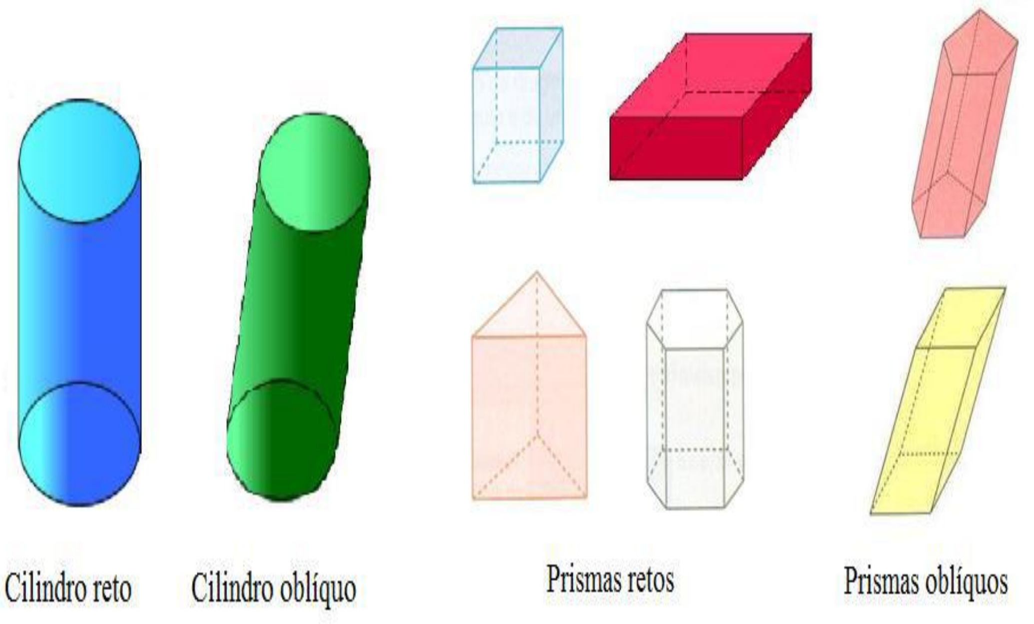
FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ/CONSÓSIO CEDERJ

Matemática 2º Ano – 2º Bimestre /2013
Plano de Trabalho 01- TAREFA 4
Grupo 03

CILINDRO
E
PRISMAS



Tarefa 04 – Turma 2003 Regular Noite
Cursista: Flávio de Aguiar.
Tutor: Ana Paula S. Muniz.

S u m á r i o

INTRODUÇÃO...03

DESENVOLVIMENTO...04

AVALIAÇÃO... 27

FONTE DE PESQUISA...28

INTRODUÇÃO

Com esse plano de aula sobre geometria espacial (cilindro e prismas) do aluno deverá compreender os conceitos a serem apresentados, suas aplicabilidades e contextualização da matéria e assim possibilitando um melhor processo de ensino aprendizado, além de não deixar de repassar para o aluno uma motivação para o estudo de matemática.

O aluno ao realizar as atividades propostas nesse plano de aula deverá ter a capacidade de diferenciar um cilindro de um prisma. Deve demonstrar a capacidade de calcular o volume de ambos, como calcular a área da base do cilindro e sua área lateral e total, como também a área lateral , total e volume do prisma. O aluno aprenderá a construir diversos modelos com uso de cartolina, papelão, caixas, cano de PVC, latas, garrafas pet etc. É muito importante o aluno construir o seu conhecimento, ter uma aula construtivista.

Não devemos apresentar o conteúdo citado acima, no Ensino Médio, de forma artificial, pois vivemos hoje numa realidade bem diferente. Devemos deixar bem claro que exercícios repetitivos e poucas aulas contextualizadas não atendem mais os alunos de hoje. O uso da tecnologia é fundamental em sala de aula, a apresentação de softwares como o Geogebra contribui muito para o aprendizado do aluno.

Para um bom desenvolvimento da matéria, o aluno deverá dominar alguns conceitos básicos como geometria plana, equação do 1º e 2º grau e fração. O professor deve ser capaz de direcionar a aula para a realidade do aluno e apresentar um valor concreto do conteúdo aos discentes.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 01

HABILIDADE RELACIONADA: H24-Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera). C1 - Calcular a medida da área lateral de um prisma, com ou sem a informação de fórmulas. C3 - Calcular a medida da área lateral de um cilindro, com ou sem a informação de fórmulas. C5 - Calcular a medida da área total de um prisma, com ou sem a informação de fórmulas. C7 - Calcular a medida da área total de um cilindro, com ou sem a informação de fórmulas. **H25 -** Resolver problemas envolvendo noções de volume. C1 - Calcular a medida do volume de um prisma, com ou sem a informação de fórmulas. C2 - Calcular a medida do volume de um cilindro, com ou sem a informação de fórmulas.

PRÉ – REQUISITOS: geometria plana, equação do 1º e 2º grau e fração .

TEMPO DE DURAÇÃO: 480 minutos (12 tempos de aula – 3 semanas).

Segunda 2 tempos de 40minutos;(80 min.)
Sexta 2 tempos de 40 minutos;(80 min.)
Segunda 2 tempos de 40 minutos; (80 min.)
Sexta 2 tempos de 40 minutos;(80 min.)
Segunda 2 tempos de 40 minutos; (80 min.)
Sexta 2 tempos de 40 minutos;(80 min.)

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Lista com conteúdo e exercícios com revisão sobre geometria plana, leitura do conteúdo do livro didático adotado no ano letivo e realização de um fichamento, lista de exercícios de fixação, explicação e demonstrações no quadro branco e apresentação de vídeos com auxílio do notebook e data show em sala de aula.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.

OBJETIVOS:

Definição e cálculos de área lateral, total e volume dos cilindros e prisma;

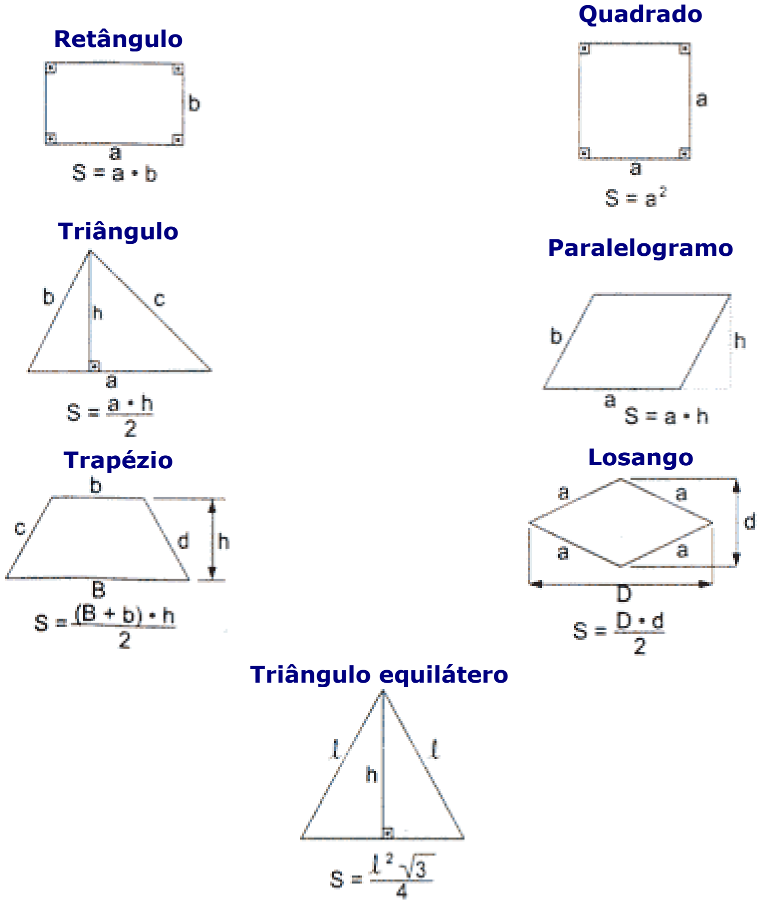
Citar diversos tipos de cilindros e prismas encontrados no dia-a-dia do aluno;

METODOLOGIA ADOTADA:

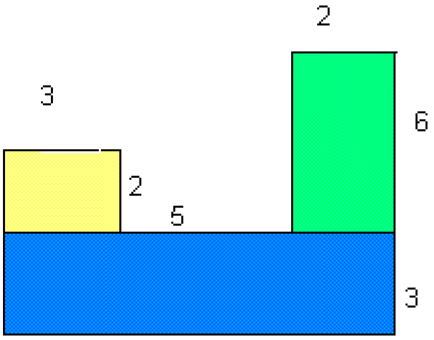
1. Revisão de geometria plana e vídeo de geometria plana;
2. Leitura prévia da matéria no livro didático pelo aluno e realização de um fichamento;
3. O aluno irá resolver os exercícios propostos pelo livro didático adotado no ano regente;
4. Aplicação de lista de exercícios de fixação e complementares;
5. Vídeo para mostrar ao aluno a aplicabilidade dos logaritmos.

REVISÃO DE GEOMETRIA PLANA COM DE EXERCÍCIOS

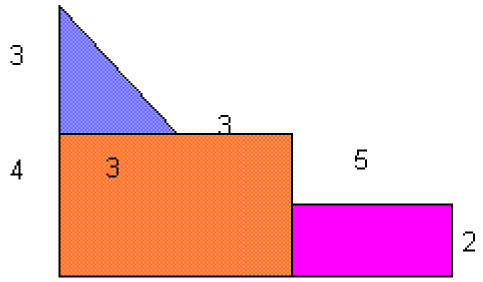
Área das figuras planas



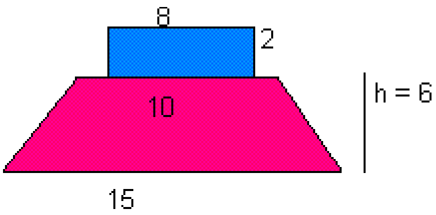
1) Determine a área das seguintes figuras (em cm):



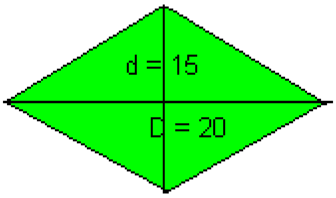
a)



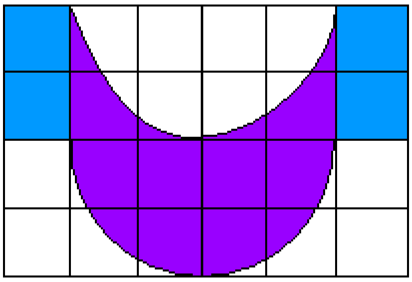
b)



c)



d)



e) Cada quadro equivale a 1 cm

2) Temos um triângulo equilátero de lado 6cm. Qual é o perímetro e qual é a área deste triângulo?

3) Um trapézio tem a base menor igual a 2, a base maior igual a 3 e a altura igual a 10. Qual a área deste trapézio

4) Sabendo que a área de um quadrado é 36cm², qual é seu perímetro?

5) Calcule a área e o perímetro (em metros) dos retângulos descritos:
a) a = 25 e b = 12
b) a = 14 e b = 10

Diâmetro

Diâmetro de uma circunferência (ou de um círculo) é uma corda que passa pelo centro da circunferência. Observamos que o diâmetro é a maior corda da circunferência. Na figura, o segmento de reta AC é um diâmetro.

Fórmulas:

Comprimento de uma circunferência

$C = 2.\pi.r$ (u.m);

Área do círculo

$A = \pi.r^2$ (u.m²)

EXERCÍCIO DE FIXAÇÃO

DE ACORDO COM A FOTO ABAIXO, CALC ULE:

Dados: diâmetro aproximadamente 12 cm e $\pi = 3,14$

1- Calcular o comprimento e a área do CD.

D = 12 cm, logo raio = 6 cm / $C = 2.\pi.r$ (u.m); / $C = 2 . 3,14 . 6$

C = 37,68 cm

2 – calcular a área do CD.

$A = \pi . r^2$ (u.m²)

$A = 3,14 . 6^2 =$

$A = 3,14 . 36 =$

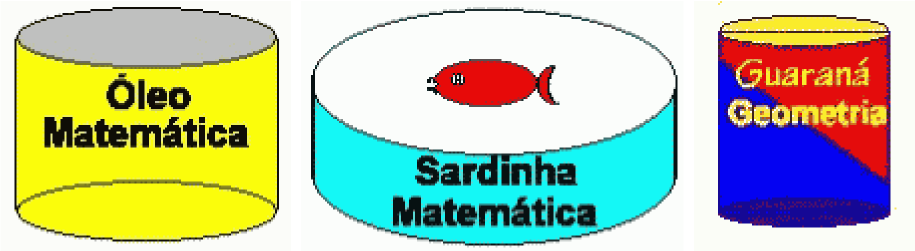
A = 113,04 cm²

VÍDEO DE REVISÃO DE GEOMETRIA PLANA

http://www.youtube.com/watch?v=tpnGThpOnFo.

Geometria Espacial

Aplicações práticas: Os cilindros abaixo sugerem alguma aplicação importante em sua vida?



Leitura do livro e realização de um fichamento;

VÍDEO: uso do multimídia;

www.youtube.com/watch?v=nc0FQgTGzrU;

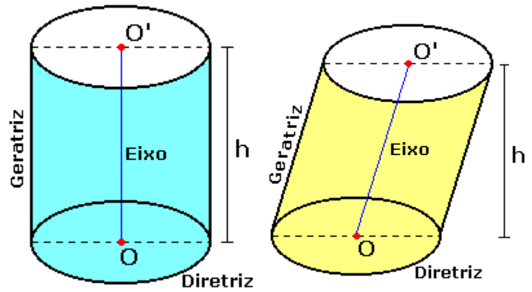
www.youtube.com/watch?v=5maL-kwX6Kg;

Demonstração em Sala de Aula (dinâmica)

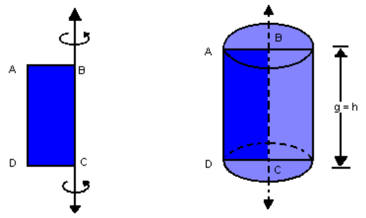
Pegue uma folha de papel A4 e una dois lados paralelos (sem dobrar, como na figura a seguir) para formar um cilindro. Você irá unir os lados de acordo com a figura da esquerda (com o papel na vertical), e seu colega irá fazer conforme a figura da direita (com o papel na horizontal), formando dois cilindros diferentes. Não é necessário colar!

Classificação dos cilindros

1. Cilindro circular oblíquo: Apresenta as geratrizes oblíquas em relação aos planos das bases.
2. Cilindro circular reto: As geratrizes são perpendiculares aos planos das bases. Este tipo de cilindro é também chamado de cilindro de revolução, pois é gerado pela rotação de um retângulo.
3. Cilindro eqüilátero: É um cilindro de revolução cuja seção meridiana é um quadrado.



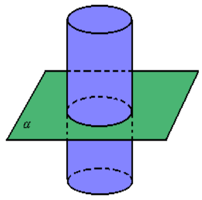
O cilindro circular reto é também chamado de cilindro de revolução, por ser gerado pela rotação completa de um retângulo por um de seus lados. Assim, a rotação do retângulo ABCD pelo lado $\overline{BC}$ gera o cilindro a seguir:



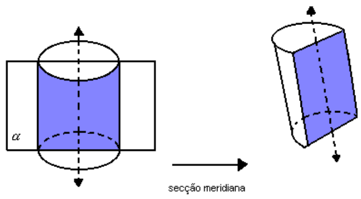
A reta $\overline{BC}$ contém os centros das bases e é o eixo do cilindro.

Secção

Secção transversal é a região determinada pela intersecção do cilindro com um plano paralelo às bases. Todas as secções transversais são congruentes.



Secção meridiana é a região determinada pela intersecção do cilindro com um plano que contém o eixo.



Volume de um cilindro

Em um cilindro, podemos identificar vários elementos: **V = A(base).h = ¶ . r².h**

Em um cilindro, podemos identificar vários elementos:

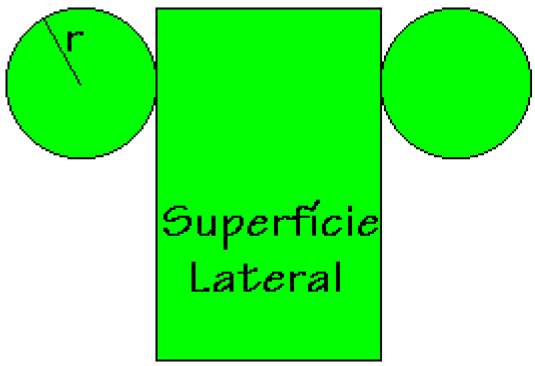
1. **Base: É a região plana contendo a curva diretriz e todo o seu interior. Num cilindro existem duas bases.**
2. **Eixo: É o segmento de reta que liga os centros das bases do "cilindro".**

3. **Altura: A altura de um cilindro é a distância entre os dois planos paralelos que contêm as bases do "cilindro".**
4. **Superfície Lateral: É o conjunto de todos os pontos do espaço, que não estejam nas bases, obtidos pelo deslocamento paralelo da geratriz sempre apoiada sobre a curva diretriz.**
5. **Superfície Total: É o conjunto de todos os pontos da superfície lateral reunido com os pontos das bases do cilindro.**
6. **Área lateral: É a medida da superfície lateral do cilindro.**
7. **Área total: É a medida da superfície total do cilindro.**
8. **Seção meridiana de um cilindro: É uma região poligonal obtida pela interseção de um plano vertical que passa pelo centro do cilindro com o cilindro.**

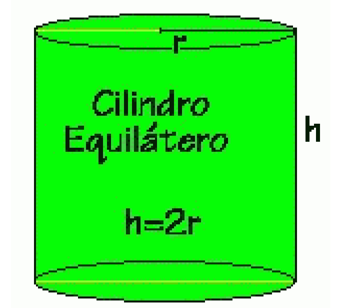
Área Lateral

Em um cilindro circular reto, a área lateral é dada por A(lateral)=2.¶.r.h, onde r é o raio da base e h é a altura do cilindro. A área total corresponde à soma da área lateral com o dobro da área da base.

A(total) = A(lateral) + 2 A(base)
A(total) = 2. ¶. R. h + 2. ¶. r^2
A(total) = 2. ¶. R.(h+r)



Exemplo: Um cilindro circular equilátero é aquele cuja altura é igual ao diâmetro da base, isto é h=2r. Neste caso, para calcular a área lateral, a área total e o volume, podemos usar as fórmulas, dadas por:

A(lateral) = 4. ¶. r² A(base) = ¶. r² A(total) = A(lateral) + 2 .A(base) = 6 .¶ .r² Volume = A(base).h = ¶. r².2r = 2. ¶ .r³	

Exercício: Seja um cilindro circular reto de raio igual a 2cm e altura 3cm. Calcular a área lateral, área total e o seu volume.

A(base) = ¶.r² = ¶.2² = 4. ¶ .cm²
A(lateral) = 2. ¶.r.h = 2. ¶.2.3 = 12 ¶ cm²
A(total) = A(lateral) + 2. A(base) = 12¶ + 8¶ = 20¶ cm²
Volume = A(base).h = ¶.r²h = ¶.4.3 = 12 ¶ cm³

Exercícios de fixação

1) (UEMG) O diâmetro da base de um cilindro reto tem 10cm. Sabendo que a altura do cilindro é 12cm, o seu volume é:

a) 120 πcm³ **b) 1440πcm³**
c) 300πcm³ **d) 1200πcm³**

Solução. O volume é calculado multiplicando a área da base pela altura. Temos:

$$\begin{cases} V = A_{base}.h = (\pi.R^2).h \\ \text{Diâmetro} = 10 \Rightarrow \text{Raio} = 5 \end{cases} \Rightarrow (\pi.5^2).(12) = (25\pi).(12) = 300\pi.cm^3$$.

2. Qual é a altura de um cilindro reto de 12,56cm² de área da base sendo a área lateral o dobro da área da base?
Use π = 3,14.
Solução. Substituindo os valores nas respectivas fórmulas, temos:

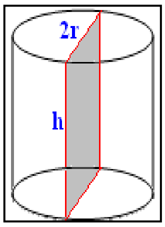
$$\text{i) } A_{base} = \pi.R^2 \Rightarrow 12{,}56 = (3{,}14).R^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{12{,}56}{3{,}14}} = \sqrt{4} = 2cm$$

$$\text{ii) } \begin{cases} A_{lateral} = 2.A_{base} = 2(12{,}56) = 25{,}12cm^2 \\ A_{lateral} = 2.\pi.R.h \end{cases} \Rightarrow 2.(3{,}14).(2).h = 25{,}12 \Rightarrow h = \frac{25{,}12}{12{,}56} = 2cm$$

.

OBS: Repare que se 2.π.R.h = 2(π.R²) , então h = R.

3. Determine a razão entre a área lateral e a área da secção meridiana de um cilindro.



Solução. A secção meridiana é a superfície retangular sombreada mostrada no interior do cilindro. Calculando as áreas e a razão, temos:

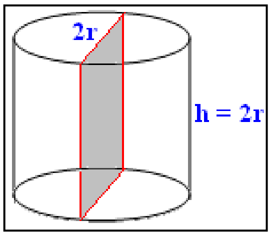
$$\begin{cases} A_{lateral} = 2.\pi.r.h \\ A_{sec\,ção} = 2.r.h \end{cases} \Rightarrow \frac{A_{lateral}}{A_{sec\,ção}} = \frac{2.\pi.r.h}{2.r.h} = \pi$$.

4. Quantos metros cúbicos de terra foram escavados para a construção de um poço que tem 10m de diâmetro e 15m de profundidade?

Solução. O volume escavado é o volume do espaço cilíndrico deixado. O poço possui 10m de diâmetro, logo 3m de raio. A profundidade será a altura. O volume será: $V = A_{base}.h = (\pi.5^2).(15) \Rightarrow (\pi.25).(15) = 375\pi.cm^3$.

5. Calcular a área lateral de um cilindro equilátero sendo 289cm² a área de sua secção meridiana.

Solução. No cilindro equilátero a altura possui a mesma medida do diâmetro da base.



Temos:

$$\begin{cases} A_{sec\,ção} = 2.r.h = 2.r.(2r) = 4r^2 \\ A_{sec\,ção} = 289 \end{cases} \Rightarrow 4r^2 = 289 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{289}{4}} = \frac{17}{4} = 4{,}25cm$$

$$A_{lateral} = 2.\pi.r.h = 2.\pi.r.(2r) = \pi 4r^2 = 289\pi.cm^3$$.

6. Determinar o raio da base de um cilindro equilátero sabendo-se que a área lateral excede de 4πcm² a área da secção meridiana.

Solução. Substituindo os valores indicados e calculando o raio, temos:

$$\begin{cases} A_{sec\,ção} = 2.r.h = 2.r.(2r) = 4r^2 \\ A_{lateral} = 2\pi rh = 2\pi r(2r) = 4\pi r^2 \Rightarrow 4\pi r^2 = 4r^2 + 4\pi \Rightarrow \pi r^2 - r^2 = \pi \Rightarrow r^2(\pi - 1) = \pi \Rightarrow r = \sqrt{\frac{\pi}{\pi - 1}} \\ A_{lateral} = A_{sec\,ção} + 4\pi \end{cases}$$

.

7. Um pluviômetro cilíndrico tem um diâmetro de 30 cm. A água colhida pelo pluviômetro depois de um temporal é colocada em um recipiente também cilíndrico, cuja circunferência da base mede 20πcm. Que altura havia alcançado a água no pluviômetro sabendo que no recipiente alcançou 180 mm?

Solução. Considerando r(r) o raio do recipiente temos que 2π.r = 20π ⇒ r(r) = 10cm. O diâmetro do pluviômetro é 30cm. Logo o raio vale r(p) = 15cm. Comparando os volumes em cada caso considerando h(r) e h(p) as alturas respectivas do recipiente e do pluviômetro, temos:

$$V(p) = A_{base\,(p)}.h(p) = (\pi.15^2).h(p) = (225\pi).h(p)$$
$$V(r) = A_{base\,(r)}.h(r) = (\pi.10^2).18 = 1800\pi cm^3$$
$$V(p) = V(r) \Rightarrow (225\pi).h(p) = 1800\pi \Rightarrow h(p) = \frac{1800\pi}{225\pi} = 8cm$$

8. (UNIFOR) Um combustível líquido ocupa uma altura de 8 m em um reservatório cilíndrico. Por motivos técnicos, deseja-se transferir o combustível para outro reservatório, também cilíndrico, com raio igual a 2,5 vezes o do primeiro. A altura ocupada pelo combustível nesse segundo reservatório, em metros é:

a) 1,08 b) 1,28 c) 1,75
d) 2,18 e) 2,66

Solução. Considerando r1 o raio do primeiro recipiente e r2 o raio do segundo, temos que r2 = 2,5.r1. De acordo com as informações, h1 = 8m. Os volumes são iguais.

$$V(1) = A_{base\,(1)}.h1 = \pi.(r1)^2.(8) = 8\pi.(r1)^2$$
$$V(2) = A_{base\,(2)}.h2 = \pi.(r2)^2.h2 = \pi.(2,5.r1)^2.h2$$
$$V(1) = V(2) \Rightarrow \pi.(2,5.r1)^2.h2 = 8\pi.(r1)^2 \Rightarrow h2 = \frac{8\pi.(r1)^2}{\pi.(2,5.r1)^2} = \frac{8}{(2,5)^2} = \frac{8}{6,25} = 1,28m$$

9. (UNIFOR) Pretende-se construir uma caixa d'água, com a forma de um cilindro reto, cujo diâmetro da base mede 3 m. Se essa caixa deve comportar no máximo 16740 litros d'água, quantos metros ela deverá ter de altura? (Use: π = 3,1).

a) 2,75 b) 2,40 c) 2,25 d) 1,80 e) 1,75

Solução. O raio da base será de 1,5m. O volume é 16740 litros = 16740dm³. Trabalhando com as medidas em decímetros e convertendo ao final, temos:

$$\begin{cases} V = A_{base}.h = \pi.(15dm)^2.(h) \\ V = 16740dm^3 \end{cases} \Rightarrow (3,1).(15)^2.(h) = 16740 \Rightarrow h = \frac{16740}{(3,1).(225)} = \frac{16740}{697,5} = 24dm = 2,4m$$

10. (UFRN) Um depósito cheio de combustível tem a forma de um cilindro circular reto. O combustível deve ser transportado por um único

caminhão distribuidor. O tanque transportador tem igualmente a forma de um cilindro circular reto, cujo diâmetro da base mede 1/5 do diâmetro da base do depósito e cuja altura mede 3/5 da altura do depósito.
O número mínimo de viagens do caminhão para o esvaziamento completo do depósito é:

a) 41 b) 42 c) 40
d) 43

Solução. Considerando V(d) o volume do depósito, com raio R(d) e altura H(d) o raio do tanque será r(t) = R(d)/5 e a altura da tanque será h(t) = 3H(d)/5. O número mínimo será o quociente inteiro da divisão entre V(d)/v(t).

$$\begin{cases} V(d) = \pi.[R(d)]^2.[H(d)] \\ v(t) = \pi.[r(t)]^2.[h(t)] = \pi.\left[\frac{R(d)}{5}\right]^2.\left[\frac{3.H(d)}{5}\right] = \pi.\left[\frac{3R(d).H(d)}{125}\right] \end{cases} \Rightarrow \frac{V(d)}{v(t)} = \frac{\pi.[R(d)]^2.[H(d)]}{\pi.\left[\frac{3R(d).H(d)}{125}\right]} = \frac{125}{3} \cong 41{,}6$$

11. (UFJF) Aumentando-se o raio de um cilindro em 4 cm e mantendo-se sua altura, a área lateral do novo cilindro é igual à área total do cilindro original. Sabendo-se que a altura do cilindro original mede 1 cm, então o seu raio mede, em cm:

a) 1 b) 2 c) 4
d) 6

Solução. Efetuando as alterações indicadas, temos:

$$\begin{cases} \text{Inicial}: A_{Total} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + 2\pi r(1) = 2\pi r^2 + 2\pi r \\ \text{Final}: A_{Lateral} = 2\pi(r+4)(1) = 2\pi r + 8\pi \end{cases} \Rightarrow A_{Total} = A_{Lateral} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2\pi r^2 + 2\pi r = 2\pi r + 8\pi \Rightarrow 2r^2 = 8 \Rightarrow r^2 = 4 \Rightarrow r = 2cm$$
.

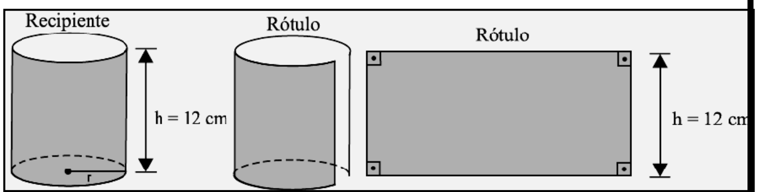
12. Qual a massa de mercúrio, em quilogramas, necessária para encher completamente um vaso cilíndrico de raio interno 6cm e altura 18cm, se a densidade do mercúrio é 13,6 g/cm³?

Solução. Utilizando a fórmula que associa a densidade e o volume de uma substância, temos:

$$\begin{cases} D = \frac{M}{V} \Rightarrow \frac{M}{V} = 13{,}6g/cm^3 \Rightarrow M = V.13{,}6g/cm^3 \\ V = \pi(6)^2.18cm^3 = \pi(36).18cm^3 = 648(3{,}14) = cm^3 \end{cases} \Rightarrow M = \frac{(2034{,}72)cm^3.(13{,}6)g}{cm^3} \cong 27672g = 27{,}7\ kg$$

.

13. Um rótulo retangular, contendo a prescrição médica, foi colado em toda a superfície lateral de um recipiente de forma cilíndrica de um certo remédio, contornando-o



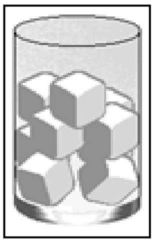
até as extremidades se encontrarem, sem haver superposição. Sabendo-se que o volume do recipiente (desprezando-se a sua espessura) é 192π cm³, pode-se afirmar que a área do rótulo, em cm², é igual a

a) 96π b) 80π c) 76π d) 72π e) 70π

Solução. A área do rótulo é a área lateral do cilindro. Relacionando as informações sobre o volume, temos:

$$\begin{cases} V = \pi(r)^2.(12) \\ V = 192\pi \end{cases} \Rightarrow \pi(r)^2.(12) = 192\pi \Rightarrow r^2 = \frac{192}{12} \Rightarrow r = \sqrt{16} = 4cm.$$
$$A_{Latyeral} = 2\pi rh = 2\pi(4)(12) = 96\pi cm^2$$

14) Nove cubos de gelo, cada um com aresta igual a 3 cm, derretem dentro de um copo cilíndrico, inicialmente vazio, com raio da base também igual a 3 cm.
Após o gelo derreter completamente, determine a altura do nível da água no copo. Considere π = 3.
Solução. Como cada cubo possui aresta 3cm, o volume total após o derretimento será 9.V(cubo). Esse volume de água derretida irá se distribuir pelo copo. Igualando os volumes, temos:



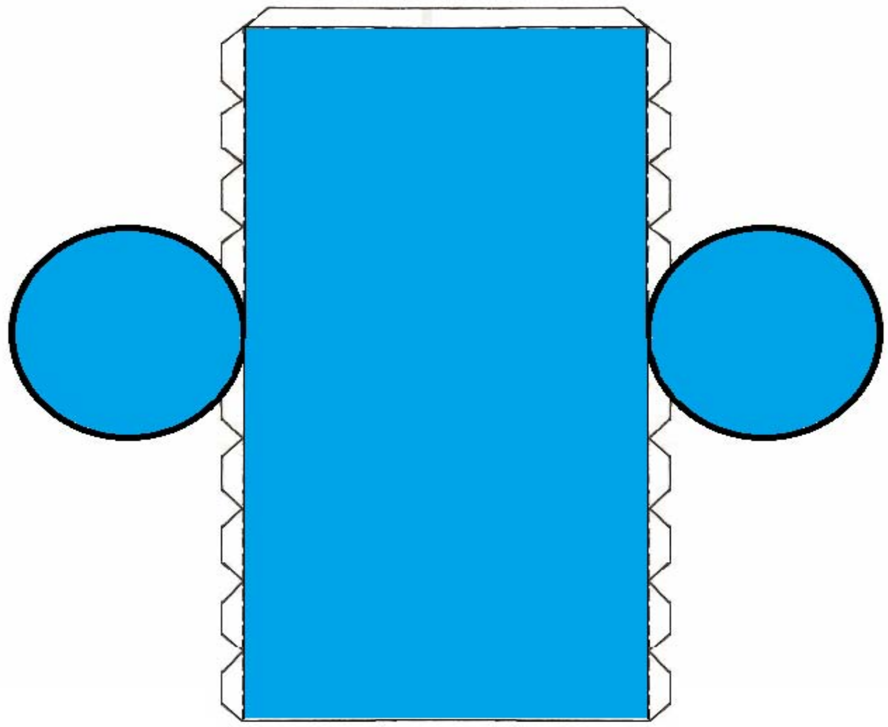
$$\begin{cases} V(\text{água}) = 9V(\text{cubo}) = 9.(3)^3 = 9(27) = 243cm^3 \\ V(\text{copo}) = \pi r^2.h = \pi(3)^2.h = 9\pi h = 9(3)h = 27h \end{cases} \Rightarrow 27h = 243 \Rightarrow h = \frac{243}{27} = 9cm.$$
$$A_{Latyeral} = 2\pi rh = 2\pi(4)(12) = 96\pi cm^2$$

Trabalho em sala de aula – construções de cilindros – interdisciplinar com a disciplina de artes
(pintura do material com uso de cores quentes e frias)

Material:

- cartolina;
- Latas;
- cano de PVC.

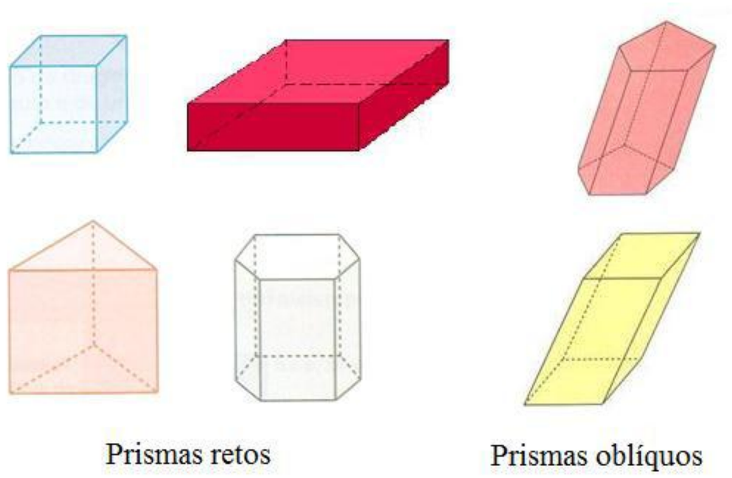
EXEMPLO PARA SER AMPLIADO E RECORTADO



PRISMA

Um prisma é um poliedro convexo que possui duas faces paralelas, formadas por polígonos convexos congruentes (iguais) – chamadas de bases – e cujas faces restantes, chamadas faces laterais, são compostas por retângulos (no caso do prisma ser reto) ou paralelogramos (nos prismas oblíquos).

EXEMPLOS DE PRISMAS:



EXEMPLO DE PRISMA NO COTIDIANO DO ALUNO :

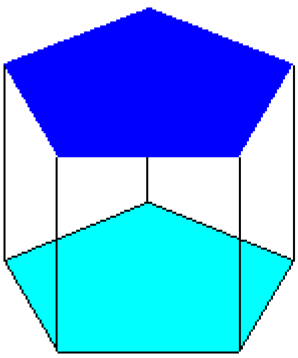
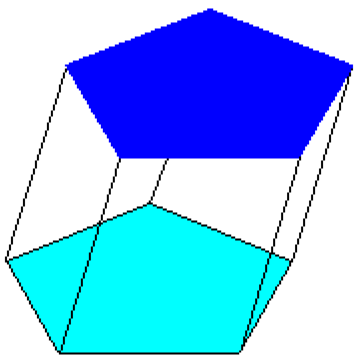
PUFF

VÍDEO SOBRE PRISMA PARA IMPLEMENTAÇÃO DA AULA

- **http://www.youtube.com/watch?v=Oa_-aYSmQBU;**
- **http://www.youtube.com/watch?v=5meppOpiMxg;**

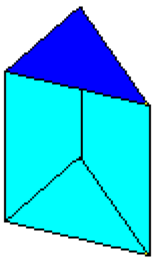
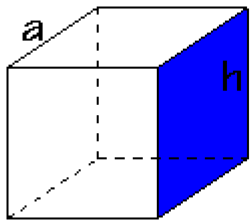
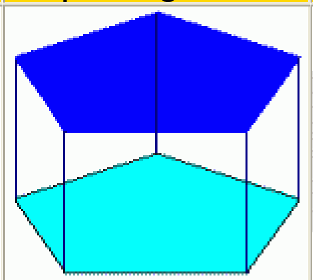
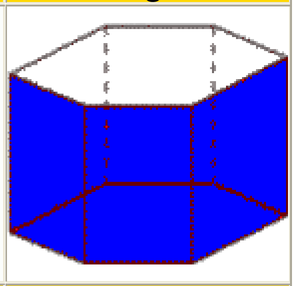
CONTEÚDO SOBRE PRISMA

Prisma é um sólido geométrico delimitado por faces planas, no qual as bases se situam em planos paralelos. Quanto à *inclinação* das arestas laterais, os prismas podem ser retos ou oblíquos.

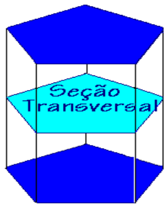
Prisma reto	Aspectos comuns	Prisma oblíquo
	Bases são regiões poligonais congruentes	
	A altura é a distância entre as bases	
	Arestas laterais são paralelas com as mesmas medidas	
	Faces laterais são paralelogramos	

Objeto	Prisma reto	Prisma oblíquo
Arestas laterais	tem a mesma medida	tem a mesma medida
Arestas laterais	são perpendiculares ao plano da base	são oblíquas ao plano da base
Faces laterais	são retangulares	não são retangulares

Quanto à *base*, os prismas mais comuns estão mostrados na tabela:

Prisma triangular	Prisma quadrangular	Prisma pentagonal	Prisma hexagonal
			
Base:Triângulo	Base:Quadrado	Base:Pentágono	Base:Hexágono

Seções de um prisma



Seção transversal: É a região poligonal obtida pela interseção do prisma com um plano paralelo às bases, sendo que esta região poligonal é congruente a cada uma das bases.

Seção reta (seção normal): É uma seção determinada por um plano perpendicular às arestas laterais.

Princípio de Cavalieri: Consideremos um plano P sobre o qual estão apoiados dois sólidos com a mesma altura. Se todo plano paralelo ao plano dado interceptar os sólidos com seções de áreas iguais, então os volumes dos sólidos também serão iguais.

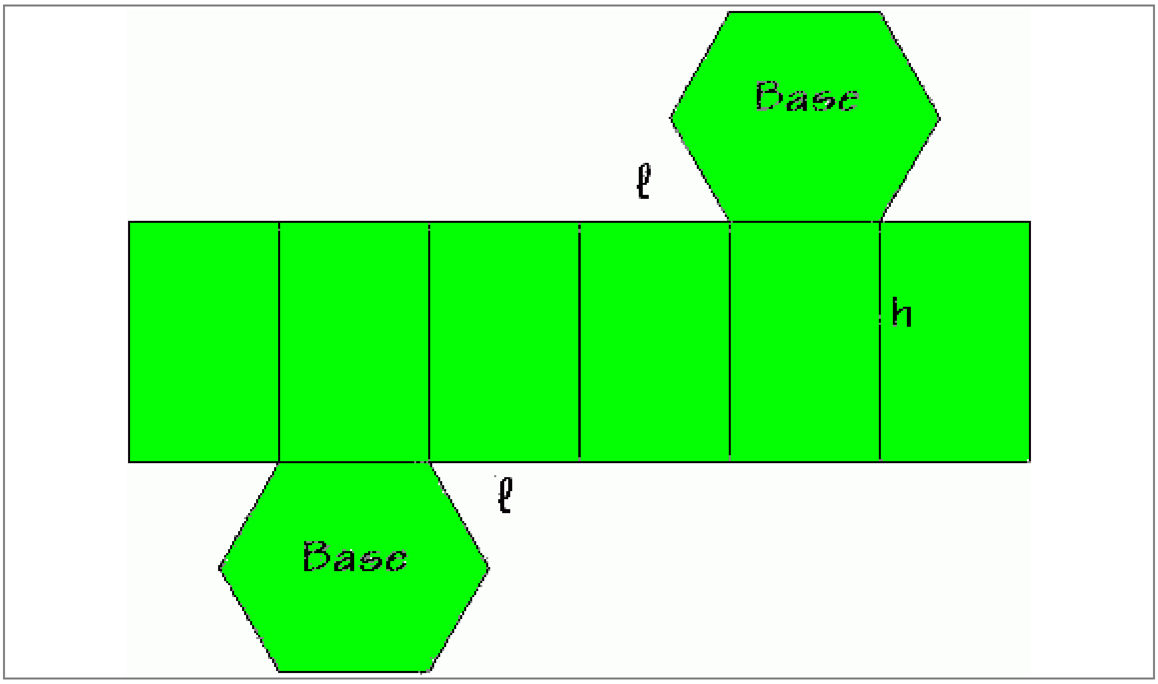
Prisma regular

É um prisma reto cujas bases são regiões poligonais regulares.

Exemplos: Um prisma triangular regular é um prisma reto cuja base é um triângulo equilátero. Um prisma quadrangular regular é um prisma reto cuja base é um quadrado.

Planificação do prisma

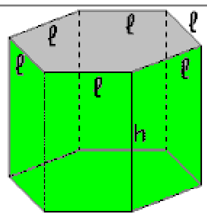
Um prisma é um sólido formado por todos os pontos do espaço localizados dentro dos planos que contêm as faces laterais e os planos das bases.



ATIVIDADE DE CONSTRUÇÃO DE PRISMAS EM SALA DE AULA;

MATERIAL, CARTOLINA, PAPEL A4, PAPELÃO, CAIXAS, ETC.

As faces laterais e as bases formam a envoltória deste sólido. Esta envoltória é uma "superfície" que pode ser planificada no plano cartesiano. Tal planificação se realiza como se cortássemos com uma tesoura esta envoltória exatamente sobre as arestas para obter uma região plana formada por áreas congruentes às faces laterais e às bases. A planificação é útil para facilitar os cálculos das áreas lateral e total.



Volume de um prisma

O volume de um prisma é dado por:

V(prisma) = A(base).h

Área lateral do prisma reto com base poligonal regular

A área lateral de um prisma reto que tem por base uma região poligonal regular de n lados é dada pela soma das áreas das faces laterais. Como neste caso todas as áreas das faces laterais são iguais, basta tomar a área lateral como:

A(lateral) = n A(Face Lateral)

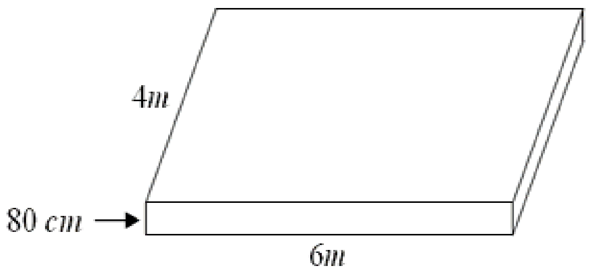
Uma forma alternativa para obter a área lateral de um prisma reto tendo como base um polígono regular de n lados é tomar P como o perímetro desse polígono e h como a altura do prisma.

A(lateral) = P.h

ATIVIDADE COM USO DO MULTIMÍDIA, APRESENTAÇÃO DO SOFTWARE " GEOGEBRA "

LISTA DE EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1- Qual o volume de concreto utilizado na construção de uma laje de 80 centímetros de espessura em uma sala com medidas iguais a 4 metros de largura e 6 metros de comprimento?



Temos que 80 centímetros correspondem a 0,80 metros.

Volume

$V = a * b * c$
$V = 4 * 6 * 0{,}80$
$V = 19{,}2\ m^3$

Na construção dessa laje serão gastos 19,2 m³ (metros cúbicos) de concreto.

2- Uma caixa de papelão será fabricada por uma indústria com as seguintes medidas: 40 cm de comprimento, 20 cm de largura e 15 cm de altura. Essa caixa irá armazenar doces na forma de um prisma com as dimensões medindo 8 cm de comprimento, 4 cm de largura e 3 cm de altura. Qual o número de doces necessários para o preenchimento total da caixa fabricada?

Volume da caixa

V = 40 * 20 * 15

V = 12000 cm³

Volume do doce

V = 8 * 4 * 3

V = 96 cm³

Número total de doces armazenados na caixa

12000 / 96 = 125

Serão armazenadas 125 barras de doces na caixa com as dimensões fornecidas

3- As medidas das arestas de um paralelepípedo retângulo são proporcionais a 2, 3 e 4. Se sua diagonal mede 2√29 cm, seu volume, em centímetros cúbicos, é:

a) 24
b) 24√29
c) 116
d) 164
e) 192

As dimensões desconhecidas serão chamadas de x, y e z. Portanto: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$.

Realizando $w = \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \rightarrow$ x = 2w, y = 3w e z = 4w.

A diagonal de um paralelepípedo é determinada pela expressão: $d = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

$$2\sqrt{23} = \sqrt{(2w)^2 + (3w)^2 + (4w)^2}$$
$$2\sqrt{29} = \sqrt{4w^2 + 9w^2 + 16w^2}$$
$$2\sqrt{29} = \sqrt{29w^2}$$
$$2\sqrt{29} = w\sqrt{29}$$
$$w = \frac{2\sqrt{29}}{\sqrt{29}}$$
$$w = 2$$

$x = 2w \rightarrow x = 2 * 2 \rightarrow x = 4$

$y = 3w \rightarrow y = 3 * 2 \rightarrow y = 6$

$z = 4w \rightarrow z = 4 * 2 \rightarrow z = 8$

Sabendo que as medidas são 4, 6 e 8, temos que o volume será dado por:

V = 4 * 6 * 8
V = 192 cm³

Resposta correta: item e.

4- A área total de um cubo cuja diagonal mede 5√3 cm é:

a) 140 cm²
b) 150 cm²
c) 120√2 cm²
d) 100√3 cm²
e) 450 cm²

A diagonal de um cubo pode ser calculada através da seguinte expressão matemática: d = a√3. Foi fornecido que a medida da diagonal do cubo é 5√3, então:

$$d = a\sqrt{3}$$
$$5\sqrt{3} = a\sqrt{3}$$
$$a = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$
$$a = 5$$

A medida da aresta desse cubo mede 5 cm. Dessa forma, cada face do cubo medirá:

$A = 5 * 5$

$A = 25\ cm^2$

Sabendo que o cubo possui 6 faces laterais temos:

Área Total: $6 * 25$

Área Total: $150\ cm^2$

A área total do cubo com diagonal medindo $5\sqrt{3}$ cm é igual a $150\ cm^2$.

Resposta correta: item b.

5- Um prisma de base quadrangular possui volume igual a $192\ cm^3$. Determine sua altura sabendo que ela corresponde ao triplo da medida da aresta da base.

Aresta da base: x cm

Altura: 3x cm

Volume: 192

$V = x * x * 3x$

$3x^3 = 192$

$x^3 = 192/3$

$x^3 = 64$

$x = 4$

Altura: $3 * 4 = 12$ cm

A altura do prisma de base é correspondente a 121 cm.

6- Em uma piscina retangular com 10 m de comprimento e 5 m de largura, para elevar o nível de água em 10 cm são necessários:

a) 500 l de água
b) 5 000 l de água
c) 10 000 l de água

d) 1 000 l de água
e) 50 000 l de água

A medida correspondente a 10 cm forma um paralelepípedo de medidas 10 m, 5 m e 10 cm. Transformando 10 cm em metros temos 0,1. Dessa forma:

V = 10 * 5 * 0,1
V = 5 m³
V = 5000 litros

Resposta correta: item b.

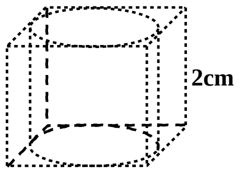
Exercícios complementares

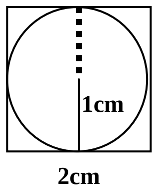
01) O diâmetro da base de um cilindro reto é 12 cm e a altura é 5 cm. Calcule sua área total.

02) Quantos litros comportam, aproximadamente, uma caixa-d'água cilíndrica com 2m de diâmetro e 70 cm de altura?

03) Um reservatório para álcool tem a forma de um cilindro reto com 16m de altura e 8m de diâmetro da base. Qual a capacidade, em litros, do reservatório?

04) Determine o volume do cilindro inscrito num cubo de aresta 2 cm.





05) Deseja-se construir uma caixa-d'água em forma de cilindro reto, de 1,6m de raio e cuja capacidade seja de 20000 litros. Qual deve ser aproximadamente a altura dessa caixa-d'água?

06) Calcule a área lateral e a área total de um cilindro equilátero de 20m de raio.

07) Um cilindro eqüilátero tem 54π cm^3 de volume. Calcule a sua área lateral.

AVALIAÇÃO

- O aluno deverá diferenciar os cilindros dos prismas;
- Indicar se os alunos são capazes de verbalizar e definir os conceitos;
- Identificar e produzir exemplos contextualizados, aplicabilidade dos conceitos no cotidiano do aluno;
- Avaliar a capacidade do aluno em usar as informações e se conseguem uma aplicabilidade em situações que requeiram raciocínio e pensamento criativo, além de saber se são capazes de utilizar a matemática para comunicar ideias;
- A avaliação deve analisar a predisposição dos alunos em face dessa ciência e o modo como a valorizam.
- Avaliação da potencialização do aluno em calcular área da base, área lateral , área total e volume.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

1- Dante, Luiz Roberto ,Matemática, volume único: 1ª ed.-São Paulo : Ática ,2005.

2 - http://www.infoescola.com/geometria-espacial/cilindro/;

3 - http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial14.php;

4 - http://professorwaltertadeu.mat.br/listterccilindro.doc;

5 - http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=73;

6 - http://www.somatematica.com.br/areas.php.

;