FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ/ CONSÓRCIO CEDERJ
SEEDUC/RJ

MATEMÁTICA 2º ANO/ 4° BIMESTRE 2014

PLANO DE TRABALHO

ASSUNTO: SISTEMAS LINEARES

TAREFA 1

Cursista: CLÁUDIA GOMES DE SOUZA
Tutor: SUSI CRISTINE BRITTO FERREIRA
Grupo: 1

Santo Antônio de Pádua - RJ

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO..3

DESENVOLVIMENTO...5

AVALIAÇÃO NO PLANO DE TRABALHO...............................29

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS...30

INTRODUÇÃO

> *Creio que o principal objetivo da educação deve ser encorajar os jovens a duvidarem de tudo aquilo que se considera estabelecido. O importante é a independência do espírito.*
>
> Bertrand Russel

Neste plano, o conteúdo Sistemas Lineares será abordado à partir de uma introdução do livro texto que faz menção a aplicação distribuição de energia em grandes centros e em seguida apresenta uma situação-problema envolvendo equações lineares, as demais atividades apresentam-se de forma contextualiza e em seguida são propostas outras para avaliação da compreensão e conhecimentos adquiridos pelos alunos, é importante que o aluno construa seus conceitos matemáticos estabelecendo relações com situações que o rodeiam. A Matemática é uma ferramenta importante para que o aluno exerça sua cidadania e tenha uma postura crítica quanto às informações recebidas dos meios de comunicação e em situações que exigem sua leitura interpretativa de contextos matemáticos. Flash Matemático, Elo Matemática sobre um conteúdo são propostas pedagógicas que apresenta ao aluno reflexões para estimular a aprendizagem ampliando seus conhecimentos além do saber escolar.

Com o uso de recursos tecnológicos: computador e multimídias, a calculadoras comum ou científica os alunos serão estimulados a conhecer as tecnologias desenvolvidas para dinamizar o ensino da Matemática. Elas auxiliam a aprendizagem e ajudam na visualização de propriedades da Matemática essenciais para a construção do saber e do pensar matemático.

As situações-problema que introduzem os conceitos abordados serão retiradas do livro texto adotado e de algumas sugestões do fórum de discussão do Curso de Formação Continuada, assim como as demais atividades de compreensão e aplicação dos conceitos dados. Serão usados textos complementares que acrescentarão a discussão sobre a situação apresentada nas situações-problema conforme as fontes destacadas. Os alunos precisam ser incentivados e motivados durante as atividades propostas, alguns somente as realizam se eu interferir, e outros mesmo com atendimento individual e até com a monitoria de outros colegas as realizam parcialmente.

Este terá a duração de 08 aulas num total de 400 minutos distribuídas em módulos de 50 minutos..

DESENVOLVIMENTO

SISTEMAS LINEARES

- Habilidades: Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática. Resolver problemas utilizando sistemas lineares.
- Pré-Requisitos: Equação do 1º grau, representação gráfica de uma equação do 1º grau com duas incógnitas, Método da adição ou substituição para a resolução de sistemas, Resolução de um sistema de equações 2x2, Determinante de ordem 2 e 3.
- Duração: 8 AULAS : 400 min
- Recursos educacionais utilizados: livro texto, folha de atividade, computador, data show.
- Organização da turma: em grupos de três alunos ou duplas.
- Cuidados especiais: agendar o uso do computador com projetor de multimídia integrado para ser levado à sala de aula.
- Objetivos: Estudar a linguagem matemática dos sistemas em situações da vida cotidiana. Reconhecer a importância dos sistemas como ferramenta para a resolução de problemas em outras ciências. Representar e resolver situações-problema por sistemas lineares, reconhecer e classificar sistemas lineares, apresentar sistema linear em forma de equação matricial e vice-versa, aplicar a regra de Cramer e o método do escalonamento na resolução de sistemas lineares.
- Avaliando: Ler e interpretar diferentes linguagens e representações de resolução de sistemas lineares, a interpretação correta das atividades propostas, se interage no grupo expondo suas opiniões e respeitando as demais propondo questionamentos caso ache necessário. O interesse e a participação na discussão e atividades, as contribuições dadas, a resolução das atividades.
- Metodologia adotada: Num primeiro momento os alunos serão levados a recordar o conteúdo aprendido no ensino fundamental e revisado no 1 ano do ensino médio através da resolução de equações lineares e sistemas do 1 grau com duas incógnitas, busca-se a autonomia do aluno para uma melhor aprendizagem. As atividades contextualizadas têm por objetivo

motivar e desafiar os alunos. Procura-se ao longo de questões mais desafiadoras mediar as dificuldades prevendo que os alunos possam se sentir desmotivados e desistam da resolução. Os exercícios do livro texto têm como proposta revisar e fixar os conteúdos. Espera-se buscar relações e mostrar aos alunos que os conteúdos matemáticos se complementam por isso é muito importante os conhecimentos aprendidos até o momento. Busca-se motivar a leitura e interpretação ao propor as atividades que envolvem situações problema envolvendo expressões e equações algébricas, esclarecendo que nas resoluções de problemas no nosso cotidiano também fazemos uso da leitura e da compreensão do enunciado que permitem depois sua resolução por meio de equações oriundas das expressões obtidas. A atividades avaliativa serve para montar estratégias de recuperação, com vistas a elucidar dúvidas e garantir a aprendizagem do conteúdo. As questões selecionadas dos Roteiros de Ação e retiradas do fórum buscam a análise, observação, cálculos pelos alunos, de modo que eles reflitam e aprendam mediante suas construções e os questionamentos de erros nas questões, e relacionem aos erros que talvez eles poderiam também cometer seja por falta de atenção ou pré-requisitos.

ATIVIDADE 1

INTRODUÇÃO AO ESTUDO DE SISTEMAS LINEARES

(Texto adaptado do Livro texto Conexões com a matemática, vários autores, ed. Moderna p.268 e 269).

O **Operador Nacional do Sistema Elétrico** (**ONS**) é uma entidade brasileira de direito privado sem fins lucrativos que é responsável pela coordenação e controle da operação das instalações de geração e transmissão de energia elétrica do Sistema Interligado Nacional (SIN), sob a fiscalização e regulação da Agência Nacional de Energia Elétrica (Aneel) do Brasil.

Missão: Operar o Sistema Interligado Nacional de forma integrada, com transparência,eqüidade e neutralidade, de modo a garantir a segurança, a continuidade e a economicidade do suprimento de energia elétrica no país.

Fonte: Texto: http://pt.wikipedia.org/wiki/Operador_Nacional_do_Sistema_El%C3%A9trico

Imagem:http://www.ons.org.br/images/educativo/galeria_fotos/Sala%20de%20Controle%20do%20CNOS_Brasilia.jpg acesso em 30 de setembro de 2014.

Você já conhece os métodos da adição e da substituição para a resolução de sistemas.

Veremos neste capítulo os métodos de Cramer e do escalonamento. O primeiro, embora pouco prático para sistemas com muitas equações e variáveis, tem importância teórica. O segundo, também chamado de método da eliminação de Gauss-Jordam, guarda semelhanças com o método da adição e **constitui uma poderosa ferramenta para a resolução, feita com computadores, de problemas complexos, como o de distribuição de energia elétrica nos grandes centros urbanos.**

Contudo, antes de estudar esses métodos, começaremos com algumas definições importantes.

1- Equações Lineares

Problema 1:

Fonte:Imagem http://img1.mlstatic.com/s_MLB_v_O_f_425606557_2021.jpg e questão retirada do livro Matemática ensino médio, 2004, Smole e Diniz p. 122 e 123)

Por questões de segurança, o "peso" máximo que um elevador de determinado edifício pode transportar é de 600kg.

Pretende-se transportar nesse elevador dois tipos de caixotes: um de 60kg e outro de 20kg.

Quantos caixotes de cada tipo poderão ser transportados de cada vez, aproveitando ao máximo "o peso" que o elevador pode carregar?

Resposta e discussão: x = n. de caixotes de 60 kg e y = n. de caixotes de 20 kg a equação 60x+20y = 600, possíveis soluções: (5,15), (10,0), (2,5; 22,5) sendo esta última solução da equação não viável para o problema.

Problema 2

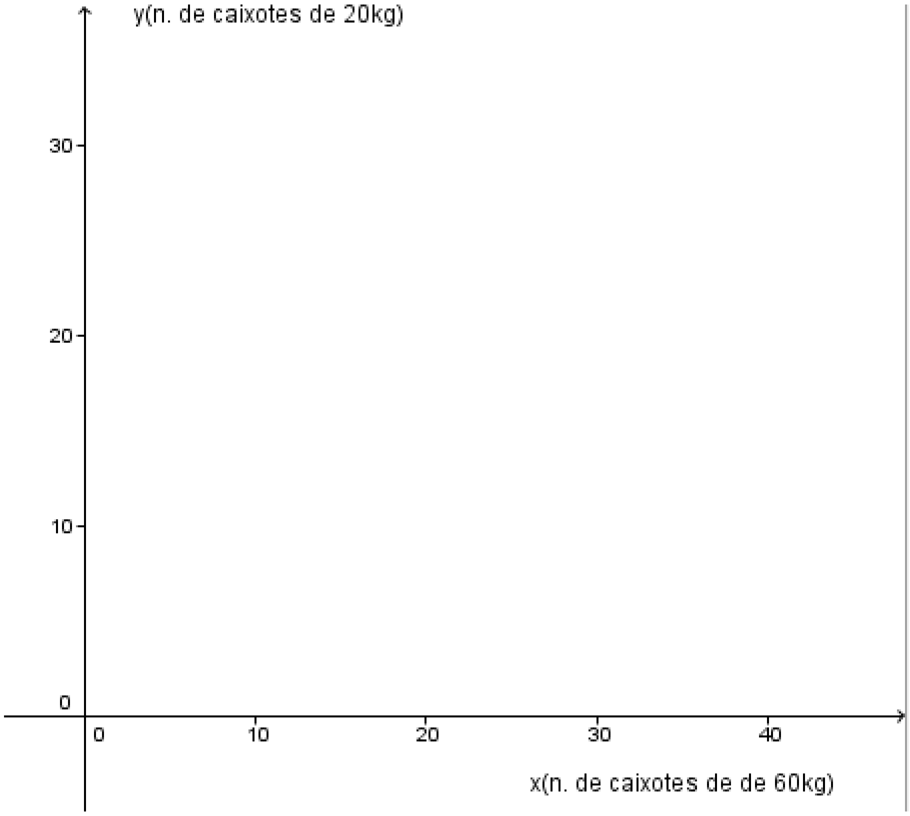
Encontre todas as soluções para o problema proposto acima.

I) Como você poderia transformar a equação 60x + 20y = 600 em outra mais simples? Espera-se que o aluno perceba que os termos são divisíveis por 20 e encontrem 3x + y = 30.

II) Dada a tabela abaixo organize e calcule as possíveis soluções para este problema, sabemos que a equação tem infinitas soluções mas já analisamos que solução do tipo (2,5; 22,5) não convém, então mãos à obra!

x	y	Soluções
0	**30**	**3.0 + 30 = 30 ou (0,30)**

Represente graficamente as soluções da equação:



(Plano cartesiano feito no Geogebra pelo autor do plano)

III) Suponha que se pretendam transportar, no elevador citado acima caixotes de 10 kg e 30 kg (Lembre-se peso máximo 600kg).

a)É possível transportar 30 caixotes de 10 kg e 10 de 30kg?

b)E 15 de 10kg e 15 de 30kg?

c)Dê um par de números que seja solução desse novo problema.

d)Traduza esse problema por meio de uma equação.

2 - SISTEMAS LINEARES 2 X 2

(Livro texto Conexões com a Matemática v. 2 ed. Moderna p.233 e 234)

Muitos problemas da ciência e dos negócios, quando transcritos para a linguagem matemática, resultam em sistemas de equações.

Em alguns casos podemos organizar os coeficientes das equações em tabelas, para facilitar os cálculos. Essas tabelas são chamadas matrizes.

Teste seus conhecimentos prévios

Sandra e Valmir, artesões de instrumentos musicais, montaram uma microempresa. Valmir pretende dedicar 40 horas semanais nessa empreitada, e Sandra, 35 horas semanais. Sabendo que caberá a Valmir 80% do serviço de construção dos instrumentos e 40% do atendimento ao público:

a)montem uma tabela indicando as porcentagens de serviço relacionadas com as atividades (construção e atendimento) que caberão a cada um deles;

b)montem um sistema de equações relacionando as variáveis: horas semanais demandadas por construção (c) e horas semanais demandas por atendimento (a);

c)resolvam o sistema obtido em b e descubram quantas horas semanais Sandra dedica à construção de instrumentos.

Frequentemente nos deparamos com situações-problema cuja resolução pode ser iniciada com a tradução de seus dados, para a linguagem matemática, por meio de um sistema de equações.

Leia, como exemplo, a situação a seguir:

Uma equação química está balanceada quando o número de átomos dos reagentes é igual ao número de átomos dos produtos. Podemos fazer o balanceamento pelo método algébrico: resolvendo um sistema de equações lineares.

Considere a reação de combustão do gás metano, representada pela equação:

(Reagentes) CH_4 + O_2 → CO_2 + H_2O (Produtos)

N. de átomos

Carbono (C):1 Carbono(C):1

Hidrogênio(H):4 hidrogênio(H):2

Oxigênio(O):2 Oxigênio(O):3

Para balancear a equação, multiplicamos cada substância por uma incógnita,

aCH_4 + bO_2 →cCO_2 + dH_2O

e assim formamos um sistema de equações lineares:

- Carbono .... a = c
- Hidrogênio........... 4a = 2d
- Oxigênio.............. 2b = 2c + d

$$\begin{cases} a = c \\ 4a = 2d \\ 2b = 2c + d \end{cases}$$

Agora, é com vocês...

Para balancear a equação $NH_4NO_3 \rightarrow N_2O + H_2O$, multiplicamos cada substância por uma incógnita e assim formamos um sistema de equações lineares, monte você esse sistema.

SOLUÇÃO DE UM SISTEMA LINEAR

Fonte: Uma situação apresentada no livro texto Matemática Ensino Média de Smole e Diniz, 4 ed. P. 126, muito comum que faz alusão ao termo promoção:

"Aproveite, queima de estoque"

"Promoção, não perca!"

João e Ana resolveram aproveitar os saldos de uma livraria para comprar livros e DVDs. João gastou R$ 100,00 comprando 1 livro e 4 DVDs. Ana, por sua vez, comprou 2 livros e 3 DVDs, gastando ao todo R$90,00.

Quando Luiz perguntou a eles quanto tinham pago em cada livro e em cada DVD eles não souberam dizer. Apenas se lembravam de que todos os livros eram vendidos pelo mesmo preço e que os DVDs, embora mais caros, também tinham preço único.

Afinal, quanto custou cada livro e cada DVD que João e Ana compraram?

Vamos resolver os sistemas de três formas: pelo método da adição, método da substituição e representação gráfica.

Atividades

1)Resolva os sistemas: a)$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ b)$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$

Faça a representação gráfica da solução desses sistemas.

2)As retas r e s são, respectivamente as representações gráficas das equações mx – 2y = 2 e x + ny = 6.

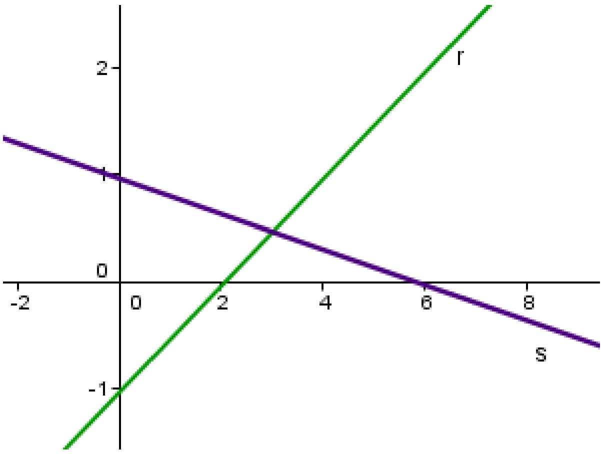


Figura construída no gegebra pelo autor desse PT.

Determine m, n e as coordenadas do ponto de interseção das retas.

3)Alguns alunos faziam prova em uma sala. Em dado momento, 5 meninas terminaram e saíram da sala, ficando o número de meninos igual ao dobro do número de meninas. Depois de alguns minutos, 7 meninos terminaram a prova e saíram, ficando na sala o mesmo número de meninas e de meninos. Determine o número total de alunos que fazia a prova nessa sala.

4)Misturam-se dois tipos de leite – um com 2% de gordura, outro com 4% de gordura -, para obter, ao todo, 80 litros de leite com 2,5% de gordura. Quantos litros de leite de cada tipo foram misturados?

5)No plano cartesiano abaixo estão representadas duas retas. Uma delas é dada pela equação x – y = 0, e a outra pelas intersecções com os eixos coordenados.

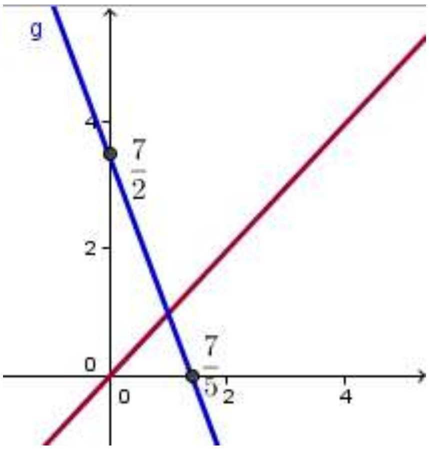


Figura construída no gegebra pelo autor desse PT.

a)Determine a equação da outra reta.

b)Qual é a solução do sistema formado pelas duas equações? O que ela representa no plano cartesiano.

REVISANDO NOSSA AULA

Resolva os exercícios propostos no livro texto.

VAMOS PENSAR JUNTOS...

Fonte:

http://www.fiar.com.br/revista/pdf/1347464542APLICAES_PRTICAS_DE_SISTEMAS_DE_EQUAES_LINEARES5050ad5e9dc99.pdf , sugerida pela tutora Susi Cristine em nosso fórum 1 sobre sistemas lineares.

APLICAÇÕES:

1)Observe o seguinte problema aplicado na administração de uma empresa:

(UEL-PR) Um comerciante varejista comprou 80 calças de dois tamanhos diferentes, pequeno e médio, gastando R$ 4.300,00. Cada calça de tamanho pequeno custou R$ 50,00 e cada calça de tamanho médio custou R$ 60,00. Quantas calças de tamanho pequeno e médio, respectivamente, ele comprou? [...] (DANTE, 2008, p.402).

Resposta: Sendo o y a quantidade de calças de tamanho pequeno e x a quantidade de calças de tamanho médio, então, ele comprou 30 calças de tamanho pequeno e 50 calças de tamanho médio.

2) Um exemplo prático de como aplicar Sistemas de Equações Lineares à

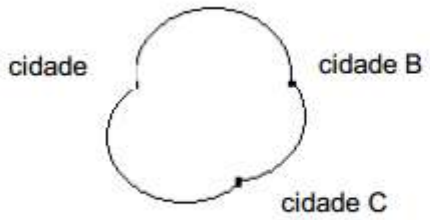
saúde.

(FMTM-MG) Três pacientes usam, um conjunto, 1830 mg por mês de um certo medicamento em cápsulas. O paciente A usa cápsulas de 5 mg, o pacente B, de 10 mg, e o paciente C, de 12 mg. O paciente A toma metade do número de cápsulas de B e os três tomam juntos 180 cápsulas por mês. O paciente C toma um número de cápsulas por mês igual a: [...] (DANTE, 2006, p. 218, grifos do autor).

Resposta: O paciente C toma 90 cápsulas.

3) Aplicado à Física é possível calcular a distância entre determinados pontos, como demonstrado no exemplo abaixo.

(UFF-RJ) As ligações entre as cidades **A**, **B** e **C** figuram num mapa rodoviário:



Seguindo esse mapa, uma pessoa que se deslocar de **A** para **C**, passando por **B**, percorrerá 450 km. Caso a pessoa se desloque de **A** para **B**, passando por **C**, o percurso será de 600 km. Para se deslocar de **B** para **C**, passando por **A**, a pessoa vai percorrer 800 km. Determine quantos quilômetros essa pessoa percorrerá ao se deslocar de **A** para **B**, sem passar por **C** (DANTE, 2006, p. 223, grifos do autor).

Resolução: Todo o percurso é de 925 km, diminuindo a distância de A para B passando por C que é de 600 km restará apenas a distância de A para B, então: 925 – 600 = 325.

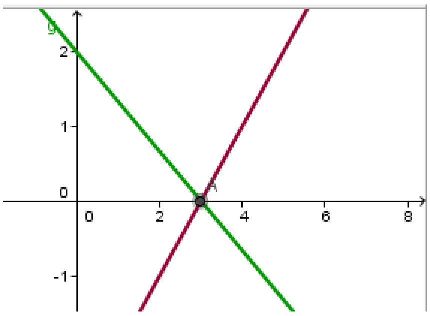
Portanto a distância de A para B sem passar por C é de 325 km.

3-CLASSIFICAÇÃO DE UM SISTEMA LINEAR

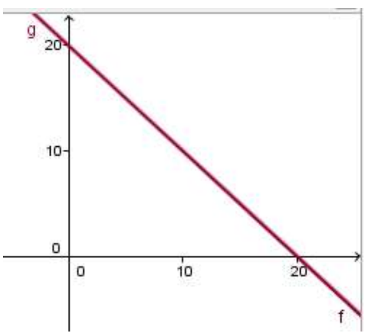
1)Represente os sistemas graficamente (faça um esboço utilizando a raiz e o ponto de intersecção com o eixo y):

a)$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$ b)$\begin{cases} x + y = 20 \\ 4x + 4y = 80 \end{cases}$ c)$\begin{cases} x + y = 20 \\ 4x + 4y = 60 \end{cases}$

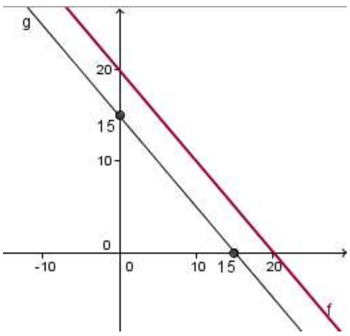
I)De acordo com os gráficos podemos classificar os sistemas em SPD, SPI ou SI, veja:



Sistema possível e determinado (SPD) – uma só solução. As retas são concorrentes (interceptam-se em um único ponto).



Sistema possível e indeterminado (SPI) – infinitas soluções. As retas são f e g são coincidentes, ou seja, elas possuem infinitos pontos em comum.



Sistema impossível (SI) ´- nenhuma solução.
As retas são paralelas distintas, ou seja, as retas não possuem pontos em comum.

Agora classifique os sistemas acima de acordo com a representação gráfica feita por você. a)___________ b)______________ c)___________

II)Vamos resolver os sistemas pelo método da adição interpretando as soluções.

Exercícios complementares do livro texto.

4. REGRA DE CRAMER

A regra do matmático suíço Gabriel cramer (1704-1752) possibilita obter valores das incógnitas do sistema pelo uso direto de seus coeficientes. Porém,só pode ser aplicada se o determinante da matriz incompleta não for nulo (caso SPD). Para sistemas com muitas equações e incógnitas, veremos processos de resolução menos trabalhosos.

Vamos resolver os sistemas pela regra de Cramer:

a)$\begin{cases} 5-2(y+x)=3 \\ 1+3(y-x)=7 \end{cases}$ b)$\begin{cases} 3x+4y-z=-1 \\ -x+2y+z=-3 \\ 2x+5z=2 \end{cases}$

Para Refletir

O determinante D é obtido da matriz associada incompleta. Como os determinantes Dx e Dy foram obtidos?

1)Em um supermercardo, há três marcas de cestas básicas, A, B e C, cada uma contendo macarrão, arroz e feijão. As cestas diferenciam-se não pelo conteúdo, mas pela quantidade desses probutos, assim distribuídos:

- Cesta A: 3 pacotes de macarrão, 1 de arroz e 2 de feijão;
- Cesta B: 5 pacotes de macarrão, 2 de arroz e 3 de feijão;
- Cesta C: 2 pacotes de macarrão, 1 de arroz e 3 de feijão;

Sabendo que os preços das cestas são respectivamente, R$ 20,00, R$35,00 e R$ 21,00, qual é o valor do pacote de cada produto citado?

2)A soma das idades de Pedro e Maira é 22, e a soma das idades de Pedro e Iara é 23. Qual é a idade de Iara se a soma de sua idade com a de Maria é 25?

Exercícios Complementares no livro texto pág. 281

5- ESCALONAMENTO DE SISTEMAS LINEARES

Para resolver e classificar sistemas lineares, além de métodos já vistos, podemos recorrer ao processo de escalonamento, ou método da eliminação de Gauss- Jordan. Antes de estudar o método propriamente, veremos o que são sistemas escalonados e o modo de resolvê-los e classificá-los.

Serão resolvidos e apresentados os exemplos e atividades do livro texto.

O ELO SISTEMAS LINEARES 3X3 E GEOMETRIA

(Fonte: imagens e adaptações: http://crv.educacao.mg.gov.br/sistema_crv/index.aspx?ID_OBJETO=43136&tipo=ob&cp=994779&cb=&n1=&n2=Roteiros%20de%20Atividades&n3=Ensino%20M%C3%A9dio&n4=Matem%C3%A1tica&b=s, acesso em 18/10/2014; texto: **: Livro Matemática do ensino médio Kátia S. Smole e Maria I. Diniz, conforme bibliografia p. 137 e 138).**

"Nos itens anteriores relacionamos sistemas lineares 2x2 a retas representadas no plano cartesiano. Vimos que as soluções dos sistemas correspondem às posiões entre essas retas:

- **Retas concorrentes ---- sistema possível e determinado com solução única;**
- **Retas paralelas ---------- sistema impossível e sem solução;**
- **Retas coincidentes ----- sistema possível e indeterminado com infinitas soluções.**

Um sistema 3x3 pode ser associado a três planos no espaço, cada um deles correspondendo a uma das equações.

E quais são as possíveis posições de três planos no espaço?"

Para responder essa questão e classificar os sistemas em SPD, SPI ou SI, vamos analisar as imagens de planos no espaço conforme a ordem que aparecem as imagens e suas respctivas informações, respondendo sobre o número de soluções e logo a seguir conclua com correta classificação.

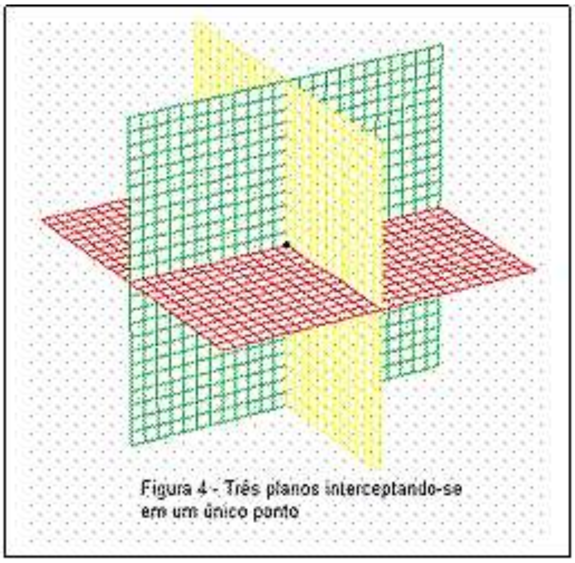


Figura 4 - Três planos interceptando-se em um único ponto

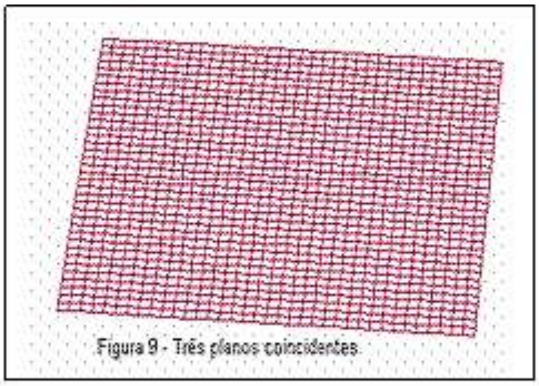


Figura 9 - Três planos coincidentes

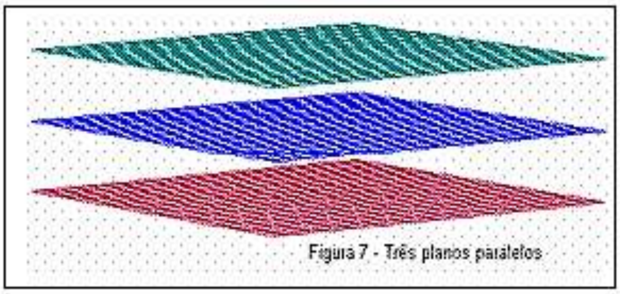
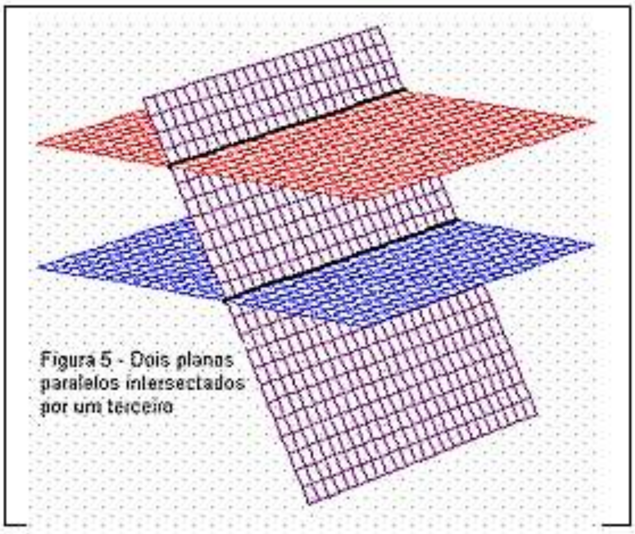
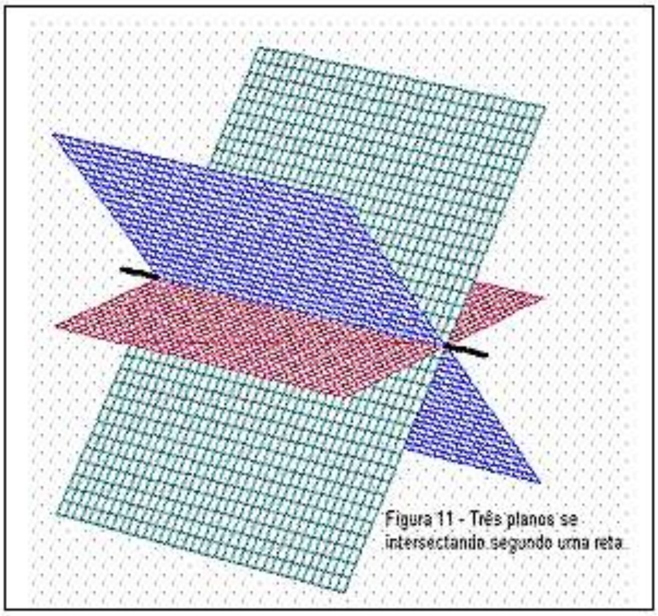
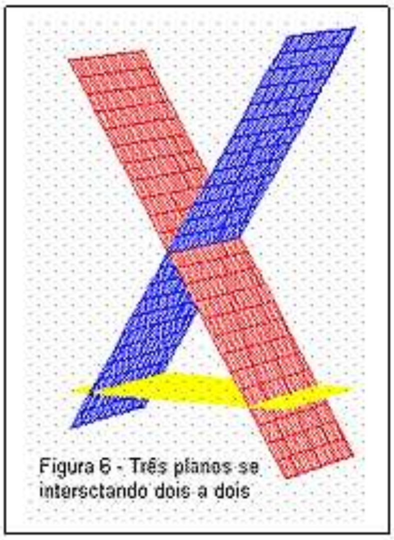


Figura 7 - Três planos paralelos







Quais as possíveis posições de três planos que correspondem a um sistema de três equações e três variáveis?

a) com infinitas soluções?

b) sem solução?

c) com solução única?

Resposta esperada:

a) Figuras 9, 10 e 11. b) Figuras 5, 6, 7 e 8 c) Figura 4.

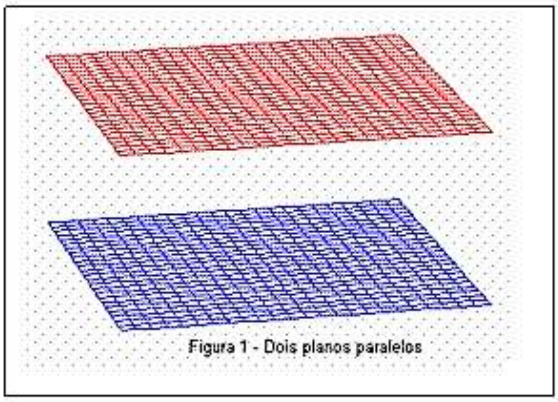


Figura 1 - Dois planos paralelos

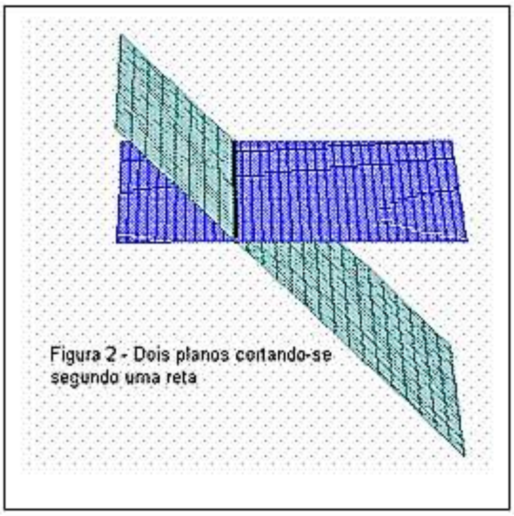


Figura 2 - Dois planos cortando-se segundo uma reta

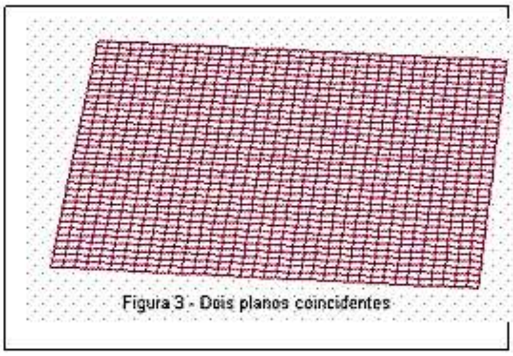


Figura 3 - Dois planos coincidentes

Quais as possíveis posições de dois planos que correspondem a um sistema de duas equações e três variáveis?

a) com infinitas soluções?

b) sem solução?

c) com solução única?

Respostas esperadas:

a) Figuras 2 e 3. **b) Figura 1.** **c) Não existe.**

FLASH MATEMÁTICO

(Fonte: Livro Matemática do ensino médio Kátia S. Smole e Maria I. Diniz, conforme bibliografia p. 186- ADAPTADO)

Carl Friedrich Gauss

"Talvez tenha sido o último gênio a dominar toda a Matemática. Durante sua vida (1777-1855), estima-se que a Matemática se desenvolveu mais do que e todos os séculos anteriores. ..."(Fonte: BERGAMINI, David. As matemáticas. RJ: José Olympio, 1965.)

1) Método da Eliminação de Gauss (forma escalonada)

2)Teorema ou regra de Cramer

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 5y = 19 \end{cases} \Longrightarrow \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 19 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 23 \qquad D_1 = \begin{vmatrix} -6 & -4 \\ 19 & 5 \end{vmatrix} = 46$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ 2 & 19 \end{vmatrix} = 69 \qquad x = \frac{D_1}{D}, y = \frac{D_2}{D}$$

http://fatosmatematicos.blogspot.com/

Fonte: http://1.bp.blogspot.com/_ssMz_adI0gA/SwdcRX2GI_I/AAAAAAAAA9M/0xjZYTRW-bw/s1600/cramer1.jpg

"Gabriel Cramer (1704-1752) Professor de matemática suíço nascido em Genebra, que publicou a famosa regra de Cramer para solução de equações (1750), no Introduction a l'analyse des lignes courbes algebriques. ... Manteve permanente e extensa correspondência com os principais matemáticos de sua época, foi eleito Fellow da Royal Society (1749) e morreu três anos depois, em Bagnols-sur-Cèze, França."

Fonte: http://www.colegioweb.com.br/trabalhos-escolares/biografias/comecando-com-a-letra-g/gabriel-cramer.html#ixzz3GhnhUb33

3)Teorema de Laplace (recomenda-se para o cálculo de determinantes de matrizes quadradas de ordem 4x4 ou maiores)

Pierre Simon, Marquês de Laplace.

"Físico, matemático e astrônomo francês, Laplace (1749-1827) pesquisou mecânica celeste, eletromagnetismo e probabilidade, e ficou mais conhecido por sua hipótese da origem do mundo, que leva seu nome. ... Ele é nos dias de hoje, lembrado como um dos maiores cientistas de todos os tempos (às vezes, chamado de Newton francês ou Newton da França) com uma fenomenal capacidade matemática natural sem par entre os seus contemporâneos...."

Fonte: **https://encrypted-tbn2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcTs_DhUAuIq-MmvYlgLI63rafZU_vuAx8-3h_JVTsNKpDK11rSX**

CRAMER E LAPLACE OU ESCALONAMENTO OU ...

Com o que foi estudado até aqui sobre resolução d sistemas lineares é importante elaborarmos uma pequena síntese dos métodos de resolução e suas limitações para que, frente a um sistema linear, possamos optar pela melhor forma de buscar suas soluções.

Regra de Cramer

- Aplica-se apenas a sistemas lineares $n \times n$ com matriz incompleta **A** quadrada.
- Se $\det A \neq 0$, sabemos que o sistema é possível com solução única e o valor de cada incógnita pode ser calculado como quociente de dois determinantes usando-se a regra de Cramer.
- Essa resolução depende da facilidade ou não do cálculo do determinante de **A** e, no caso de matrizes de ordem 4×4 ou maiores, o recurso para o cálculo de det A é aplicar o teorema de Laplace.
- Se $\det A = 0$, sabemos, sem precisar resolvê-lo, que o sistema é possível e indeterminado ou impossível, mas a decisão terá de ser tomada usando-se outro método de resolução.

Método de eliminação de Gauss ou escalonamento

- Aplica-se a qualquer sistema linear e consiste em escalonar a matriz completa do sistema.
- O escalonamento transforma a matriz completa em outra equivalente com zeros abaixo da diagonal principal.
- Para escalonar uma matriz, são permitidas as seguintes operações ou uma combinação delas:
  — trocar de lugar duas linhas da matriz;
  — multiplicar ou dividir uma linha da matriz por um número não-nulo;
  — adicionar duas linhas da matriz, termo a termo, substituindo uma dessas linhas pela soma obtida.

Análise das equações do sistema

Em alguns casos é possível decidir sobre a resolução do sistema analisando-se as equações. Por exemplo:

$$\begin{cases} x = 2y - 3z \\ x + y + z = 6 \\ -2x + y - z = 5 \end{cases}$$

Nesse caso é mais simples substituir na segunda e terceira equações o valor de **x** dado na primeira e reduzir o sistema a um sistema 2×2 em **y** e **z**.

$$\begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x + 4y - 2z = 10 \\ -3x - 6y + 3z = -15 \end{cases}$$

Aqui observamos que as três equações são a mesma. A segunda equação é obtida multiplicando-se a primeira por 2 e a terceira corresponde à primeira equação multiplicada por -3.

Temos, então, um sistema com uma equação e três incógnitas. Daí, para cada valor atribuído a duas variáveis é possível calcular a terceira. Temos, assim, um sistema possível e indeterminado, com infinitas soluções dadas por todos os ternos (x, y, z) tais que $x + 2y - z = 5$.

Relembrando o **Flash matemático** da Unidade 4, vemos que este é o caso de um único plano no espaço com todos os seus pontos satisfazendo as equações do sistema.

$$\begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x + 4y - 2z = 10 \\ -x - 6y + 4z = 15 \end{cases}$$

Aqui observamos que as duas primeiras equações são a mesma, enquanto a terceira equação não é equivalente às anteriores.

Temos um sistema com duas equações e três incógnitas, o que implica que o sistema pode ser possível e indeterminado ou impossível, dependendo da terceira equação.

Voltando a interpretar essa situação geometricamente, temos dois planos que se interceptam numa reta ou dois planos paralelos. No primeiro caso, teremos infinitas soluções e, no segundo, nenhuma solução para o sistema.

Termine a resolução desse sistema para decidir sobre suas soluções.

C.E. PEDRO BAPTISTA DE SOUZA

ATIVIDADES DE AVALIAÇÃO: SISTEMAS LINEARES

PROF. CLAUDIA GOMES TURMAS: 2001 E 2002

NOME:_______________________________________

1)(Roteiro de ação 1- questão 03)

3. William tentou resolver o sistema $\begin{cases} x = 10 - 2y \\ y - x = 5 \end{cases}$. Ele substituiu x por 10 – 2y na segunda equação e fez y – 10 – $2y$ = 5, encontrando y = -15. Substituindo y = – 15 na primeira equação encontrou x = 40. Mas a resposta não satisfaz o sistema.
O que William fez de errado?

2) **(Roteiro de ação 1- questão 04)**

4. Usando tentativa e erro, Marcos encontrou a solução do sistema $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2(x + y) = 6 \end{cases}$ como sendo x= 1 e y =2. Você concorda? Explique sua resposta.

3**)(Roteiro de ação 4 – questão 1)**

1. Associe cada sistema com seu o gráfico correspondente justificando sua resposta:

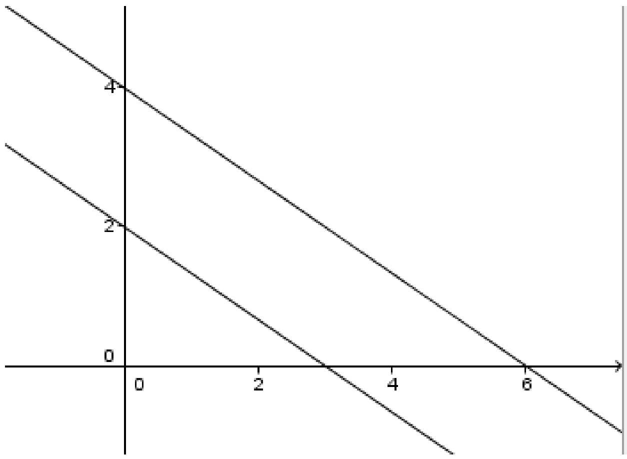
(A) $\begin{cases} 3x - y = 10 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$

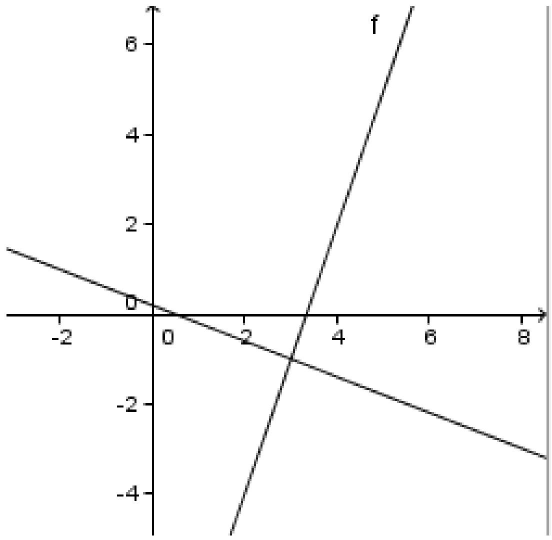
(C) $\begin{cases} 2x - 6y = 8 \\ 3x - 9y = 12 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$

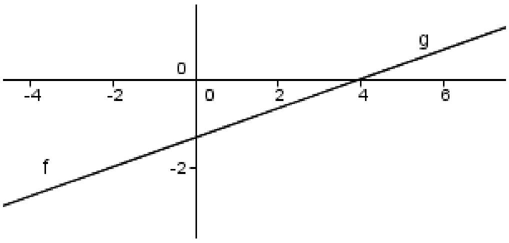
(D) $\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$

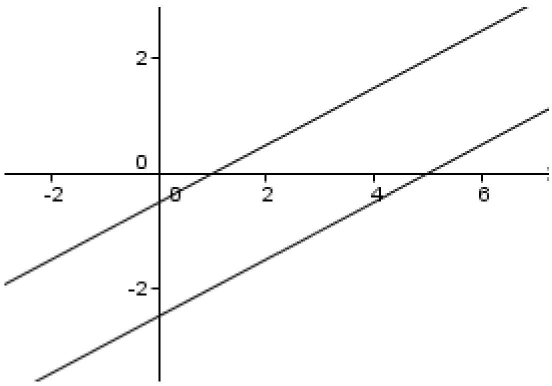
(   ) **(   )**





(   ) (   )





4)(Conexões com a Matemática, p.274-adaptada)

Determine para cada situação apresentada a solução, a classificação do sistema e a representação gráfica.

Em uma loja de tintas, uma máquina mistura látex e corante conforme o pedido do consumidor. Calcular a quantidade de litros de látex e de corante para que a máquina, preenchendo latas de 20 litros, obtenha latas de:

a)R$100,00 sendo o preço do látex R$4,00 e o do corante R$8,00;

b) R$80,00 sendo o preço do látex R$4,00 e o do corante R$4,00;

c) R$60,00 sendo o preço do látex R$4,00 e o do corante R$4,00;

5)Resolva as situações abaixo envolvendo geometria:

i)A soma das medidas dos raios de duas circunferências é 12 e a circunferência menor dá três voltas completas ao redor da maior até voltar à posição inicial A. Qual é o raio de cada uma delas?

ii)Um campo de futebol tem 340m de perímetro. O novo técnico do clube pediu que ele fosse ampliado em 10m no seu comprimento, de modo que este passasse a ser o dobro da largura.

a)Quais eram as dimensões do campo antigo?

b)Quais são as dimensões do novo campo?

iii) **)(Fórum temático 1: por MANUELA COUGIL RIOS - quarta, 15 outubro 2014, 10:09**

Um retângulo tem 36 cm de perímetro. Sabendo que a diferença entre as medidas da base e da altura é de 2 m, calcule a área desse retângulo.

6**)(Smole e Diniz p. 136 n. 19)**

Ao resolver o sistema linear abaixo Humberto cometeu um erro. Analise a resolução dada, descubra o erro e corrija-o:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x + 2y + 3z = 2 \\ 2x - y + z = 2 \end{cases}$$

Isolo x na equação I:

x+y+2z=1

x=1-y-2z

Substituo x por 1 – y – 2z nas equações II e III:

x+2y+3z=2 (II)

1-y-2z+2z+3z=2

y+5z=1 (IV)

2x-y+z=2 (III)

2(1-y-2z)-y+z=2

3y+3z=0 (V)

Resolvo o sistema $\begin{cases} y + 5z = 1 (IV) \\ 3y + 3z = 0 (V) \end{cases}$

Isolando y na equação IV (y=1-5z) e utilizando o valor encontrado na equação V:

3(1-5z)+3z=0

3-15z+3z=0

-12z=-3

Z=$\frac{1}{4}$

Substituo z por $\frac{1}{4}$ em y = 1 – 5z:

Y = 1 – 5z

Y= 1 - $\frac{5}{4}$

Y= - $\frac{1}{4}$

Como x = 1 – y – 2z, faço:

X = 1 + $\frac{1}{4}$ - $\frac{2}{4}$

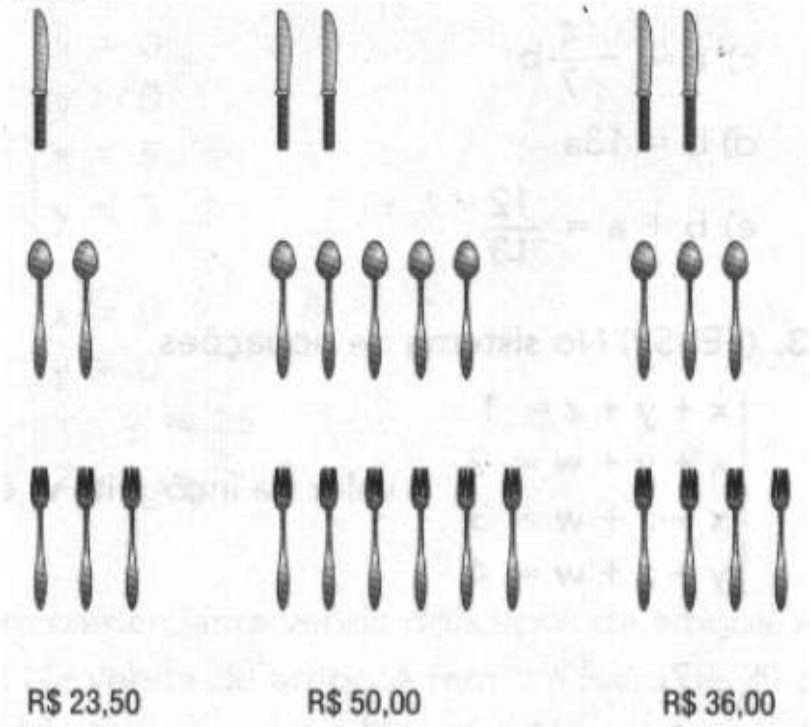
X= $\frac{4+1-2}{4}$

X= $\frac{3}{4}$

S={$\frac{3}{4}$, $-\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$ }

7)**(Forum temático 1: por VANDETE FREIRE DE SOUZA SANTO ANTÔNIO DE PáDUA - sexta, 10 outubro 2014, 14:03**)

(UFES) Examinando os anúncios abaixo, conclua o preço de cada faca, garfo e colher.



As moedas de um determinado pais são de três tipos: de 3g que vale \$10; de 5g que vale \$ 20; e de 9g que vale \$ 50. Uma pessoa tem 100 moedas, num total de 600g, somando \$ 2800. Quantas moedas ela tem de cada tipo?

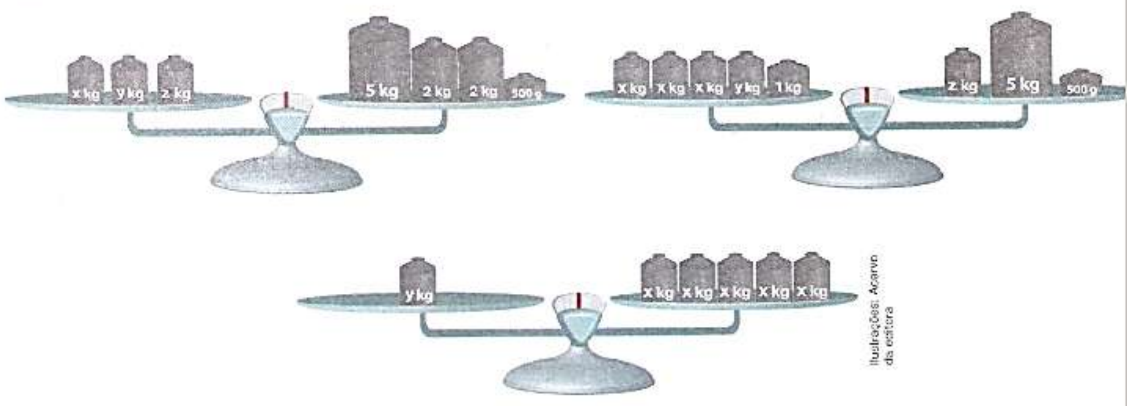
8)**(Forum temático 1: por PATRICIA FURTADO DA ROSA FEITAL DA SILVA . - sábado, 11 outubro 2014, 14:45) - Adaptada**

No aniversário de Alice, a sua mãe Natalia notou que se colocasse 3 cadeiras em cada mesa, sobrariam 14 das cadeiras disponíveis, mas se colocasse 4 em cada, faltariam 8 cadeiras para preencher todos os lugares. Construa o modelo matemático que traduza o problema proposto.

E determine o número de cadeiras e mesas.

9)**(Forum temático 1: por ANGELA MACHADO VERISSIMO ARARUAMA - sábado, 11 outubro 2014, 07:37)**

R6. (Ufla-MG) Calcule os valores dos pesos x, y e z para os quais as balanças estão equilibrada



10)**(Fórum temático 1: por LUANA STÉFANIE SALIN DE ALCANTARA SãO JOãO DE MERITI - domingo, 12 outubro 2014, 19:04)**

O diretor de uma empresa, o Dr. Antonio, convocou todos os seus funcionários para uma reunião. Com a chegada do Dr. Antonio à sala de reuniões, o número de homens presentes na sala ficou quatro vezes maior que o número de mulheres também presentes na sala. Se o Dr. Antonio não fosse à reunião e enviasse sua secretária, o número de mulheres ficaria a terça parte do número de homens. A quantidade de pessoas, presentes na sala, aguardando o Dr. Antonio é

a) 20 b) 19 c) 18 d) 15 e) 14

AVALIAÇÃO NO PLANO DE TRABALHO

Ficam assim quantificados os critérios de avaliação: os exercícios selecionados para a avaliação ao longo do processo somam 1 ponto; o envolvimento e a resolução das atividades mesmo com a resposta errada valerão 0,5 pontos; a atividade avaliativa tem por objetivo uma reflexão do conteúdo tratado e prevê criteriosamente se o aluno consegue analisar, elaborar estratégias de resolução, calcular corretamente as questões levantadas que somam 1,5 pontos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

EDITORA MODERNA. Conexões com a Matemática/Editora responsável Juliane Matsubara Barroso, obra coletiva, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. 1 ed. . São Paulo: Moderna, 2010. v 2.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. Matemática Ensino Médio. 4 ed. Reformulada. São Paulo: Saraiva, 2004. v. 2.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática, volume único.1 ed. São Paulo: Ática, 2009.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática, volume 2 .1 ed. São Paulo: Ática, 2011.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto. Matemática: uma nova abordagem. 1 ed. São Paulo: FTD, 2000. V2.

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. Matemática,1 ed. São Paulo: Ática, 2004.v2.

PROJETO SEEDUC. Fundação CECIERJ. Consórcio CEDEJ. Extensão. Roteiros de Ação: 1, 4, 5. Curso de Aperfeiçoamento 2º ano do Ensino Médio 4º bimestre/2014. Rio de Janeiro, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares do Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 1999.