

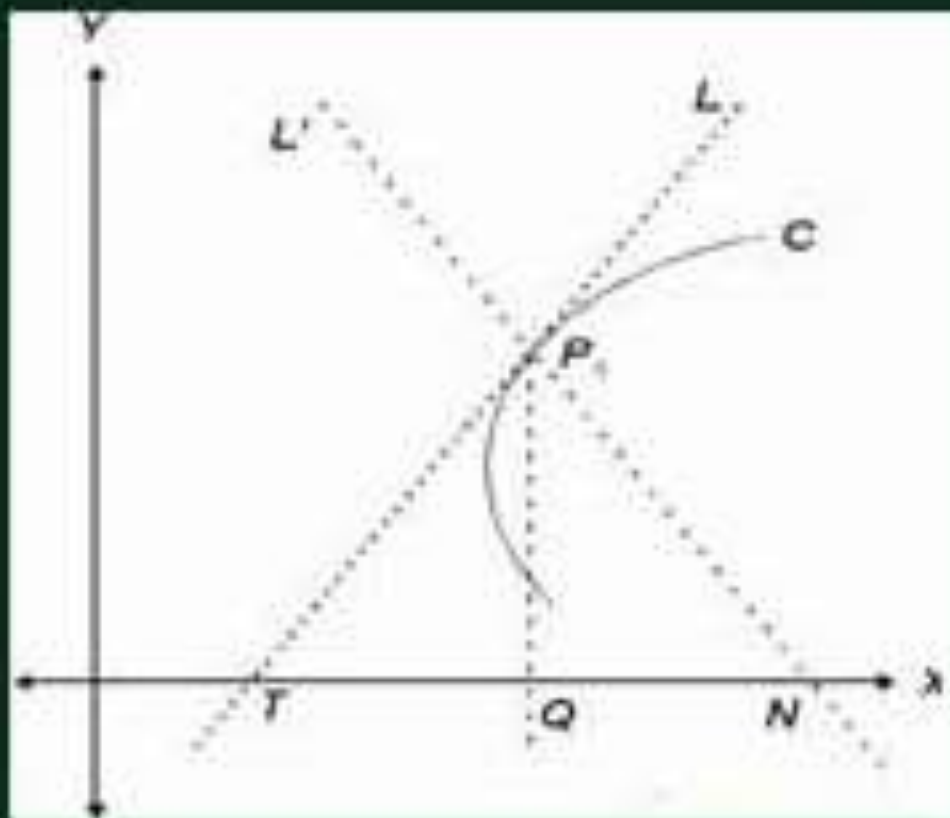
**Formação Continuada em Matemática**

**Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ**

**Matemática 3º Ano – 4º Bimestre/2012**

**Plano de Trabalho**

# ***GEOMETRIA ANALÍTICA***



**Tarefa 2**

**Cursista: André Raquel Corrêa**

**Tutor: PAULO ROBERTO CASTOR MACIEL**

# SUMÁRIO

INTRODUÇÃO .....	03
DESENVOLVIMENTO .....	04
AVALIAÇÃO .....	17
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	18

# **1- INTRODUÇÃO**

Vamos, agora, iniciar o estudo da Geometria Analítica, que é um dos tópicos mais importantes da Matemática, tendo inúmeras aplicações em outras partes desta ciência, na Física, na Química, na Engenharia, na Biologia, em Economia e Administração, etc. Ela foi criada por volta de 1628 pelo francês René Descartes (1596 -1650), um dos maiores matemáticos do século XVII e por isso é conhecida como geometria cartesiana.

Atualmente, o ensino da geometria analítica no Ensino Médio leva em consideração uma abordagem tradicional, onde o aluno memoriza fórmulas, regras e procedimentos algébricos, deixando de lado a metodologia da problematização como instrumento de incentivo à pesquisa, à curiosidade e ao desenvolvimento do espírito inventivo.

Quando priorizamos a resolução de problemas nas práticas didáticas promovemos uma aprendizagem criativa, o que facilita a sistematização dos conteúdos trabalhados. Este é o caminho pedagógico para a superação da mera memorização, pois ao tratarmos de situações complexas e diversificadas, oferecemos aos nossos alunos a oportunidade de pensar por si mesmo, relacionar diferentes áreas do conhecimento, construir estratégias de resolução e perseverar na busca de uma solução.

Neste sentido, esse plano de trabalho destina-se ao aprendizado significativo da geometria analítica, em especial o paralelismo entre retas e a circunferência, mais do que uma transferência de informação, objetiva-se a construção do conhecimento de forma coletiva e prazerosa.

A abordagem escolhida para introduzir a Geometria Analítica é a sua história – Atividade 1, onde o aluno terá a oportunidade de conhecer a origem do método de René Descartes de unificação da Geometria e da Álgebra.

A partir daí, iremos construir o conceito de retas paralelas através da Atividade 2, onde o aluno irá, com o auxílio do Software GeoGebra, identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

Em contrapartida na Atividade 3 iremos abordar a circunferência, onde o aluno será capaz de identificar a equação da circunferência quando são conhecidos alguns de seus atributos.

## **2- DESENVOLVIMENTO**

### **Atividade 1: Um pouco da História da Geometria Analítica**

- ✓ Pré-requisito: ---
- ✓ Tempo de Duração: 30 minutos
- ✓ Recursos Educacionais Utilizados: Ficha 01 – Um pouco de historia da Geometria Analítica, texto retirado do livro adotado pela escola: Matemática – Ensino Médio: volume 3 das autoras Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz, ed. Saraiva..
- ✓ Organização da Turma: Individual.
- ✓ Objetivos: Introduzir o tema mostrando aos alunos os aspectos históricos da Geometria Analítica.
- ✓ Metodologia adotada: Através de alguns fatos históricos vamos comentar a importância da Geometria Analítica no cotidiano e revisar algumas definições.

## 1. Uma história que mudou o pensar científico

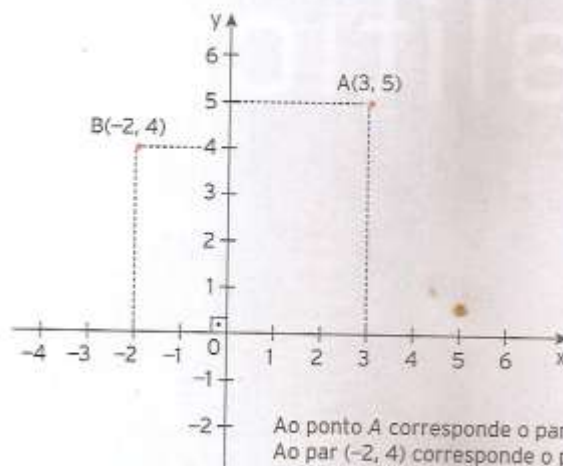
Em 1637, foi publicado o livro *Discurso do método para bem conduzir a razão e procurar a verdade nas ciências*, de autoria do matemático francês René Descartes.

A intenção maior de Descartes com essa obra era expor sua visão racionalista sobre a ciência como estudo da natureza. Seu objetivo era romper com a ciência marcada pela experimentação, buscando, por meio da Matemática com suas proposições convincentes, encontrar um método geral de pensamento capaz de facilitar as descobertas e chegar à verdade nas ciências.

Naquela época, apenas a Astronomia e a Mecânica eram consideradas ciências naturais com certo grau de coerência, porque utilizavam a Matemática como chave para sua compreensão. Com o trabalho de Descartes e seus seguidores, chamados de cartesianos, deu-se início à busca de um método geral com base na razão para desvendar as ciências. A Matemática passou a ser denominada, então, "rainha das ciências".

No terceiro e último capítulo de seu livro, intitulado *La géométrie*, Descartes buscou exemplificar sua teoria apresentando um método racional de unificação da Geometria e da Álgebra, que recebeu o nome de **Geometria Analítica**.

As figuras geométricas passaram a ser representadas no **plano cartesiano ortogonal**. Trata-se de um sistema de eixos ordenados



Tela de Pierre Louis Dumesnil retratando René Descartes com a Rainha Cristina, da Suécia.

The Bridgeman Art Library/Keystone/Chateau de Versailles, França

### PARA LER

Para ampliar sua visão sobre a Geometria, sugerimos a leitura do texto "A beleza da dissimetria", que está no livro *A vida secreta dos números*, de George G. Szpiro (Difel).

e perpendiculares, de tal forma que cada ponto do plano é identificado por um par ordenado de números reais e, vice-versa, correspondendo cada par ordenado de números reais a um único ponto desse plano.

Há muitas discordâncias sobre quem inventou a Geometria Analítica e sobre a época em que isso ocorreu. Alguns historiadores a localizam na Antiguidade, salientando que o conceito de fixar a posição de um ponto por meio de coordenadas convenientes teria sido empregado por egípcios e romanos na medição de terras e pelos gregos na confecção de mapas. E, se a Geometria Analítica implica não só o uso de coordenadas mas também a interpretação geométrica de relações entre coordenadas, um forte argumento para se creditar sua criação aos gregos está no fato de o geômetra Apolônio de Perga (262 a.C.-190 a.C.) ter deduzido o cerne de sua Geometria relacionando certas curvas a equações cartesianas (ideia que parece ter se originado com o matemático Menaecmus, por volta de 350 a.C.).

Outros atribuem a invenção da Geometria Analítica a Nicole d'Oresme, que nasceu na Normandia em torno de 1323. Oresme, em um de seus tratados de Matemática, antecipou um outro aspecto da Geometria Analítica ao representar certas leis em gráficos. O tratado de Oresme mereceu várias tiragens, e é possível, assim, que tenha influenciado matemáticos posteriores, inclusive Descartes.

A Geometria Analítica pode ser atribuída também a Pierre de Fermat, contemporâneo de Descartes. Em uma carta, para um amigo, escrita em setembro de 1636, ele afirma que suas ideias sobre a Geometria Analítica já tinham, a essa altura, sete anos.

De qualquer forma, para que a Geometria Analítica pudesse assumir sua apresentação atual, altamente prática, teve de aguardar o desenvolvimento do simbolismo algébrico. Portanto, talvez seja mais correto concordar com a maioria dos historiadores, que consideram às decisivas contribuições dos matemáticos franceses Descartes e Fermat, no século XVII, como a origem essencial da matéria, pelo menos em seu espírito moderno. Só depois do impulso desses dois matemáticos encontramos a Geometria Analítica sob a forma como a conhecemos e como vamos estudá-la nesta unidade. Se quiser saber mais sobre Descartes e seu método, pesquise a respeito.



Representação de Nicole d'Oresme em sua escrivaninha.

Diomedea/Bibliothèque Nationale, Paris, França



Pierre de Fermat (1601-1665).

The Bridgeman Art Library/Keystone/ Musée d'Art et d'Histoire, Narbonne, França

### **Atividade 2: O Paralelismo**


- ✓ Pré-requisito: Marcação de pontos no plano cartesiano, identificação da equação de uma reta.
- ✓ Tempo de Duração: 100 minutos
- ✓ Recursos Educacionais Utilizados: Ficha 02- O Paralelismo, computador com software Geogebra instalado, projetor multimídia.
- ✓ Organização da Turma: Pequenos grupos de dois ou três alunos cada, em laboratório de informática de forma a propiciar um trabalho colaborativo.
- ✓ Objetivos: Identificar padrões entre as equações de retas paralelas.
- ✓ Metodologia adotada: Estas atividades foram elaboradas com base no Roteiro de Ação 1. As atividades devem ser desenvolvidas de forma que os alunos identifiquem a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

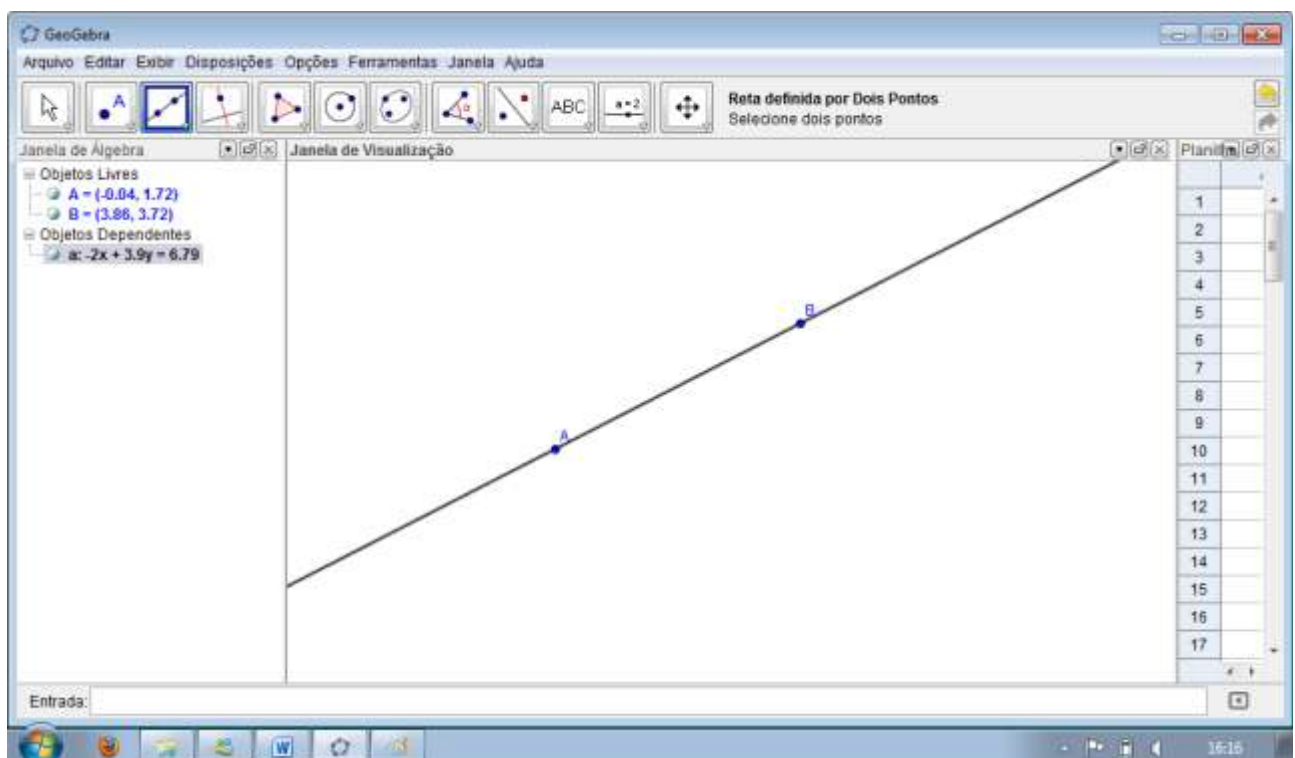
## FICHA02: O PARALELISMO

Nome: \_\_\_\_\_ n.º: \_\_\_\_\_ Turma:


\_\_\_\_\_ n.º: \_\_\_\_\_

1) Abra o Geogebra e trace uma reta qualquer. Para isso, na terceira janela você irá escolher a

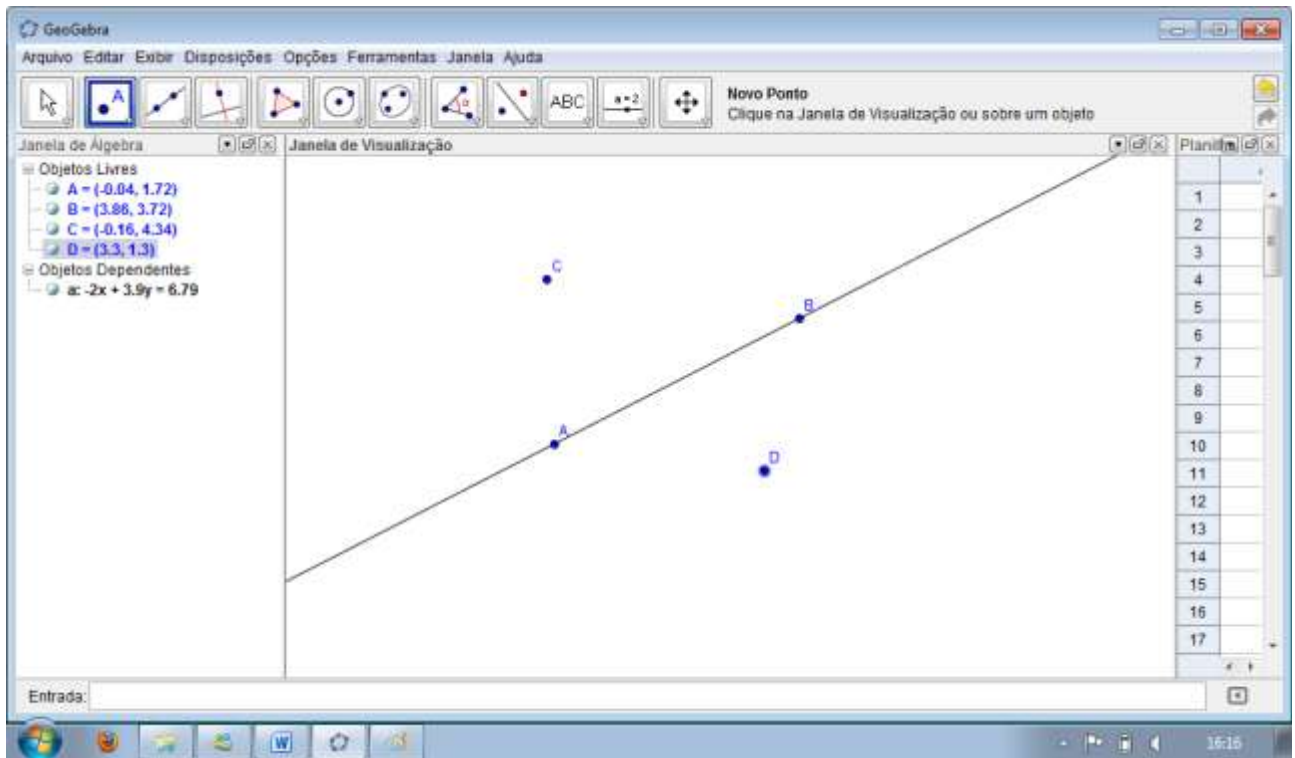
opção Reta Definida por dois pontos. Após isso, clique  em dois pontos quaisquer do plano, gerando uma reta.




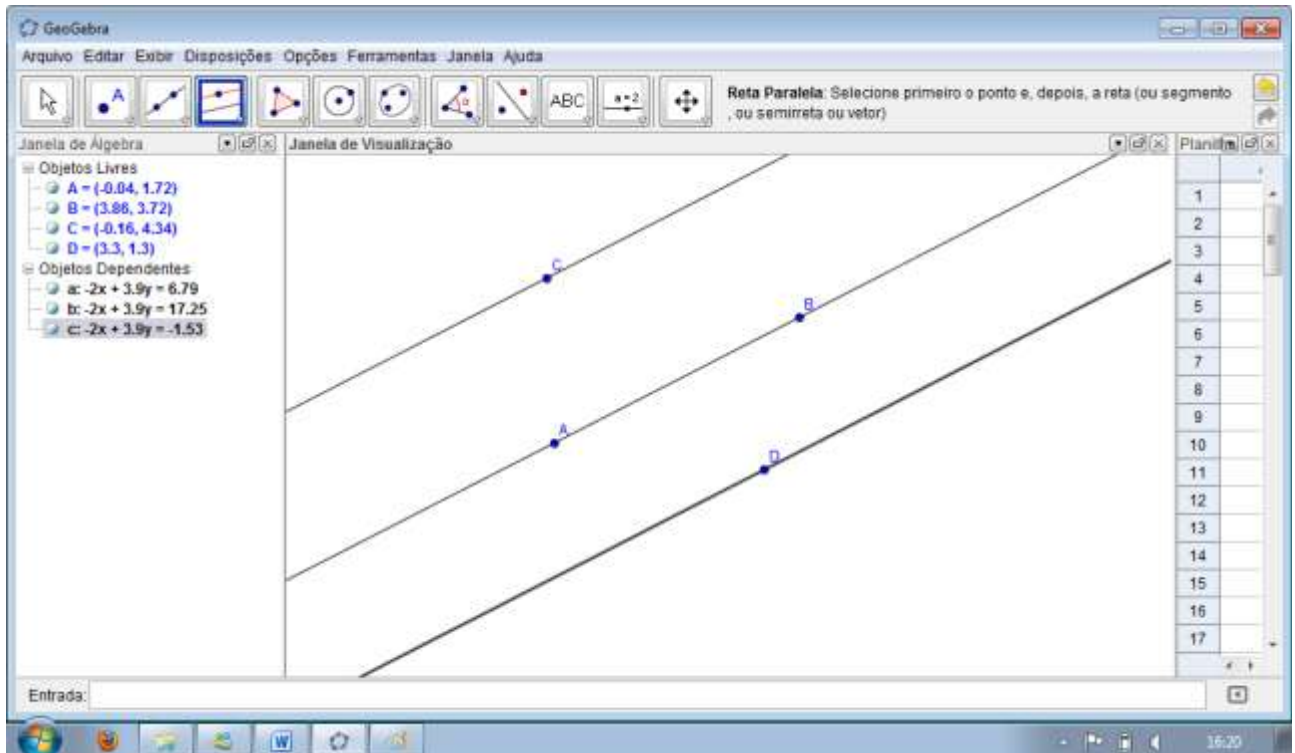
2) Vamos criar duas retas paralelas a essa. Para isso, marque dois pontos quaisquer do plano

que não estejam contidos na reta, clicando na segunda janela e escolhendo a opção  "Novo Ponto".







3) Clique abaixo da quarta janela e marque a opção  Reta Paralela. Selecione o ponto pelo qual a nova reta passará e logo após clique sobre a reta que você criou no item 1). Repita o procedimento com o outro ponto, gerando outra reta paralela.



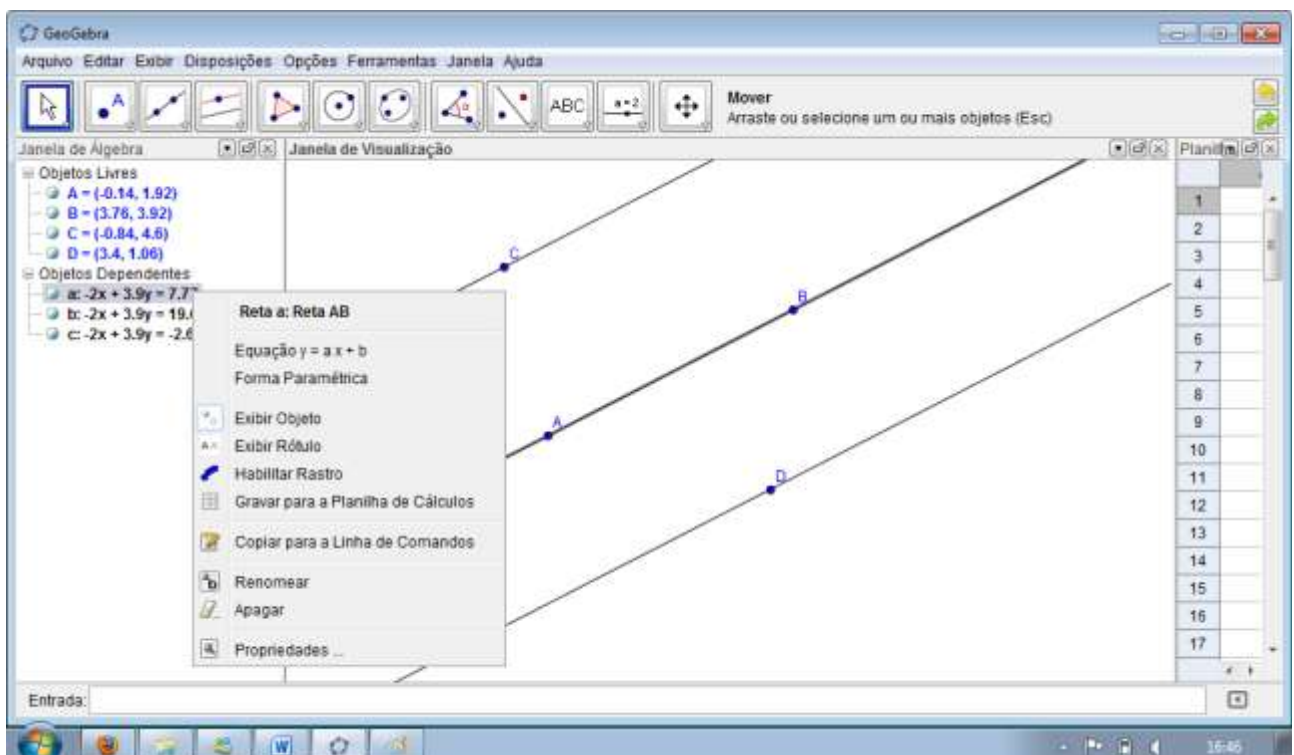
4) Observe as equações das três retas na Janela de Álgebra, que fica no canto esquerdo da tela do Geogebra e verifique se existe algum padrão entre elas. O que você percebeu? Troque uma ideia com seu colega!

5) Agora, movimente a reta que contém os pontos A e B, selecionando a opção Mover  e clicando sobre ela. Verifique se o padrão que você observou anteriormente continua a ser satisfeito.

6) Para movimentar as retas que contêm os pontos C e D basta clicar sobre os pontos. Não se esqueça de selecionar a opção Mover  para fazer a movimentação. O que você percebeu em relação ao coeficiente angular? Houve alguma alteração?

7) Em sua opinião, se uma determinada reta tem como equação  $ax + by = c$ , qual seria a equação de uma reta paralela a essa?

8) Clique com o botão direito do mouse sobre a equação da reta a e, logo após, clique novamente em “Equação”. Faça o mesmo com as outras equações.  $Y = kx + d$



9) Observe as equações reduzidas e perceba se existe algum padrão entre elas. O que você notou em relação a essas equações?

10) Movimente todas as retas e note se o padrão que você percebeu anteriormente continua válido. Houve alguma alteração nesse padrão?

11) Em sua opinião, se uma determinada reta tem como equação , qual seria a equação de uma reta paralela a essa?  $Y = ax + b$

## FICHA COMPLEMENTAR 2

Nome: \_\_\_\_\_ n.º: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ n.º: \_\_\_\_\_

1) Classifique em verdadeiro (V) ou falso (F):

- a) Duas retas que são ortogonais formam ângulo reto. ( )
- b) Se duas retas formam um ângulo reto, então elas são perpendiculares ou ortogonais ( )
- c) Se duas retas são ortogonais, toda reta paralela a uma delas é perpendicular à outra ( )
- d) Se duas retas são ortogonais, toda reta paralela a uma delas forma ângulo reto com a outra ( )

2) Classifique em verdadeiro (V) ou falso (F):

- a) Uma reta e um plano secantes são perpendiculares ( )
- b) Uma reta e um plano perpendiculares são secantes ( )
- c) Uma reta perpendicular a um plano é perpendicular a qualquer reta do plano ( )
- d) Uma reta perpendicular a um plano forma ângulo reto com qualquer reta do plano ( )

3) Classifique em verdadeiro (V) ou falso (F):

- a) Se uma reta e um plano são paralelos, então toda reta perpendicular à reta é perpendicular ao plano. ( )
- b) Se uma reta e um plano são perpendiculares, então toda reta perpendicular à reta dada é paralela ao plano ou nele está contida.
- c) Uma reta e um plano, ambos perpendiculares a uma outra reta em pontos distintos são paralelos ( )
- d) Se dois planos são paralelos, então toda reta perpendicular a um deles é perpendicular ao outro. ( )
- e) Se duas retas são paralelas, então todo plano perpendicular a uma delas é perpendicular à outra. ( )

4) Classifique em verdadeiro (V) ou falso (F):

a) Dois planos secantes são perpendiculares ( )

b) Dois planos perpendiculares são secantes ( )

c) Se dois planos são perpendiculares, então toda reta de um deles é perpendicular ao outro ( )

d) Se dois planos são perpendiculares, então toda reta de um deles, perpendicular à interação dos planos é perpendicular ao outro. ( )

### **Atividade 3 : Construindo Conhecimento**

- ✓ Pré-requisito: Esta atividade pedagógica destina-se a turmas da 3ª série do ensino médio. Sua aplicação pré-supõe que os alunos tenham o conhecimento prévio de retas perpendiculares.
- ✓ Tempo de Duração: 100 minutos
- ✓ Recursos Educacionais Utilizados: Ficha 02-Questões que envolvam situações com a utilização de uma caixa de sapato.
- ✓ Organização da Turma: Das atividades aqui propostas estão previstas para serem desenvolvidas em sala de aula em dupla.
- ✓ Objetivos: A ideia central do trabalho é demonstrar aos alunos podemos visualizar a retas em um sólido geométrico.
- ✓ Metodologia adotada: As atividades devem ser desenvolvidas em duplas de alunos, pois o debate entre eles é uma das estratégias pedagógicas aqui utilizadas. As atividades são, de forma geral, estruturadas da seguinte maneira:
  - a) O aluno deve observar a caixa de sapato e identificar as respostas propostas sobre a mesma.
  - B) O aluno deve perceber que utilizou este conceito na construção de retas perpendiculares, paralelas e concorrentes.

### FICHA03: Construindo o Conhecimento

Nome: \_\_\_\_\_ n.º: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ n.º: \_\_\_\_\_

1) Com a caixa de sapato em mãos, diga quantas retas podemos traçar.

2) Quantas retas concorrentes temos formadas nesta caixa.

3) quantas retas concorrentes temos nesta caixa.

4) Quantas retas paralelas podemos traçar.

5) Qual a conclusão que podemos tirar em relação a esta caixa?

#### **Atividade 4: Um Problema Regional e a Equação da Circunferência**

- ✓ Pré-requisito: Marcação de pontos no plano cartesiano, distância entre dois pontos, sistemas de equações do 1º grau.
- ✓ Tempo de Duração: 100 minutos
- ✓ Recursos Educacionais Utilizados: Ficha 03- Um Problema Regional e a Equação da Circunferência, régua, caneta e compasso.
- ✓ Organização da Turma: Turma organizada em duplas ou em grupo de três alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- ✓ Objetivos: Identificar a equação da circunferência.
- ✓ Metodologia adotada: Esta atividade foi retirada do livro adotado pela escola: Matemática – Ensino Médio: volume 3 das autoras Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz, ed. Saraiva. A atividade deve ser desenvolvida de forma que os alunos sejam capazes de identificar a equação da circunferência quando são conhecidos alguns de seus atributos.

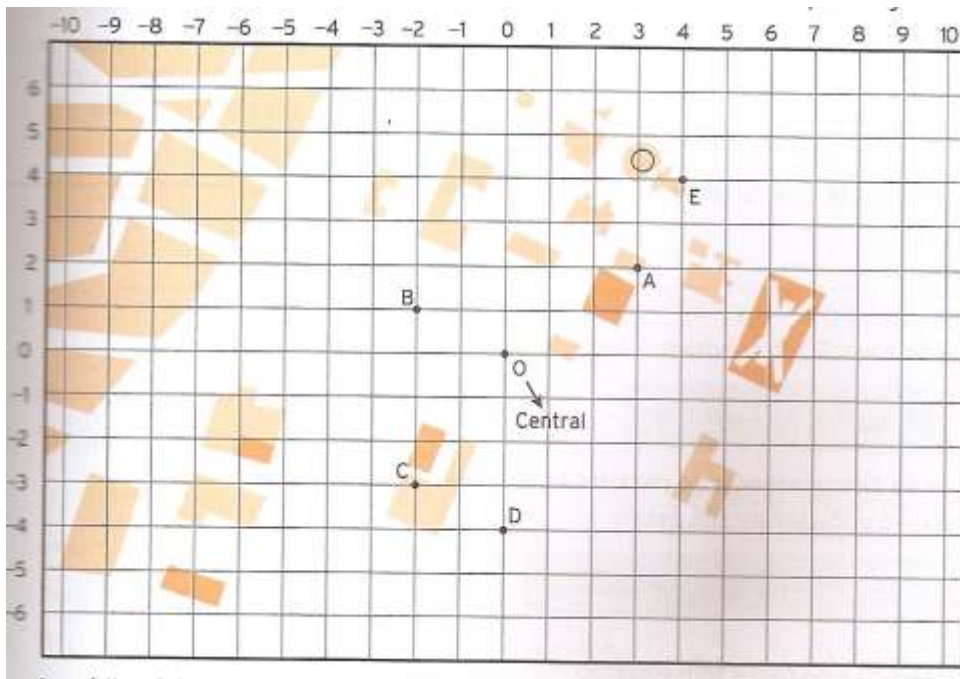
## FICHA04: UM PROBLEMA REGIONAL E A EQUAÇÃO DA CIRCUNFERÊNCIA

Nome: \_\_\_\_\_ n°: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ n°: \_\_\_\_\_

### Atividade 1:

1. Uma pequena cidade resolveu distribuir, a partir da delegacia central, postos policiais em várias direções. Alguns dos postos estão localizados conforme mapa a seguir.



Os rádios intercomunicadores utilizados pelos policiais têm alcance máximo de 5 km.

- Como podemos determinar quais dos cinco postos assinalados no mapa conseguem se comunicar diretamente com a central, sem mudar de local, considerando que, no mapa, cada lado do pequeno quadrado representa 1 km?
- Qual é o conjunto de pontos que abrigaria postos policiais a exatamente 5 km da central?
- Qual é o conjunto de pontos que está, no máximo, a 5 km da central?



### **3- AVALIAÇÃO**

- Serão avaliadas as participações dos alunos nas aulas durante o desenvolvimento das atividades propostas. Neste momento usarei um relatório feito pelo grupo comentando a participação e o empenho de cada integrante do grupo para o desenvolvimento da tarefa e suas anotações e inferências para o desenvolvimento do conteúdo proposto (4,0 pontos)
  
- Farei uma prova com consulta a anotações do próprio aluno feitas anterior a data da prova. (4,0 pontos)
  
- Teremos também a prova do SAERJINHO aplicada pela SEE. (2,0 pontos)

### **OBSERVAÇÕES IMPORTANTES SOBRE ESTE PLANO DE TRABALHO**

Este plano de trabalho foi elaborado levando em consideração o tempo disponível de aulas para as turmas 3007 Do Ciep Brizolão 201 Aarão Steinbruch no ano letivo em curso (2012) e o grau de conhecimento dos alunos.

Caso o tempo permita, iremos acrescentar outras atividades visando uma aprendizagem prazerosa e significativa do aluno.

#### **4- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

DANTE, Luiz Roberto – Matemática: Ensino Médio: volume único – Ed. Ática – São Paulo, 2008.

Portal Só matemática, disponível no site: <http://www.somatematica.com.br/> acessado em 20 de agosto de 2012.

ROTEIROS DE ACAO 1 –Geometria Analítica – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do Ensino Medio – 4º bimestre/2012 – <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 25 de novembro de 2012.

SMOLE, Kátia Stocco e Maria Ignês Diniz – Matemática: Ensino Médio: volume 3 – Ed. Saraiva – São Paulo, 2010.

TERRA,Lúcia Couto – Matemática em Informações Midiática. Tese de Mestrado. Universidade federal do Rio Grande do Sul -2009, disponível no site: [www.lume.ufrgs.br/bitstream/.../000738755.pdf?....](http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/.../000738755.pdf?....) acessado em 27 de agosto de 2012.

Pontos Positivos: Os alunos demonstraram um interesse maior nas aulas, percebi que eles estavam mais motivados, interessados nas aulas, construindo um novo conceito sobre a matemática.

Pontos negativos: Os alunos tiveram dificuldades em frações, perceber a diferença entre as retas e trabalhar com sinais.

Alterações:Nenhuma.

Impressões dos alunos: Os alunos gostaram de visualizar a formação das retas perpendiculares, retas concorrentes, a formação de círculos perfeitos utilizando o geogebra, principalmente no uso do laboratório, demonstrando uma participação maior, os recursos que o geogebra oferece nestas construções para eles, também foram bastante interessante.