FORMAÇÃO CONTINUADA NOVA EJA

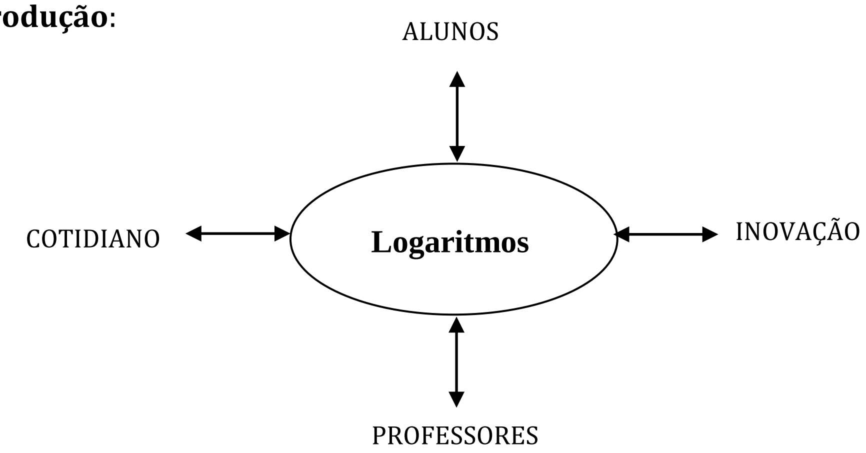
Nome: Luiz Fernando Freitas Fernandes
Tutora: André Gomes Cardoso
Regional: Baixadas Litorâneas

PLANO DE AÇÃO XVIII

– LOGARITMOS –

Luiz Fernando Freitas Fernandes
palooza@ig.com.br

I-Introdução:



<u>História do Logaritmo</u>

Os vestígios do surgimento dos logaritmos estão atrelados aos povos da Antiguidade. Existem indícios de que os babilônios construíram tabelas logarítmicas e que Arquimedes, ao se deparar com números grandes, elaborou citações que tiveram importância na elaboração dos conceitos iniciais sobre logaritmos.

As ideias sobre logaritmos mais próximas do que se tem hoje, foram frutos dos trabalhos de dois grandes matemáticos do período Renascentista, John Napier e Jobst Burgi, os quais desenvolveram seus estudos separadamente. Napier (1550 – 1617) nasceu na Escócia e não era Matemático profissional, mas realizava inúmeros trabalhos relacionados a vários assuntos. Seus estudos foram primordiais no desenvolvimento dos logaritmos e seu trabalho foi publicado no ano de 1614. Burgi (1552 – 1632) foi um Matemático Suíço que desenvolveu trabalhos relacionados aos logaritmos no mesmo período de Napier. Seu primeiro trabalho foi publicado em 1620.

Os grandes trabalhos publicados por Napier e Burgi contribuíram para a facilidade e agilidade dos cálculos relacionados à astronomia, navegação e comércio. Eles criaram tabelas que eram utilizadas no desenvolvimento das expressões logarítmicas. Atualmente as tabelas foram deixadas de lado, em razão do surgimento de calculadoras e computadores, mas os estudos dos logaritmos são caracterizados pela importância em diversas áreas do conhecimento humano.

Os logaritmos introduzidos por Napier utilizavam bases inadequadas, foi partindo dessa ideia que Henry Briggs sugeriu a Napier a mudança dos logaritmos para uma base decimal. Partindo dos estudos de Napier, Briggs desenvolveu logaritmos na base decimal, construindo uma tabela de logaritmos dos números de 1 a 1000. Henry Briggs foi responsável pela introdução dos logaritmos na prática e da imensa vantagem em sua utilização.

O logaritmo de um número b, em certa base a, é o expoente x que se deve atribuir a essa base para obter o número b.

Justificativa

É cada vez mais comum, nos depararmos com situações do cotidiano em que se utiliza o logaritmo para a resolução de problemas. Baseado nessa questão, aprofundar os estudos sobre logaritmo e suas características, facilita a operação e resolução desses problemas.

Objetivos

- Calcular o logaritmo de um número real positivo.
- Utilizar a definição de logaritmo na resolução de equações simples.
- Utilizar as propriedades operatórias dos logaritmos na resolução de problemas.
- Identificar a função logarítmica como a inversa da função exponencial.

Duração das atividades

Aproximadamente 10 aulas

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com o aluno

- Plano Cartesiano;

- Equações exponenciais;

Recursos

- Quadro branco
- Canetas
- Material do professor da Nova EJA
- Material do aluno da Nova EJA
- Datashow
- Laboratório de informática

Desenvolvimento metodológico

Em sala de aula o professor irá retomar o estudo das propriedades das potências para, em seguida, trabalhar com os alunos o conceito de logaritmo, incluindo operações, leitura e interpretação de gráficos, onde aproveitado o ensejo para explicar que a função logarítmica é a inversa da função exponencial.

Exponencial – Breve Revisão –

• Potenciação:

– Multiplicação de *n* fatores iguais.
a^n = a a a a ....a = para $n \geq 2$

<u>Lembrete</u>
$a^1 = a$ $\quad$ $a^0 = 1$ > $a \neq 0$

$a^{-n} = 1 / na$ $\quad$ $a^{m/n} = {}^{n}\sqrt{}a^m$

• Propriedades

1- a^m x na = a^{m+n}

2- a^m x a^n = a^{m-n} > $a \neq 0$

3- $(a^m)^n = a^{m \times n}$

4- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

5- $(a/b)^n = a^n / b^n$ > $b \neq 0$

• Exemplo :

– Toda equação na qual a incógnita aparece no expoente.

$3^x = 81$ $\qquad$ $2^{x-5} = 16$

• Como resolver:

1. Reduzir os dois membros da equação a potencias de mesma base.
2. Aplicar as propriedades:

$a^m = a^n \Rightarrow m = n$ $(a \neq 1$ e $a>0)$

Definição de Logaritmo:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

$$\begin{cases} a: \text{base} \\ b: \text{logaritmando} \\ x: \text{logaritmo} \end{cases}$$

Exercício de Aula

1. Calcule os seguintes logaritmos:

a. $\log_2 8$

b. $\log_3 81$

c. $\log_{\sqrt{5}} 5$

d. $\log_{\frac{1}{2}} 32$

Condições de existência do Logaritmo:

Para que o $\log_a b$ exista é necessário que:

$$\begin{cases} a > 0 \text{ e } a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$$

Exercício de Aula

1. Determine o domínio das seguintes funções:

a. $f(x) = \log_2(x-3)$

b. $f(x) = \log_{x-5} 10$

c. $f(x) = \log_{-x+3}(2x-1)$

d. $f(x) = \log_{x+1}(x^2 - 5x + 6)$

Consequências da definição do Logaritmo:

- $\log_a 1 = 0$

- $\log_a a = 1$
- $\log_a a^n = n$
- $a^{\log_a b} = b$
- $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$

Exercício de Aula

1. Calcule o valor das seguintes expressões:

a. $2^{\log_5 10 . \log_2 5}$

b. $2^{1+\log_2 3}$

c. $10^{3.\log_{10} 2}$

Propriedades operatórias dos Logaritmos:

- $\log_a (b.c) = \log_a b + \log_a c$
- $\log_a \left(\dfrac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$
- $\log_a b^n = n.\log_a b$
- $\log_{a^n} b = \dfrac{1}{n}.\log_a b$
- $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$

Exercícios de Aula

1. Considerando $\log 2 = 0{,}31$ e $\log 3 = 0{,}48$. Calcule:

a. $\log 6$

b. $\log 72$

c. $\log 60$

d. $\log \frac{4.\sqrt[3]{81}}{5}$

Mudança de base do Logaritmo:

Podemos efetuar uma mudança na base do logaritmo da seguinte forma:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Exercício de Aula

1. Calcule o valor das expressões:

a. $\log_3 5.\log_{25} 81$

b. $\frac{\log_{27} 17}{\log_{81} 289}$

Após exercícios para fixação do conceito e das propriedades, adotaremos como forma instigante do aluno exercícios em grupos e que expressem situações do cotidiano.

Uma planta medindo inicialmente 1 cm tem a sua altura dobrada a cada mês, como mostra a tabela a seguir.

Tempo (meses)	***Altura (cm)***
0	*1*
1	*2*
2	$2.2 = 2^2$
3	$2.2.2 = 2^3$
4	$2.2.2.2 = 2^4$
…	…
x	2^x

Após quanto tempo a planta terá 9 cm de altura?

Como por encanto surge aí a importância do logaritmo, definindo-o. Porém, deixarei o problema apresentado em aberto para uma futura resolução pelos alunos ao final da unidade, quando terão maiores condições de analisar e elaborar estratégias.

Passarei à atividade 1 do livro-texto do aluno, onde os mesmos, divididos em duplas, serão levados a compreender o conceito de logaritmo de forma lúdica. Após vamos praticar com as atividades 2 e 3 do livro-texto do aluno.

Dando sequência, e ainda em duplas, aplicarei a atividade 4 do livro-texto do aluno, quando, após correção, falarei novamente sobre a propriedade de mudança de base, mostrando a sua importância, e então, solicitarei a resolução da atividade 7, para, a seguir, finalizar com a atividade 9, o qual lerei com as duplas o enunciado da questão, reforçando as informações dadas, para uma posterior discussão.

Por fim, com uma calculadora científica, mostrarei como utilizar o instrumento no cálculo de logaritmos, possibilitando aos alunos, desta forma, a aplicação dos conhecimentos logarítmicos adquiridos em situações que poderão se deparar em seu dia a dia.

Fixarei os conteúdos estudados na unidade com o desenvolvimento da atividade “Dominó Logarítmico” do livro-texto do professor. Nesta atividade dividirei a turma em grupos de quatro integrantes, divididos em duas duplas, onde uma jogará contra a outra. Distribuirei a cada grupo um dominó com as 28 cartelas previamente montadas em cartolina de acordo com o nível da turma e contendo os conceitos estudados na unidade. Depois de uma breve explicação das instruções, serão iniciadas as partidas. Incentivarei as duplas vencedoras de cada grupo com pequenos prêmios.

Verificação do Aprendizado

A verificação da aprendizagem será feita através de atividades em dupla do material do professor, atividades em grupos realizadas em sala de aula. E também, avaliações individuais que serão tiradas do material do professor e algumas de outros livros didáticos. Faremos também alguns exercícios avaliativos durante as aulas para que o aluno esteja sempre atualizado no assunto a ser tratado. Pontuarei também a participação ativa dos alunos nas atividades realizadas em sala de aula.

Considere as afirmações

I) $log_{10} 1 = 0$

II) $log_{10} 100 = 10$

III) $log_{10}(a+b) = log_{10} a + log_{10} b$

Associando cada uma delas à letra V, se for verdadeira, ou à letra F, caso seja falsa, temos que a ordem correta será

(a) V, F, V (b) V, V, F (c) F, V, V (d) V, V, V (e) V, F, F

1- As indicações R_1 e R_2, na escala Richter, de dois terremotos estão relacionadas pela fórmula

$$R_1 - R_2 = log_{10} \frac{M_1}{M_2}$$

onde M_1 e M_2 medem a energia liberada pelos terremotos sob a forma de ondas que se propagam pela crosta terrestre. Houve dois terremotos: um correspondente a $R_1 = 8$ e outro correspondente a $R_2 = 6$. A razão $\frac{M_1}{M_2}$ é

(a) 2 (b) $log_{10} 2$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) 10^2 (e) $log_{10} \frac{4}{3}$

2- Resolva a questão apresentada no início da unidade, utilizando seus conhecimentos logarítmicos.

Considerações Finais

Ao utilizarmos as atividades com fins educativos, precisamos compreender seu papel nos ambientes em que se insere e qual a sua relação com o aluno e sua aprendizagem. Esperamos que os alunos percebam o logaritmo como objeto de estudo e ferramenta para a resolução das atividades propostas.

Percebemos ainda que o tema logaritmo propicia a utilização das diferentes formas de representação: língua natural, tabular, gráfica e algébrica, etapas intermediárias das fases da dialética, que permitem a compreensão dos conceitos matemáticos.

Referências Bibliográficas

Rocha, Josimeri Araújo Silva. Santos, André Luiz Cordeiro dos. Barbosa, Gabriela dos Santos. Coutinho, Luciane de Paiva Moura – "Matemática e suas Tecnologias"-Módulo III- Fundação CECIERJ-RJ

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**. Matemática. Curitiba: Seed, 2008.

SOARES, Elisabeth. **Matemática**: de olho no mundo do trabalho. Volume único para o Ensino Médio. São Paulo: Scipione, 2005.

SMOLE, K.S.; DINIZ, M.I. Matemática (Ensino Médio), Volume 1 - 1a série. São Paulo: Saraiva, 2005.