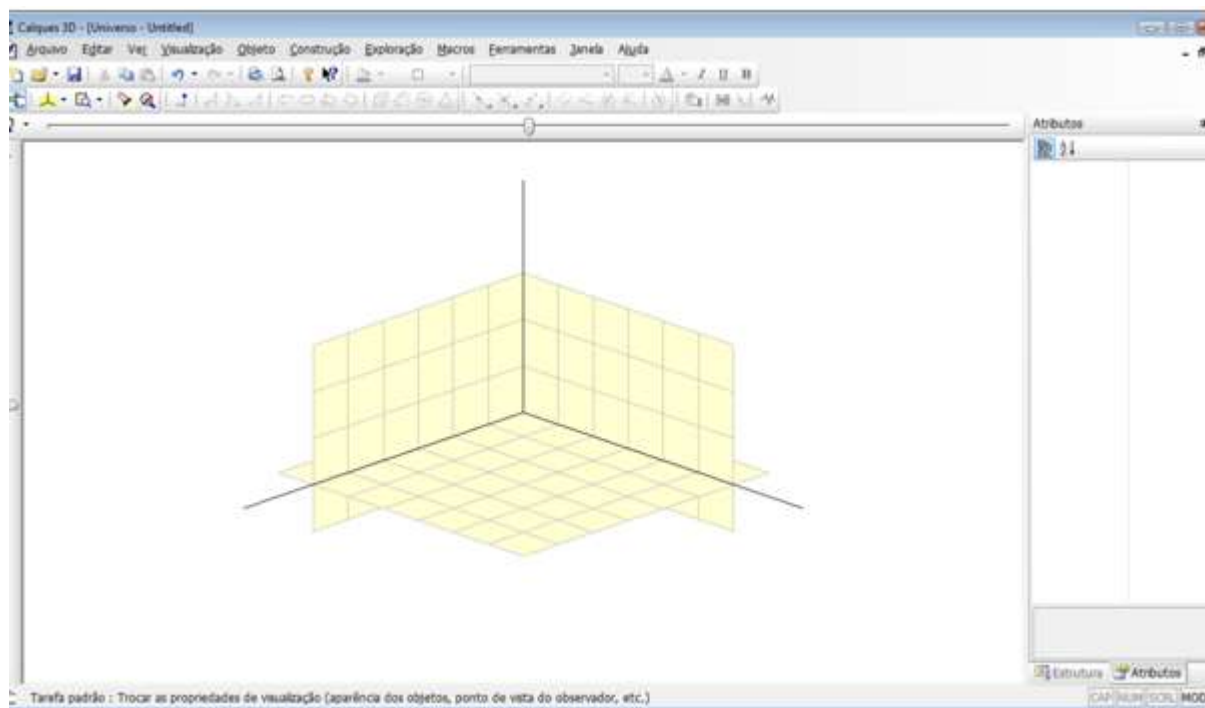
Atividade 2– Calques 3D

- **Duração prevista:** 100 minutos.
- **Área de conhecimento:** Matemática.
- **Assunto:** Geometria – esfera
- **Objetivos:** Calcular a área superficial da esfera, calcular o volume da esfera, determinar o círculo máximo da esfera, criar uma secção plana de uma esfera, introdução ao uso do software de geometria dinâmica “Calques 3D” (livre) no processo de estudo das transformações geométricas, estimulando-se o treinamento e a familiaridade em aulas no laboratório informática.
- **Pré-requisitos:** Noção de área e volume, circunferência, Teorema de Pitágoras
- **Material necessário:** Laboratório de informática, caderno, lápis e borracha.
- **Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.
- **Descritores associados:** Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros e esferas por meio de suas principais características.

Apresentarei aos alunos uma situação problema para estimular a curiosidade sobre o assunto, por exemplo:

“Uma melancia é composta de 95% de água. Determine o volume de água que existe numa melancia esférica de 15 cm de raio.”

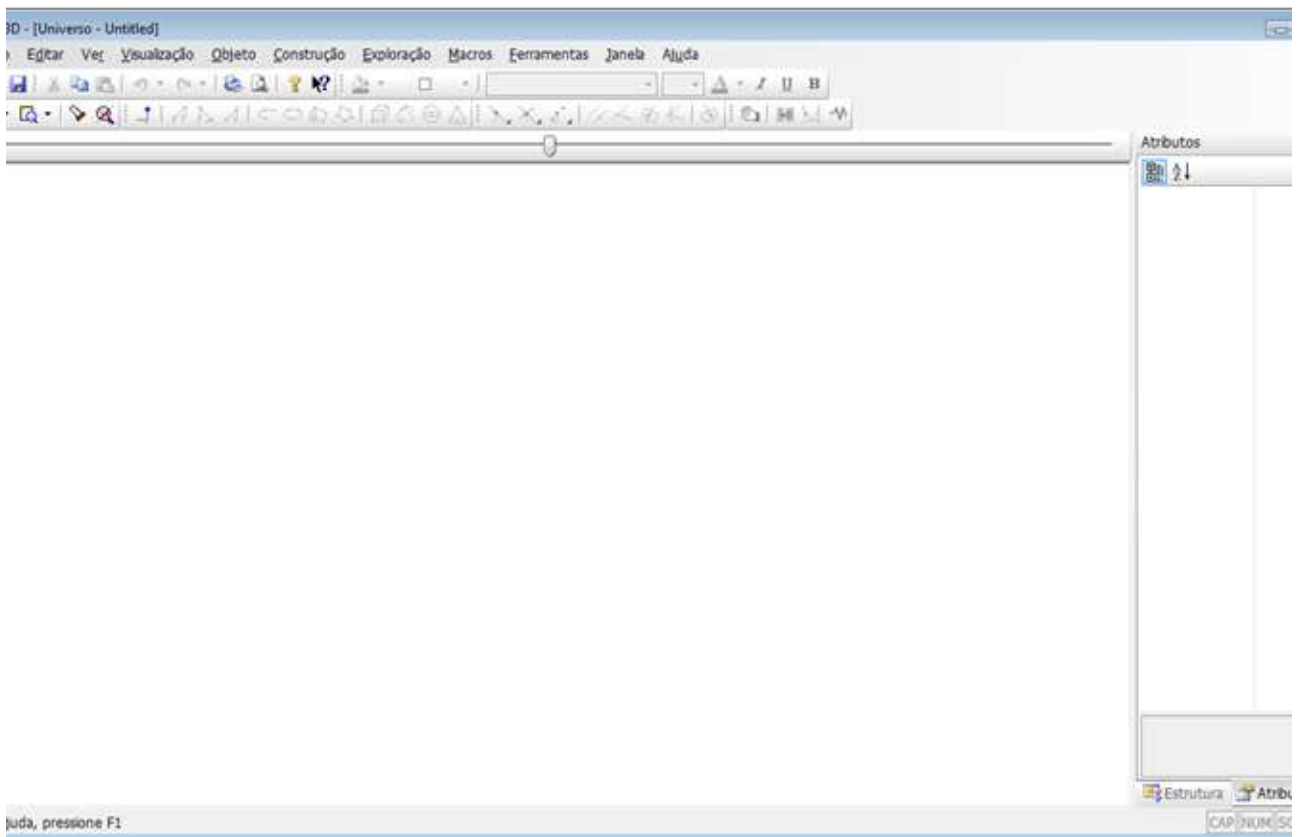
Passo 1: Iniciarei o aplicativo. A janela com a área de trabalho é chamada de **Universo**.



Passo 2: Retirar as paredes da área de trabalho. Clique com o mouse no ícone



na segunda barra de ícones e selecione a opção “Nenhum”.

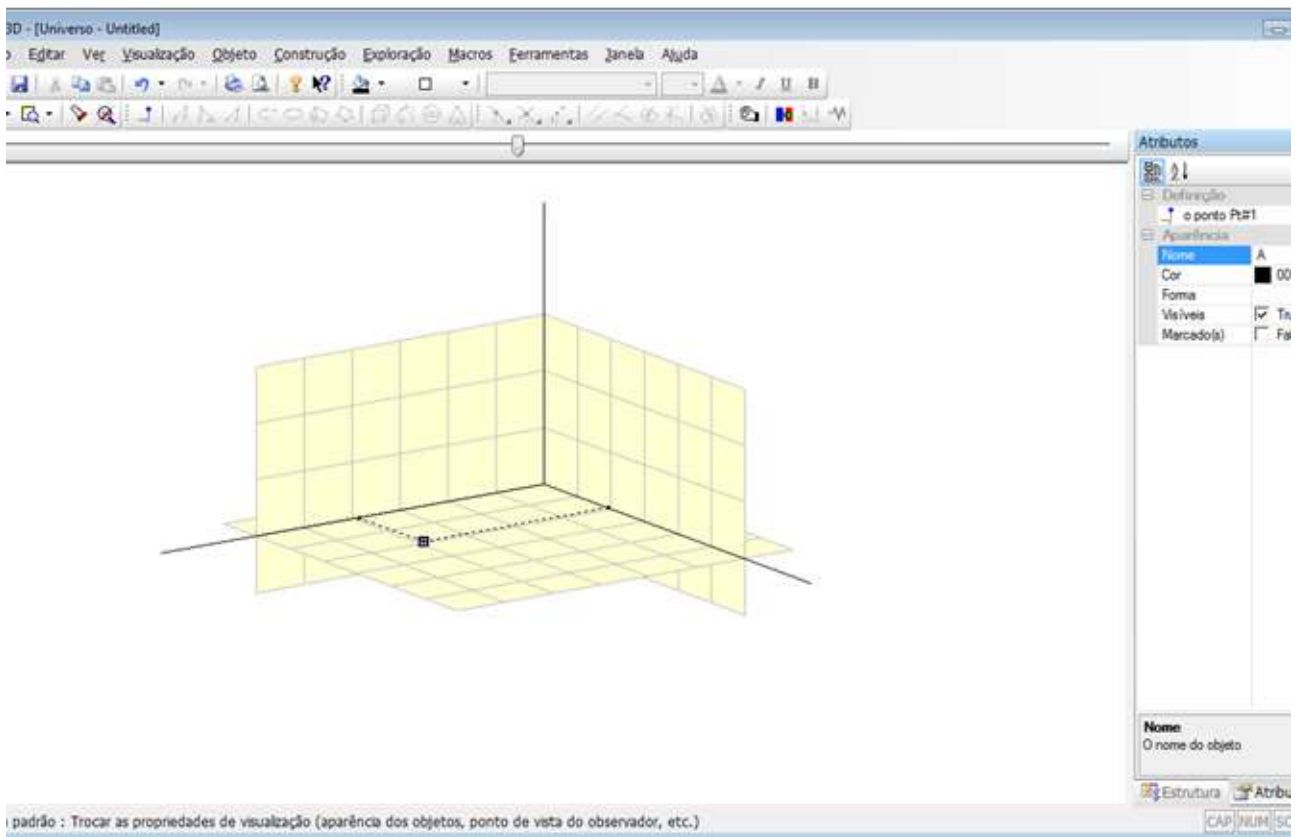


Passo 3: Acrescentado pontos no plano.

- No menu “Objeto”, selecione a opção “Ponto” ou clique com o mouse no ícone



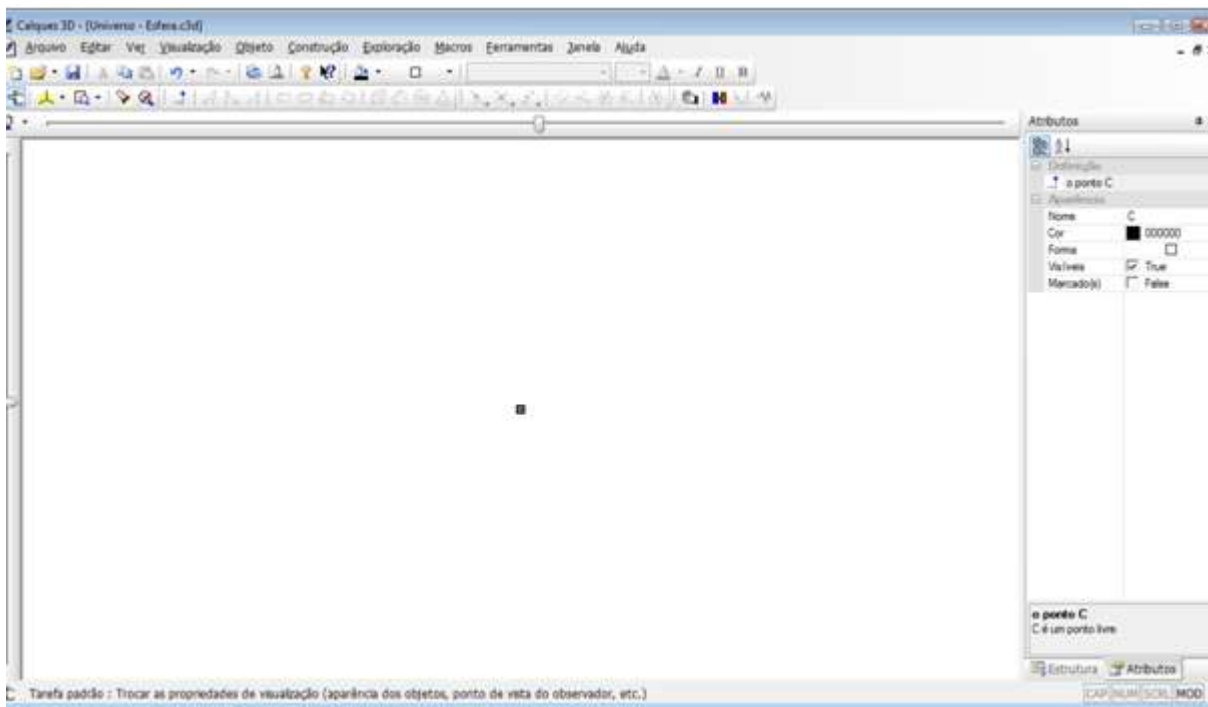
na segunda barra de ícones, abaixo do menu principal. Note que apareceram as paredes para fixação dos pontos, mas logo após a fixação dos pontos, elas desaparecerão novamente. O primeiro clique a ser dado é para selecionar em qual plano será criado o ponto, clique com o mouse no plano horizontal e em seguida um segundo para fixar o ponto.



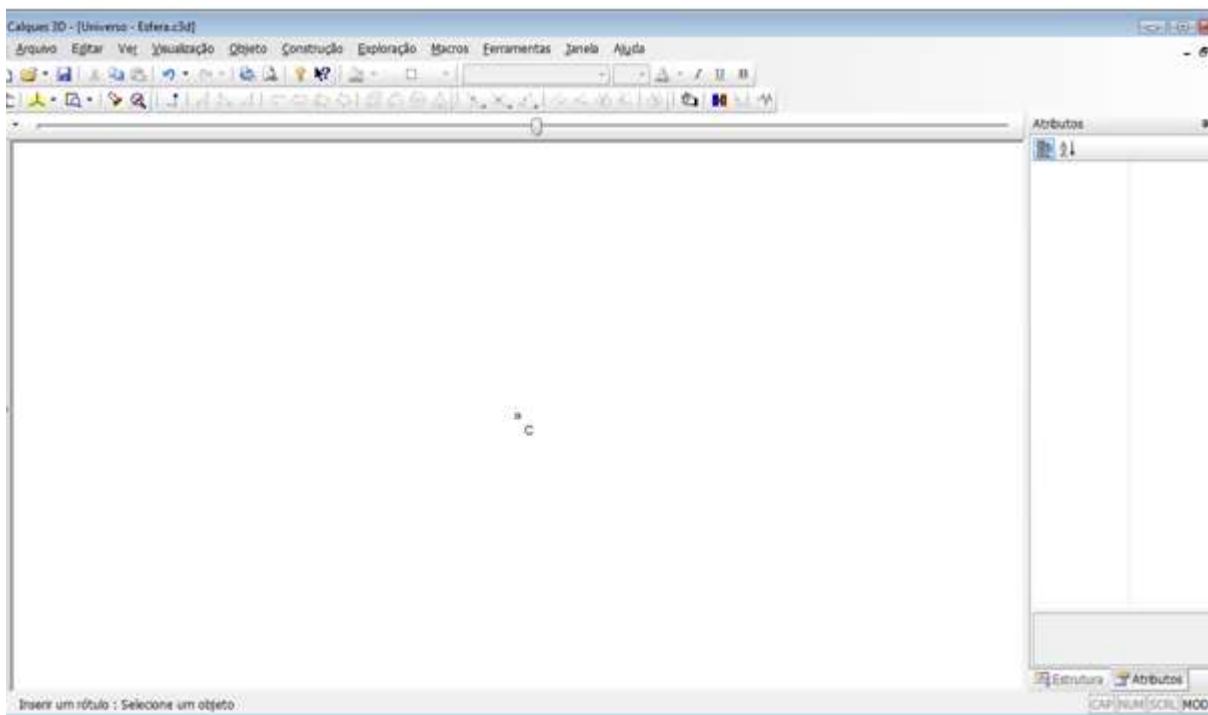
- Clique com o mouse no ícone



na segunda barra de ícones, abaixo do menu principal ou pressione a tecla “Esc” (**Tarefa padrão**) e, em seguida, clique no ponto criado. Observe que no lado direito da tela, uma janela de “Atributos”. Clique no atributo “Nome” e altere no nome para C, ou seja, criamos um ponto que se chama C. Nesta janela também podemos mudar atributos como cor, visibilidade e forma do objeto.



- Para exibir o nome do ponto, no menu “Exploração” selecione a opção “Rótulo” e em seguida clique no ponto C.

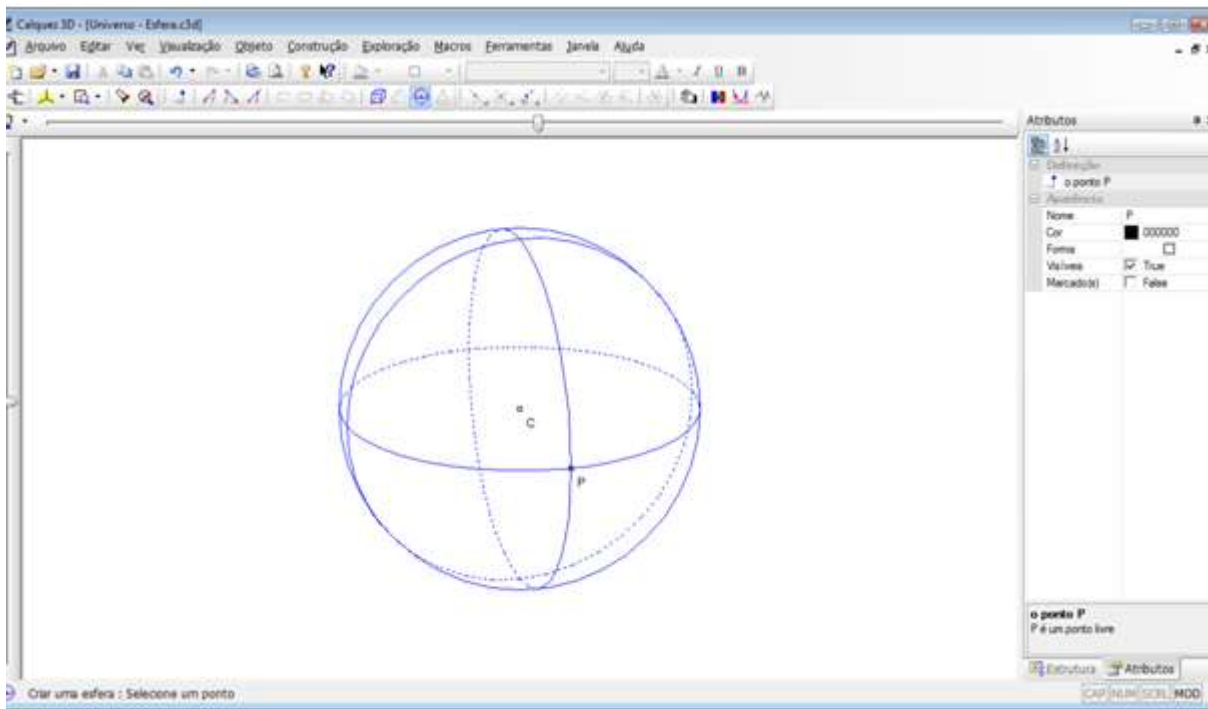


- Peça aos alunos que criem um segundo ponto, P.

Passo 4: Criar uma esfera de centro C e uma das extremidades P. No menu “Objeto”, selecione a opção “Volume” e em seguida a opção “Esfera” ou clique com o mouse no ícone



na segunda barra de ícones. Clique no primeiro no ponto C, o centro da esfera, e em seguida no ponto P.



A esfera criada pode ser movimentada. Clique com o mouse no ícone



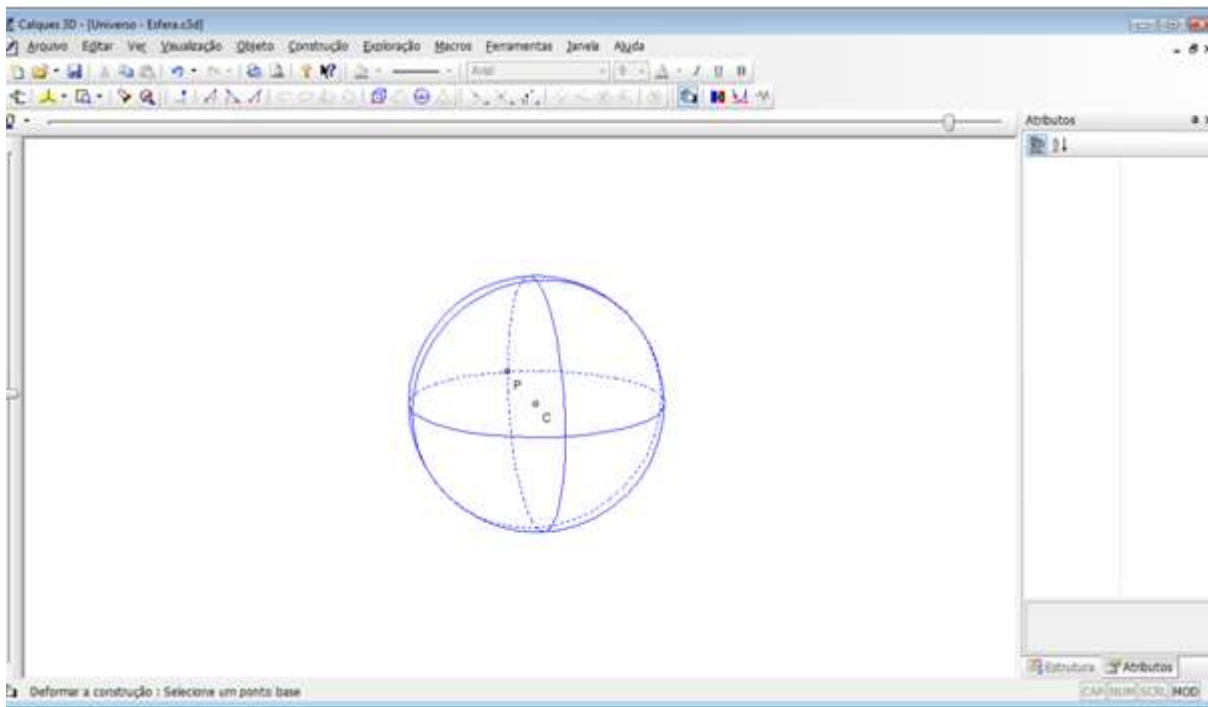
na segunda barra de ícones, em seguida clique e segure em no ponto P e movimente-o. Professor, peça aos seus alunos que façam a movimentação com o segundo ponto criado.

- Abaixo da segunda barra de ícones, temos um controle deslizante

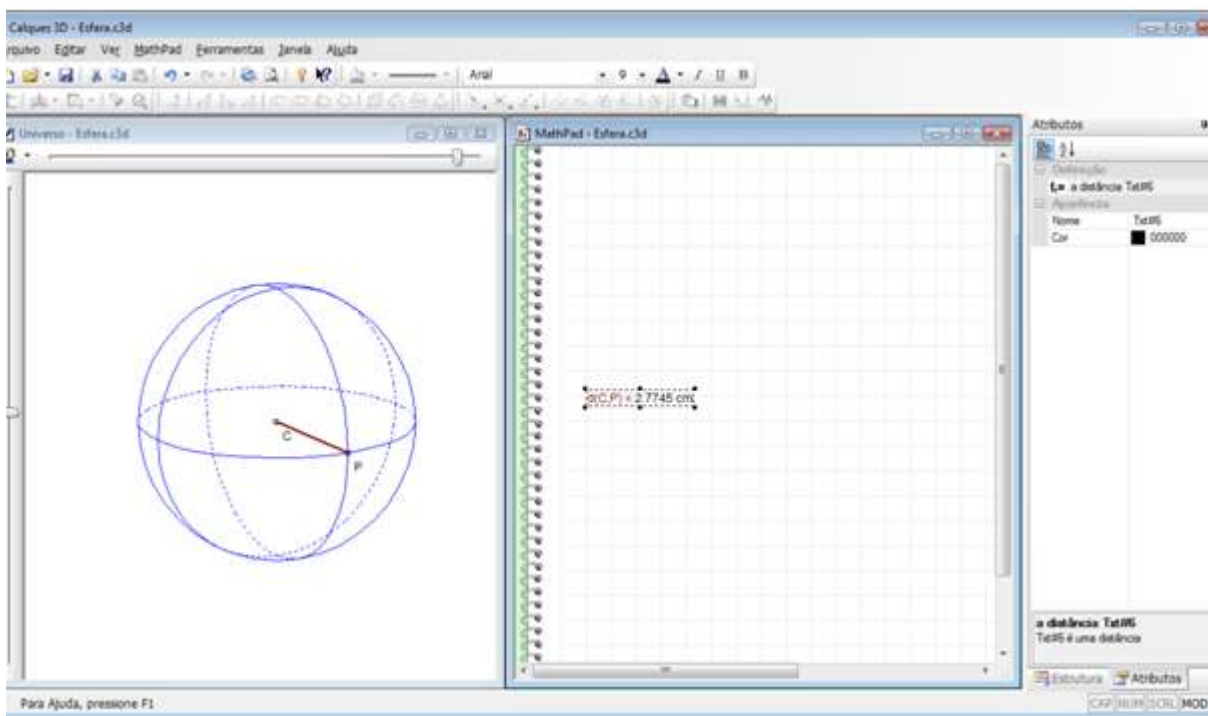


este controle tem a função de movimentar o objeto criado na horizontal, pode-se também utilizar um atalho pressionando as setas para direita ou para esquerda. E no lado esquerdo, outro um controle deslizante na vertical (atalho pressionando as setas para cima ou para baixo). Peça aos alunos que movimentem o objeto criado, com o intuito de ambientarem com o software.

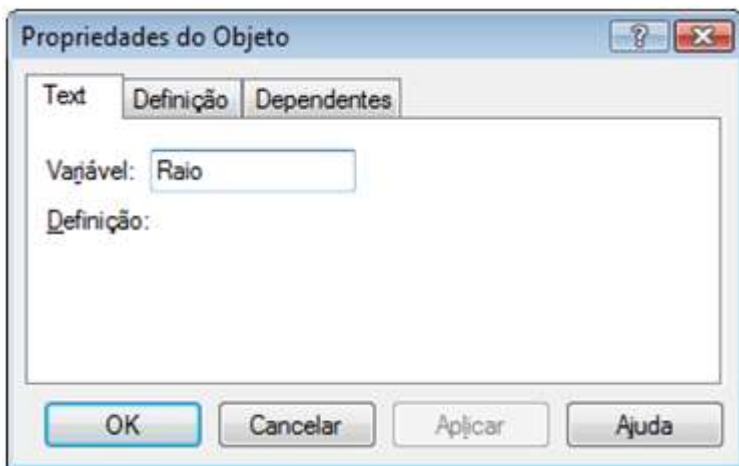
- Peça aos alunos para observarem o ponto P quando esta na parte de trás da esfera, a linha do equador ficará pontilhada.



Passo 5: Medir o raio da esfera. No menu “Exploração” selecione a opção “Medida”. Na área de trabalho, clique no botão direito do mouse e será apresentado o menu suspenso com as opções “Ângulo”, “Distância”, “Comprimento”, “Área” e “Volume”, selecione a opção “Distância” e em clique no ponto C e em seguida no ponto P. Será mostrada uma janela com o título “MathPad”, que funciona como uma folha de cálculo.

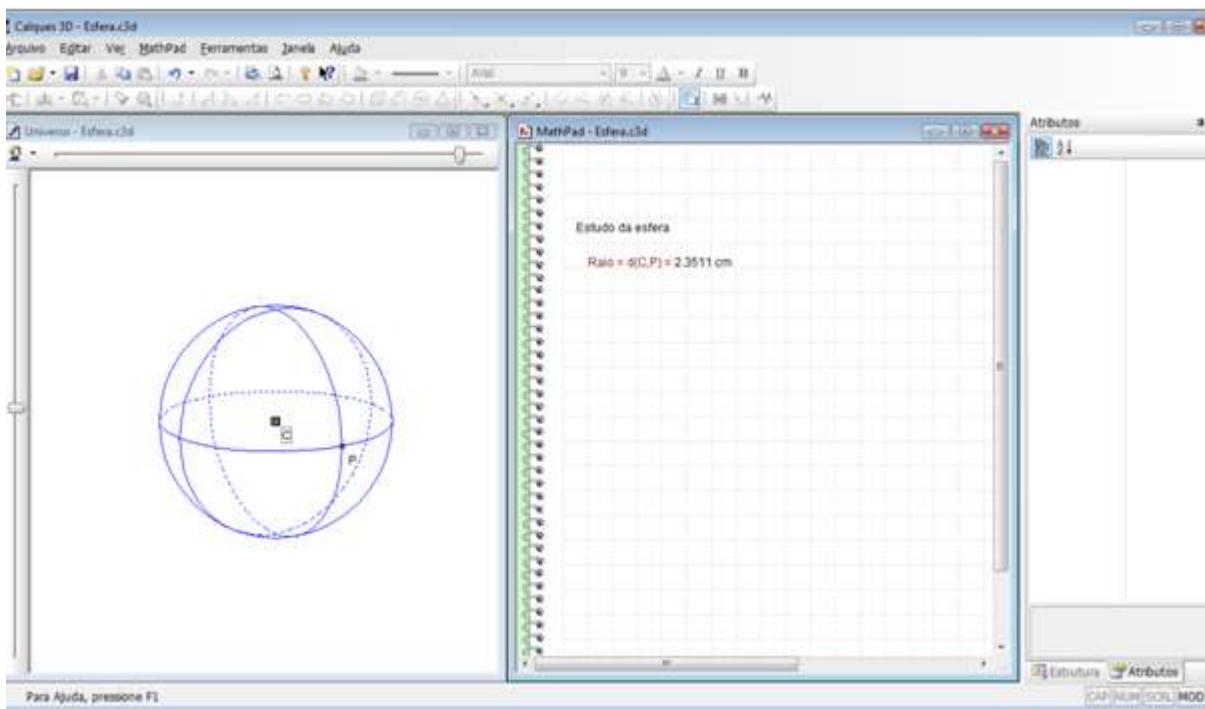


Peça a eles que cliquem com o botão direito do mouse na expressão criada. Será mostrada uma janela e nela, selecione a opção “Propriedades”. Será mostrada a janela “Propriedades do Objeto”. Em “Variáveis”, digite “Raio” e clique em “Ok”. A respeito do nome das variáveis criadas, o Calques 3D faz diferença com nome utilizando letras maiúsculas e minúsculas, portanto tenha cuidado na definição das variáveis.

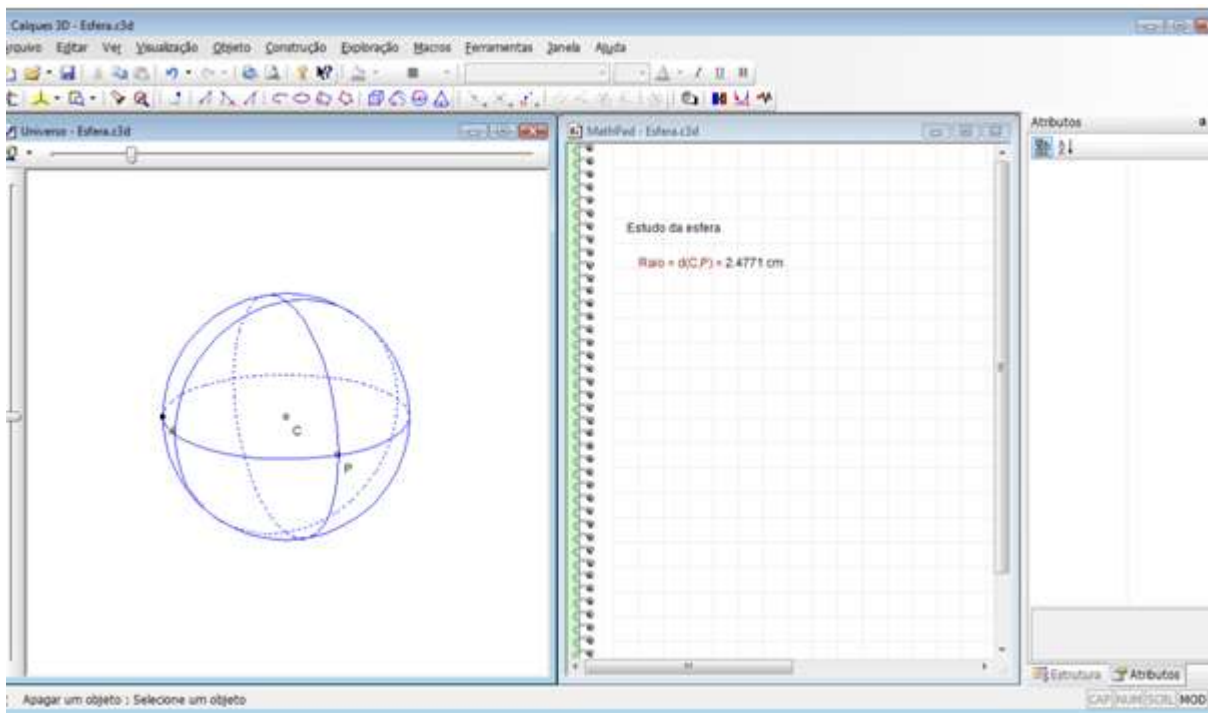


Passo 6: Inserindo um comentário na janela “MathPad”.

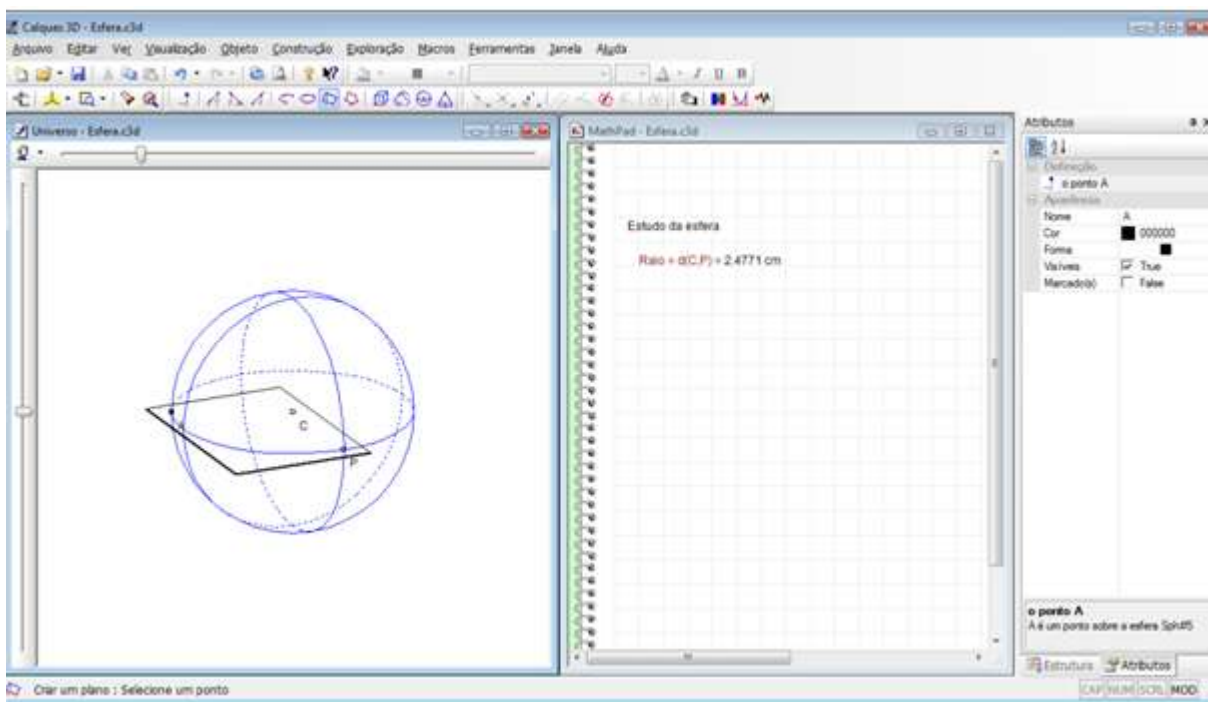
- Clicando com o botão direito do mouse em um local livre na janela “MathPad” aparecerá a janela com as opções “Inserir um comentário” e “Inserir expressão”.
- Selecione “Inserir comentário”, aparecerá um rótulo com a mensagem “novo comentário...”.
- Dê um duplo clique e altere o texto, por exemplo: “Estudo da esfera”.
- Dê um clique e arraste para o local desejado.



Passo 7: Criar um ponto sobre a esfera. No menu “Construção”, coloque o mouse sobre a opção “Point on” e selecione a opção “Esfera”. Nomeie o ponto como A e mostre o seu rótulo, veja passo 3.



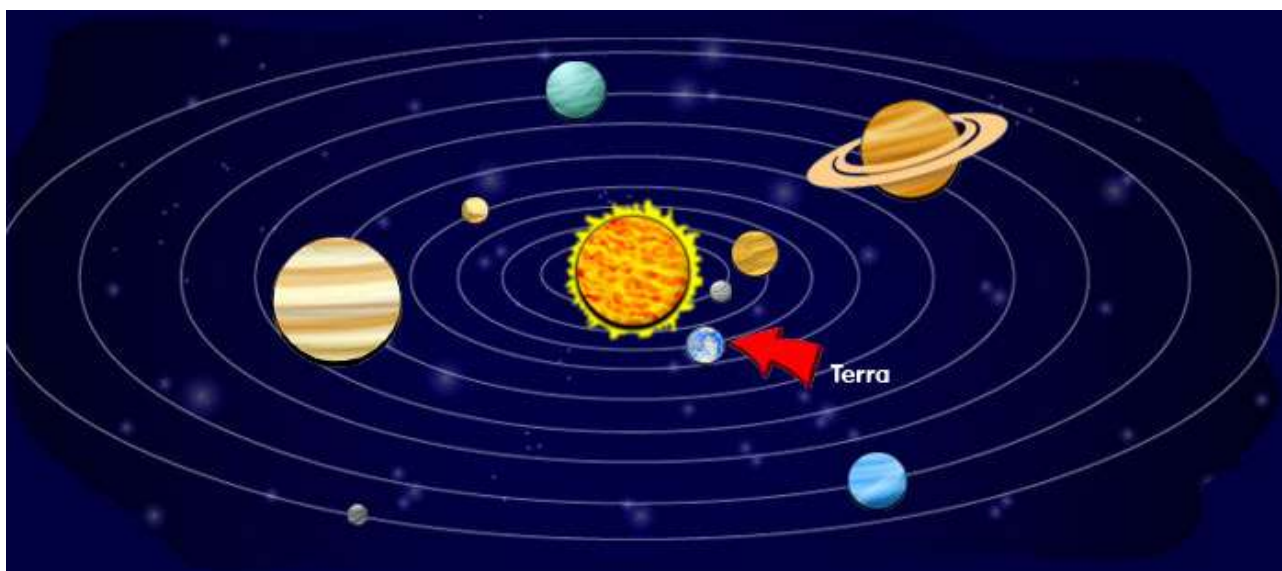
Passo 8: Criar um plano. No menu “Objeto”, selecione a opção “Plano” ou clique com o mouse no ícone na segunda barra de ícones. Clique no ponto C, depois no ponto P e em seguida no ponto A.



Atividade 3 – Atividade usando o Winplot

- **Duração prevista:** 100 minutos.
- **Área de conhecimento:** Matemática.
- **Assunto:** sistemas lineares
- **Objetivo:** Discutir um sistema de equações lineares 3x3 pelos métodos geométrico e algébrico
- **Pré-requisitos:** Método da adição para a resolução de sistemas, Resolução de um sistema de equações 2x2
- **Material necessário:** laboratório de informática e caderno para anotações.
- **Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.
- **Descritores associados:** Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática

Construção do Sistema Solar utilizando o software Winplot



Hoje os astrônomos sabem que os planetas do nosso sistema solar viajam ao redor do sol aproximadamente em órbitas circulares. Para isso nossos estudantes terão que escrever equações paramétricas para descrever a posição dos planetas relativa ao Sol; então, irão comparar as equações para descrever a posição de Marte em relação à Terra.

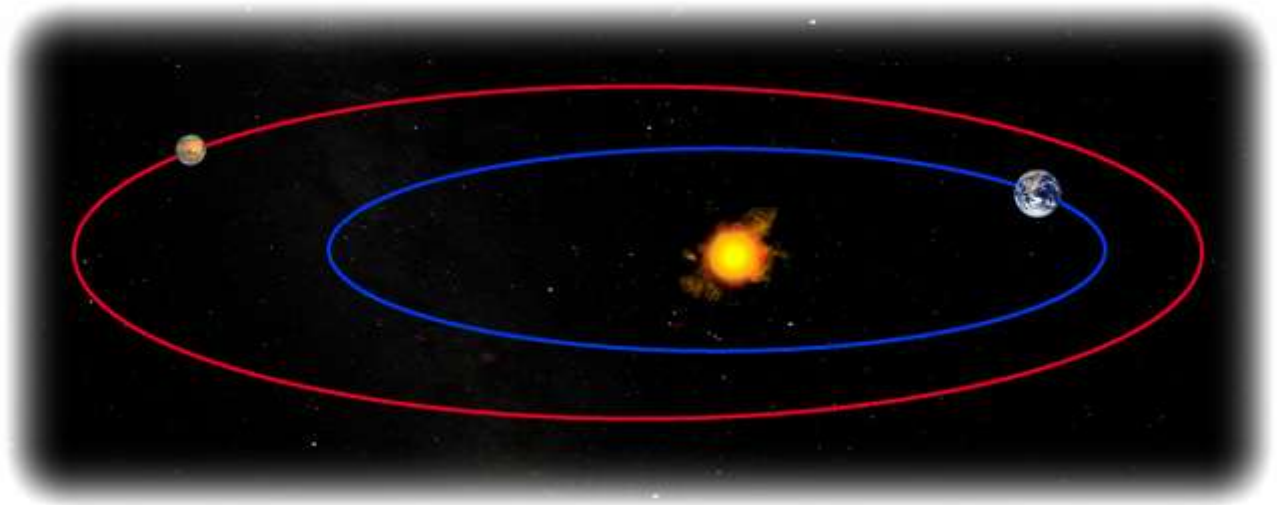
Os estudantes irão:

- Descrever a órbita de Marte e da Terra em relação ao Sol usando equações paramétricas
- Descrever a órbita de Marte em relação à Terra usando equações paramétricas.

Atualmente, sabemos que as órbitas da Terra e dos outros planetas ao redor do Sol possuem um padrão elíptico. No entanto, nesta atividade, iremos aceitar que são órbitas circulares por dois motivos:

1. **Simplificação das equações e cálculos, facilitando as discussões (tornado adequada ao Ensino Médio).**
2. **A hipótese das órbitas circulares é um fato histórico do desenvolvimento da ciência.**

Como exemplo, apresentamos parte do sistema solar com as Órbitas da Terra e de Marte.



Criando o Modelo Matemático:

Dados atuais dos dois planetas:

Distância da Terra ao Sol	149,600,000 quilômetros
Distância de Marte ao Sol	227,900,000 quilômetros
Razão entre as Distâncias	1.524
Período da Órbita de Marte ao redor do Sol.	687 dias
Razão entre os períodos	1.881

Para facilitar estimule seus alunos a aproximarem os dados da tabela acima.

Distância da Terra ao Sol	150 milhões de quilômetros
Distância de Marte ao Sol	225 milhões de quilômetros
Razão entre as Distâncias	3/2
Período da Órbita de Marte ao redor do Sol.	2 anos
Razão entre os períodos	2

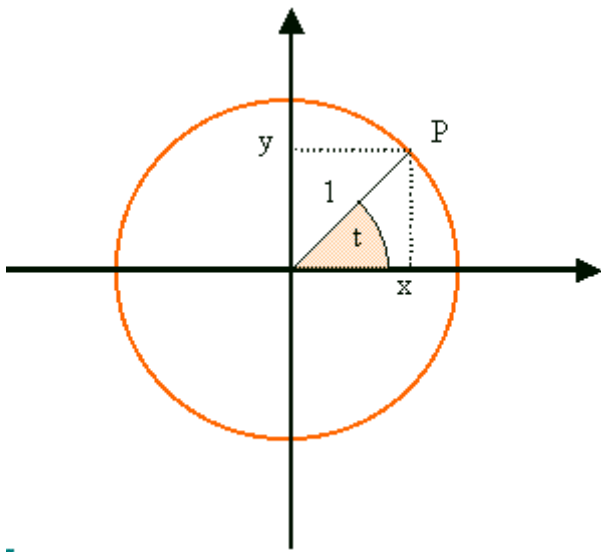
O que é uma Equação Paramétrica?

Utilizamos as Equações paramétricas quando escrevemos as coordenadas x e y (do plano cartesiano) em função de uma outra variável. Para o nosso modelo, escreveremos as coordenadas em função do ângulo t .

Como podemos observar as coordenadas x e y serão representadas por funções trigonométricas, onde:

$$x = a \cdot \cos(n \cdot \pi \cdot t)$$

$$y = a \cdot \text{seno}(n \cdot \pi \cdot t) \quad (\text{em inglês } y = \sin(t))$$



Qual será o gráfico tomando o ponto de coordenadas $a=1$ e $n=1$?

Para isso os alunos podem utilizar o Winplot para verificar qual gráfico será plotado. Bem como realizar experimentações atribuindo diferentes valores aos parâmetros n e a .

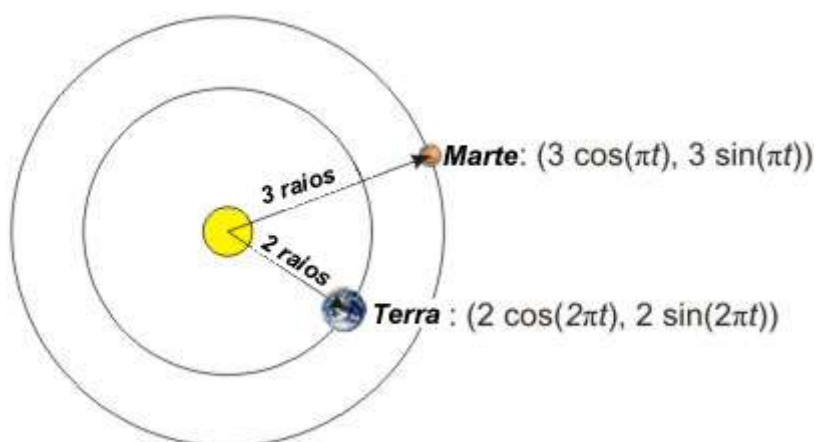
Com as novas descobertas, os estudantes devem ajustar as equações baseadas nas seguintes informações:

É importante lembrar que o professor deve orientar o aluno a chegar nestas conclusões e não lhe apresentar as equações prontas.

O valor do parâmetro " a " de seno e cosseno representam a razão entre as distâncias dos planetas em relação ao Sol (3:2), já o valor do parâmetro " n " é a razão entre períodos dos planetas (2:1).

Terra	Marte
$x = 2 \cos(2\pi t)$	$x = 3 \cos(\pi t)$
$y = 2 \sin(2\pi t)$	$y = 3 \sin(\pi t)$

Ao ajustar as equações paramétricas teremos o seguinte modelo:



Animação no Winplot:

Passo: Criar os plantas: também serão representados por pontos.

Para os planetas se movimentar, vamos inserir nas coordenadas dos pontos o parâmetro A. Esse é um recurso do winplot, que permite atribuir vários valores para A.

Selecionar no Menu Equa, clicar em Point.. e selecionar (x,y).

Inserir as funções $x = 3 \cos(\pi.A)$ e $y = 3 \sin(\pi.A)$

Clicar botão

Selecionar no Menu Equa, clicar em Point.. e selecionar (x,y).

Inserir as funções $x = 2\cos(2\pi.A)$ e $y = 2\sin(2\pi.A)$

Para ver a animação

No menu selecione *Anim*, clique em *Parameters A-W*.

Selecione o parâmetro A e clique no botão *Autocycl*

3. Avaliação:

- Serão avaliadas as participações dos alunos nas aulas durante o desenvolvimento das atividades propostas. Neste momento usarei um relatório feito pelo grupo comentando sobre a participação e o empenho de cada integrante do grupo para o desenvolvimento da tarefa e suas anotações e inferências para o desenvolvimento do conteúdo proposto. (Valor: 1,0 pontos)
- Farei uma prova com consulta a anotações do próprio aluno feitas anterior a data da prova. (Valor: 4,0 pontos)
- Auto Avaliação: Questionário (em anexo) entregue junto com a prova, onde o aluno comente o seu método de estudo, relata sobre suas experiências em sala de aula e sobre o seu desempenho na avaliação em questão. (Valor:1,0 pontos)
- Recuperação Paralela de acordo com a necessidade.
- OBS.: AVALIAÇÃO DE ACORDO COM A RESOLUÇÃO 174.

4. Referências:

BERGERON, J. e Hercovics – **Level in Understanding of Functions Concept**, Proceedings of Workshop of functions, Enchede, Holanda, 1982.

CARAÇA, B.J. – **Conceitos Fundamentais da Matemática**, Lisboa ,Portugal, Ed. Sá da Costa, 1984.

GIOVANNI, José R. e José R. Bonjorno - **Matemática Completa – Volume 1** . São Paulo: ed.FTD, 2009.

IEZZI, Gelson e outros – **Matemática: Ciência e Aplicação, v.1**. Ensino Médio. São Paulo: Ed. Saraiva, 2010.

LIMA, Elon Lages, Paulo Cezar Pinto de Carvalho, Eduardo Wagner e Augusto Cezar Morgado – **A Matemática do Ensino Médio :volume 1** – Coleção Professor de Matemática – SBM, 1996.

SMOLE, Kátia Stocco e Maria Ignês Diniz – **Matemática: Ensino Médio: volume 1**. São Paulo: ed. Saraiva – São Paulo, 2010.

SOUZA, Joamir Roberto de – **Matemática – v.1** – Coleção Novo Olhar – Ensino Médio. São Paulo. Editora FDT, 2010.

TINOCO, Lúcia e Equipe do Projeto Fundão – **Construindo o Conceito de Função no 1º grau** – Rio de Janeiro , Brasil, IM/UFRJ, 1996.

Ministério da Educação. Módulo RIVED. Disponível em:

http://rived.mec.gov.br/site_objeto_lis.php acessado em 31 de agosto de 2011.

<http://www.geometriadinamica.com/>, acessado em 20 de novembro de 2012.