



PROJETO SEEDUC

TUTOR: SUSI CRISTINE BRITTO FERREIRA

PROFESSORA: CARMEN BEATRIZ L. P. DE M. PACHECO

COLÉGIO ESTADUAL LIDDY MIGNONE- PATY DO ALFERES RJ

TAFERA 1: PLANO DE TRABALHO 4º Bimestre

CAMPO CONCEITUAL: Sistemas Lineares

2º Ano do Ensino Médio Noturno

**“TÃO IMPORTANTE QUANTO O QUE SE
ENSINA E SE APRENDE, É COMO SE
ENSINA E COMO SE APRENDE.”**

(Cesar Coll)



INTRODUÇÃO

Visando uma aprendizagem significativa e abrangente do conteúdo de Sistemas Lineares, este plano de trabalho tem como ponto de partida uma metodologia que permita ao aluno analisar e interpretar às informações apresentadas.

O conteúdo terá início com situação problema, dessa forma o aluno é levado a pensar nos conceitos, nas ideias e nos métodos matemáticos que envolvam tais problemas para que possam desenvolver algum tipo de estratégia na resolução desses problemas. A utilização do software Geogebra como objeto de aprendizagem poderá trazer para a compreensão geométrica dos sistemas de equações lineares com duas equações e duas variáveis, assim como, a aquisição do conhecimento para a interpretação da resolução algébrica dos mesmos.

O desenvolvimento e a organização será em dupla, favorecendo a troca de informações, especialmente a cooperação entre aqueles que tem maior afinidade com os conteúdos matemáticos e os colegas que encontram algumas dificuldades.

Pensando em um bom desempenho das avaliações externas os exercícios propostos contemplam os descritores e as habilidades propostas no Currículo Mínimo e Saerj.



Sistemas de Equações Lineares

Pré requisitos : Equações do 1º grau, representação gráfica de uma equação do 1º grau com duas incógnitas.

Tempo de duração: 4 aulas (200 minutos)

Recursos: Data show, software geogebra, folha de atividade, lápis, borracha e livro didático.

Organização da Turma: Dupla

Objetivos: Resolver um sistema de equações lineares de 2 equações e duas incógnitas algébrica e graficamente.

Correlacionar a representação algébrica de um sistema com sua representação gráfica.

Metodologia: *Os alunos formarão duplas para responder a folha de atividade. Terminada a atividade haverá uma troca de informações para a construção do conhecimento adquirido, anotações, resolução de exercícios e avaliação do aprendizado.*

Descritores associados: Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações problemas para a linguagem matemática. Resolver problemas utilizando sistemas lineares.

Avaliação

A avaliação é o processo pelo qual podemos descobrir se nossas ações e esforços estão contribuindo para o alcance dos objetivos. Nessa perspectiva, o que devemos levar em conta não é somente o aspecto quantitativo, mas também o qualitativo, por meio do qual podemos acompanhar os resultados em função daquilo que se pretende com o aluno, com a escola e com a realidade exterior.

Sendo assim, o aluno será avaliado como um todo, visando principalmente observar seu desenvolvimento e seu progresso.

Serão atribuídos pontos pela dinâmica em sala de aula e pelo envolvimento em todo o desenvolvimento das atividades.

A avaliação será individual, com atividades escritas para a verificação da aprendizagem dos conteúdos.

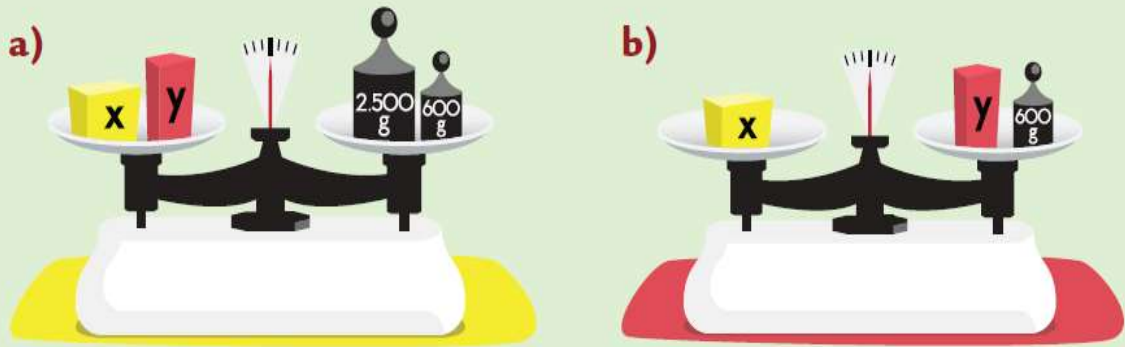
Sistemas de Equações Lineares

Forme uma dupla com seu colega para responder às atividades

Atividade 1

Leia o problema e tente resolvê-lo com a sua dupla:

Foram realizadas as seguintes medidas em uma balança de pratos:

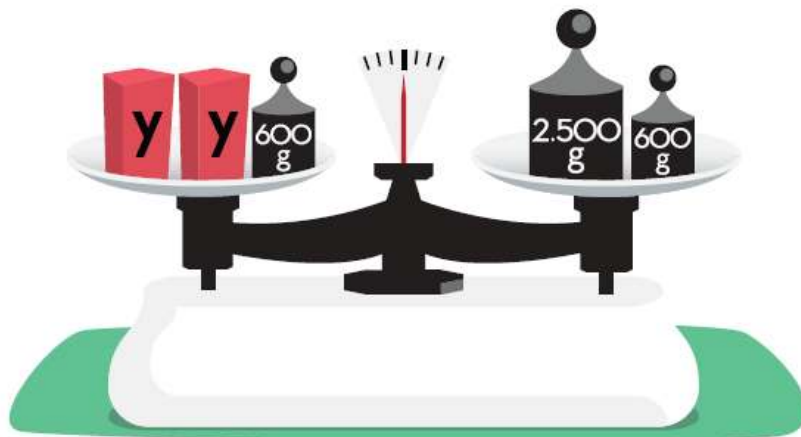


Determine os “pesos” dos dois objetos identificados por x e y .

Escreva as equações que correspondem às medidas ilustradas nas figuras:

- a)
- b)

Para descobrir os valores de X e Y , um aluno, observando as balanças, realizou uma troca. Observe suas representações:



Que troca ele realizou? Por quê?

.....

.....

Como você determinaria os pesos dos dois objetos com base na ação do aluno. Desenhe a próxima etapa.



Escreva, com o uso de equações, as etapas realizadas para determinar os pesos de X e Y.



Escreva um enunciado para um problema resolvido por meio dessas balanças.



Você sabia que o processo utilizado para resolver esse problema é chamado de **método de substituição**? Explique, com suas palavras, por que recebe esse nome.



Atividade 2:

Pedro e Bia foram a um restaurante. Pedro comeu dois lanches de mesmo preço e tomou um suco de laranja, gastando R\$ 21,00. Bia comeu o mesmo tipo de lanche e também tomou um suco de laranja, gastando R\$ 12,10.

- a) Calcule a diferença de gasto e de consumo entre os dois. O que se obteve com essa operação?



- b) Escreva a equação que representa o consumo e o gasto do Pedro.

- c) Escreva a equação que representa o consumo e o gasto de Bia.

- d) Resolva o problema algebricamente. Subtraia as equações membro a membro.


$$\begin{cases} 2x + y = 21 \\ x + y = 12,10 \end{cases}$$

- e) Quais foram os preços pagos pelo suco e pelo lanche?



MÉTODO DA ADIÇÃO

Atividade 3:

Após a resolução desses problemas que envolvem sistemas de equações, observe como Bia e Pedro resolveram o seguinte problema:

A soma de dois números é 86 e a diferença entre eles é 18. Quais são esses números?

BIA

$$\begin{cases} x + y = 86 \\ x - y = 18 \end{cases} \rightarrow x = 18 + y$$

Substituí $x = 18 + y$ na 1ª equação:

$$18 + y + y = 86$$

$$2y = 68 \rightarrow y = 34$$

Como $x = 18 + y$:

$$x = 18 + 34 \rightarrow x = 52$$

PEDRO

$$\begin{cases} x + y = 86 \\ x - y = 18 \end{cases}$$
$$\hline 2x = 104 \rightarrow x = 52$$

Como $x + y = 86$:

$$y = 86 - 52 \rightarrow y = 34$$

a) Compare os dois procedimentos e explique o que foi feito em cada caso.

O procedimento utilizado por Pedro é chamado **método da adição**. Ao adicionarmos os membros correspondentes de duas igualdades, obtemos uma nova igualdade com apenas uma incógnita e podemos identificar seu valor.

b) Complete a afirmação acima com a explicação de como se calcula a segunda incógnita. -----

NOVAS ESTRATÉGIAS

Atividade 4 :

Observe como Ana resolveu o sistema:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 72 \\ x - 3y = 4 \end{cases}$$

$\begin{cases} 2x + 2y = 72 \\ x - 3y = 4 \cdot (-2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 72 \\ -2x + 6y = -8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 + 8y = 64 \\ y = 8 \end{cases}$

Como, $x - 3y = 4$ e $y = 8 \rightarrow x - 3 \cdot 8 = 4 \rightarrow x = 4 + 24 \rightarrow x = 28$

Responda:

a) Qual método Ana utilizou?-----

b) Por que ela multiplicou a segunda equação por - 2 ? -----



Colégio Estadual Liddy Mignone

Conteúdo: Sistemas Lineares

2º Ano Ensino Médio Noturno

Data:-----/-----/-----

Aluno:----- Professora Carmen Beatriz

1- Para cada um dos sistemas a seguir diga qual o melhor método para resolvê-lo e por que (não é necessário resolver o sistema)

a) $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + 2y = 12 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ -2x + 3y = -3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - 2y = 8 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$

2- Considere o seguinte sistema linear

$$\begin{cases} 4x - 9y = 1 \\ -5x + 6y = 4 \end{cases}$$

O que você faria para eliminar uma das incógnitas do sistema usando o método da adição ?

Uma possibilidade é multiplicar a primeira equação por 2 e a segunda equação por ----- e somar as duas para eliminar os termos em Y.

Uma outra possibilidade é multiplicar a primeira equação por ----- e a segunda equação por ----- e somar as duas para eliminar os termos em X.

Escolha uma dessas possibilidades e resolva o sistema.



ATIVIDADE 5 :

Gráficos e Sistemas

Quando o homem percebeu que na natureza tudo se transforma e se move, a representação matemática do movimento se tornou um problema para ser resolvido pelos matemáticos. Enquanto alguns procuravam desenvolver a representação numérica e algébrica, outros buscavam a representação geométrica. Entre os últimos se destacam o monge francês Oresme (1323 a 1832), René Descartes (1596 a 1650) e Pierre de Fermat (1601 a 1665).

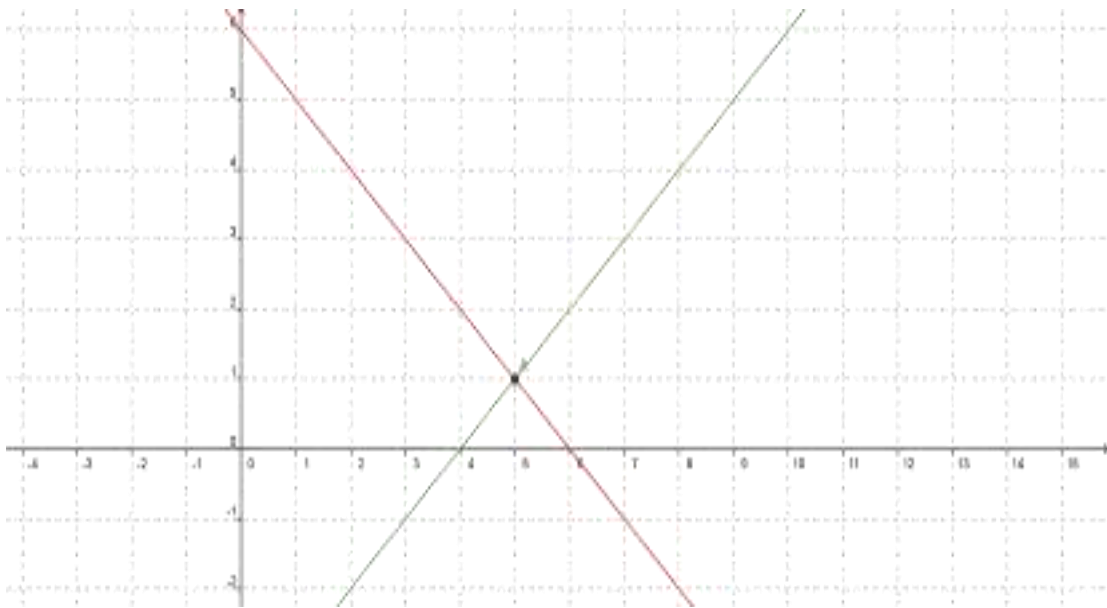
Estes estudiosos concluíram que a função linear ou polinomial do 1º grau é a correspondência entre conjuntos numéricos. Com essas funções formam-se pares ordenados que atendem ao critério de pertencer a uma reta. Quando tomamos qualquer par ordenado (X, Y), este pertence à reta : X é a parte do eixo horizontal e Y pertence ao eixo vertical. Com isto se estabelece a representação gráfica de um movimento muito simples, aquele que apresenta uma variação constante. Com as funções lineares, resolvem-se facilmente muitos problemas da Matemática e da Física, que podem ser visualizados graficamente.

Help! Sistema de Consulta Interativa_ Matemática

Usaremos o software geogebra para representar e resolver graficamente alguns Sistemas Lineares. Observe a representação geométrica do sistema:

$$\begin{cases} X + Y = 6 \\ X - Y = 4 \end{cases}$$

Retas $x + y = 6$ e $x - y = 4$



Agora responda:

- Essas retas se cruzam em algum ponto?-----
- É possível atribuir valores a X e a Y que satisfaçam simultaneamente as duas equações?-----
- Qual as coordenadas desse ponto?-----

Quando as retas que representam graficamente um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas são concorrentes, dizemos que esse sistema **tem uma única solução**, que corresponde às coordenadas do ponto em que as retas se cruzam.

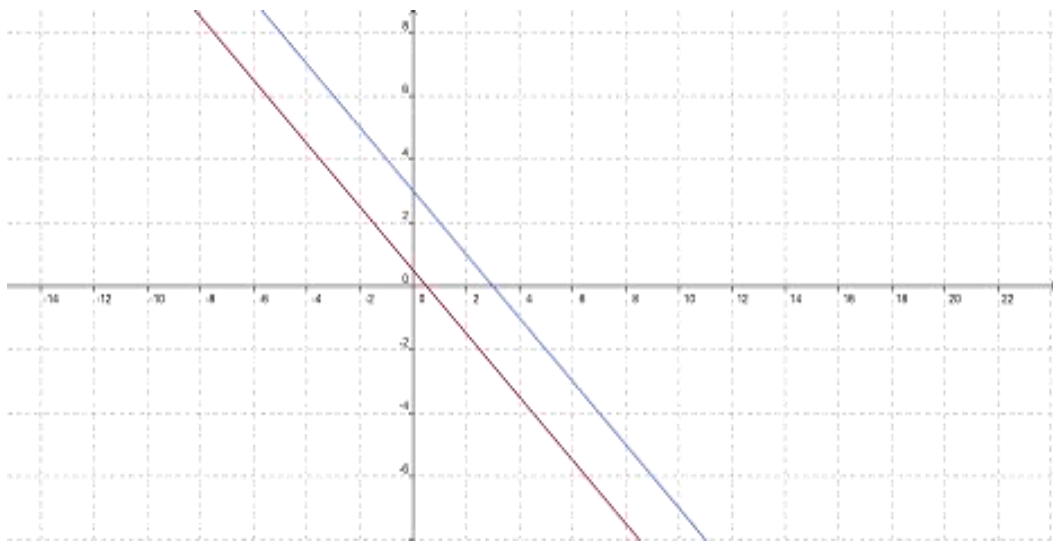
Lembre-se de que duas retas são concorrentes quando se cruzam em um **único ponto**.

Sempre vai existir um ponto de intersecção entre duas retas?

Observe a representação geométrica do sistema :

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 5 \end{array} \right.$$

Retas $x + y = 3$ e $2x + 2y = 5$



Agora responda:

- a) Essas retas se cruzam em algum ponto?-----
- b) É possível atribuir valores a X e a Y que satisfaçam simultaneamente as duas equações?-----

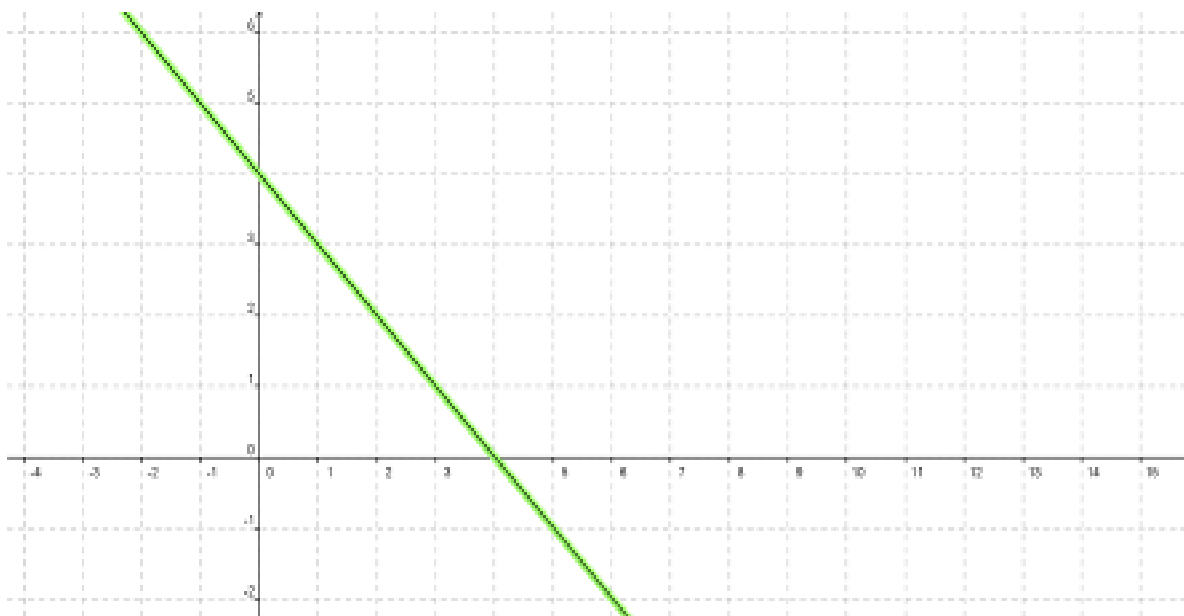
Quando as retas que representam graficamente um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas são paralelas e distintas, dizemos que esse sistema não tem soluções.

Lembre-se de que duas retas são paralelas quando elas nunca se cruzam, ou seja permanecem a uma mesma distância uma da outra infinitamente.

Observe a representação geométrica do sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 4 \\ 2x + 2y = 8 \end{array} \right.$$

Retas $x + y = 4$ e $2x + 2y = 8$



- a) Essas retas se cruzam em algum ponto?-----
- b) É possível atribuir valores a X e a Y que satisfaçam simultaneamente as duas equações?-----
- c) Qual as coordenadas desses pontos?-----

Quando as retas que representam graficamente um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas são coincidentes, dizemos que esse sistema tem infinitas soluções, que correspondem às coordenadas de cada ponto dessas retas.

Lembre-se de que duas retas são coincidentes quando estão sobrepostas, ou seja têm infinitos pontos comuns.



Colégio Estadual Liddy Mignone

Conteúdo: Sistemas Lineares

2º Ano Ensino Médio Noturno

Data:-----/-----/-----

Aluno:----- Professora Carmen Beatriz

Atividade do livro Matemática Ciência, Linguagem e tecnologia

Página 158-159

CAPÍTULO 5 Sistemas lineares

1	Introdução	158
2	Equações lineares	159
3	Sistemas lineares	161
4	Escalonamento de um sistema linear	170
5	Discussão de um sistema linear	177

1 Introdução

Existem situações-problema que podem ser representadas por um sistema de equações, assunto que possivelmente você já estudou em anos anteriores. Veja um exemplo.

Atualmente, os carros bicompostíveis, isto é, aqueles que funcionam com gasolina, álcool ou com a mistura dos dois, conhecidos popularmente como *flex*, têm sido produzidos pelos principais fabricantes de carros. O funcionamento dos bicompostíveis é semelhante ao dos que funcionam somente com gasolina ou álcool, como mostra o infográfico:

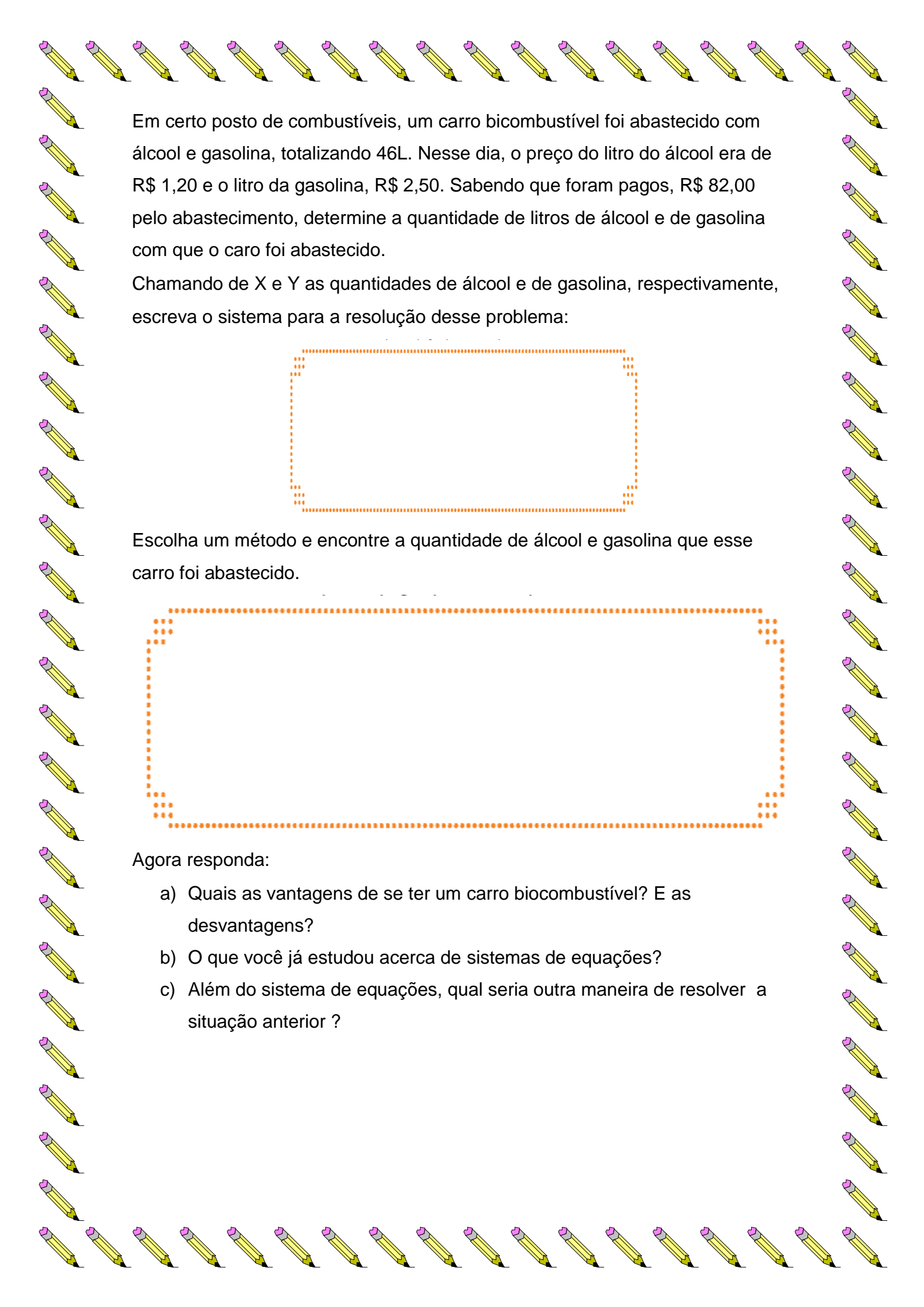
O funcionamento de um carro flex

- 1. Reservatório de gasolina**
A gasolina gerada pelo sistema de injeção flui com a força do vento não é suficiente para colocar o motor em movimento. Por isso, é necessário um reservatório (70 lit) de gasolina que, na base da partida, abastece o motor com este combustível, cuja função é misturar.
- 2. Sensor inteligente**
Há um sensor que mede os gases emitidos pelo sistema de combustíveis. De acordo com o quantidade de álcool presente no combustível, é gerada uma voltagem elétrica, percebida pelo sensor. A informação é encaminhada para um chip, o "inteligente" do carro bicompostível.
- 3. Temperatura**
Carros e motor é do tipo consumo misto (combustível por quilômetro coberto do que é motor e gasolina), o tanque costuma ser de 10% a 20% maior do que um de gasolina.
- 4. Motor**
De acordo com o quantidade de álcool na mistura, um software faz os ajustes necessários, gerando o máximo de potência para o motor: são alteradas a quantidade de ar e combustível que entram no cilindro e o ponto de ignição.

Vantagem
O carro bicompostível tem a vantagem da flexibilidade: o usuário pode escolher entre álcool ou gasolina convenientemente, por exemplo, a situação das preços.

Desvantagem
Além disso para funcionar tanto com álcool quanto com gasolina, o motor não alcança a potência de um motor movido exclusivamente por um ou por outro combustível.

Fonte: www.fox.com.br



Em certo posto de combustíveis, um carro bicombustível foi abastecido com álcool e gasolina, totalizando 46L. Nesse dia, o preço do litro do álcool era de R\$ 1,20 e o litro da gasolina, R\$ 2,50. Sabendo que foram pagos, R\$ 82,00 pelo abastecimento, determine a quantidade de litros de álcool e de gasolina com que o carro foi abastecido.

Chamando de X e Y as quantidades de álcool e de gasolina, respectivamente, escreva o sistema para a resolução desse problema:



Escolha um método e encontre a quantidade de álcool e gasolina que esse carro foi abastecido.



Agora responda:

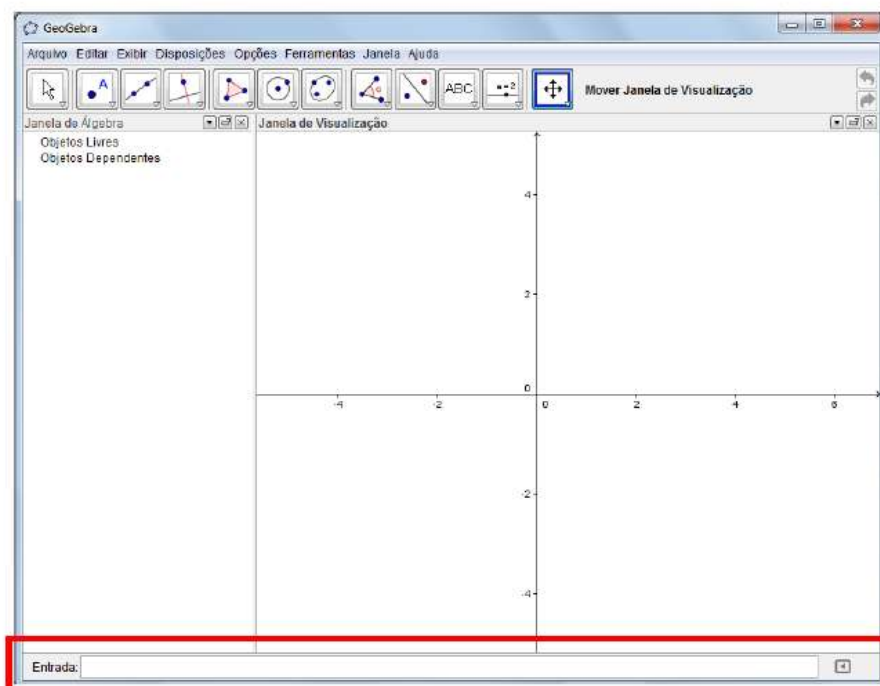
- Quais as vantagens de se ter um carro biocombustível? E as desvantagens?
- O que você já estudou acerca de sistemas de equações?
- Além do sistema de equações, qual seria outra maneira de resolver a situação anterior ?

USANDO O SOFTWARE GEOGEBRA

Usando o software geogebra verifique se os valores encontrado por você para a solução do sistema está correta.

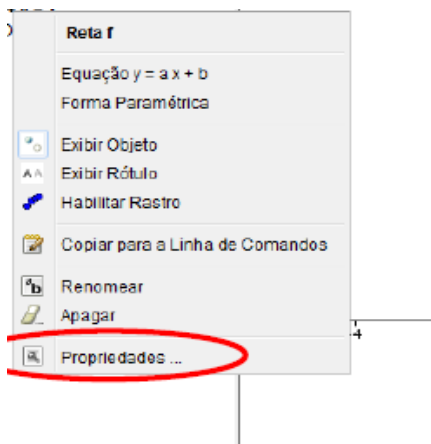
$$\begin{cases} X + Y = 46 \\ 1,50 X + 2,50 Y = 82 \end{cases}$$

Esta é a tela inicial do Software Geogebra

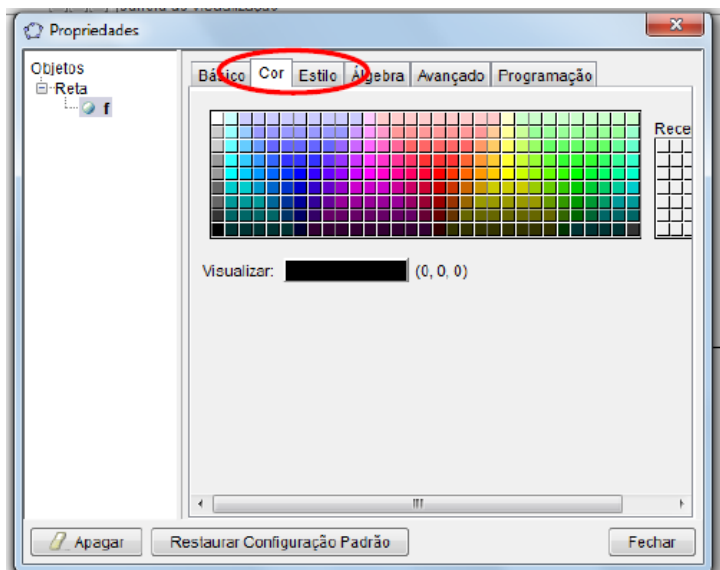


Nomeie cada uma das equações do sistema com uma letra. Por exemplo, f: $X + Y = 46$, na tela aparecerá o gráfico correspondente a equação digitada (uma reta).

Clique com o botão direito do mouse para abrir opções.



Na opção Propriedade você pode alterar a cor e o estilo da reta desenhada (mais grossa ou mais fina).



Faça as alterações que desejar e clique em Fechar. Faça o mesmo procedimento para digitar a segunda equação do sistema. Vá na linha de Entrada e digite, g: $1,50 X + 2,50 Y = 82$

$$g : 1.5 * x + 2.5 * y = 82$$

No caso de existir um ponto de intersecção entre as retas, como neste exercício, você pode marcá-lo e identificar suas coordenadas.

Clique no segundo ícone do painel, depois clique em cima do ponto de intersecção para marcá-lo.



O ponto de intersecção será marcado e nomeado por uma letra que pode ser alterada ou excluída (Basta clicar com o botão direito do mouse em cima do ponto e fazer as alterações).

Observe o ponto de intersecção do lado direito da tela.

Qual as coordenadas desse ponto?-----

Ele é o mesmo encontrado no seu cálculo?

Se você errou verifique onde você errou e acerte o seu cálculo.



Colégio Estadual Liddy Mignone

Conteúdo: Sistemas Lineares com o software Geogebra

2º Ano Ensino Médio Noturno

Data:-----/-----/-----

Aluno:----- Professora Carmen Beatriz

1- Use o Geogebra para verificar se os sistemas a seguir são possíveis (determinados ou indeterminados) ou impossíveis.

a)
$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 3x - y = -1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} -2x + 3y = 6 \\ 8x - 12y = -24 \end{cases}$$

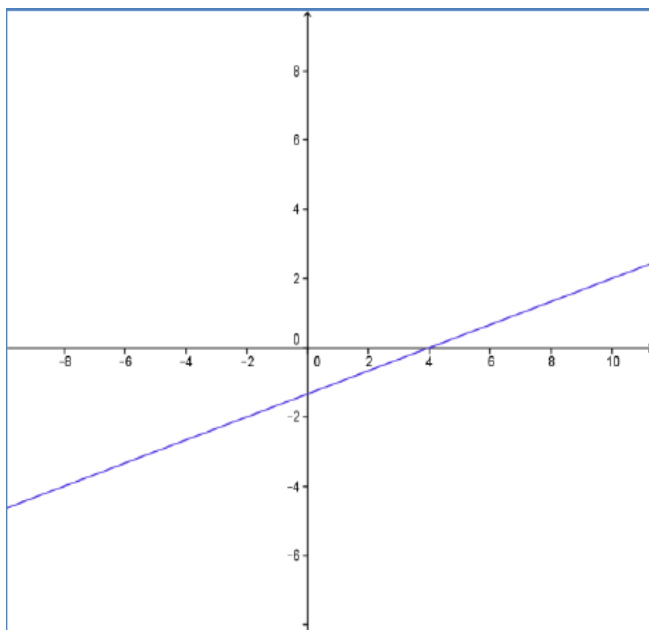
2- Associe cada sistema com seu gráfico correspondente justificando sua resposta:

(A)
$$\begin{cases} 3x - y = 10 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$$

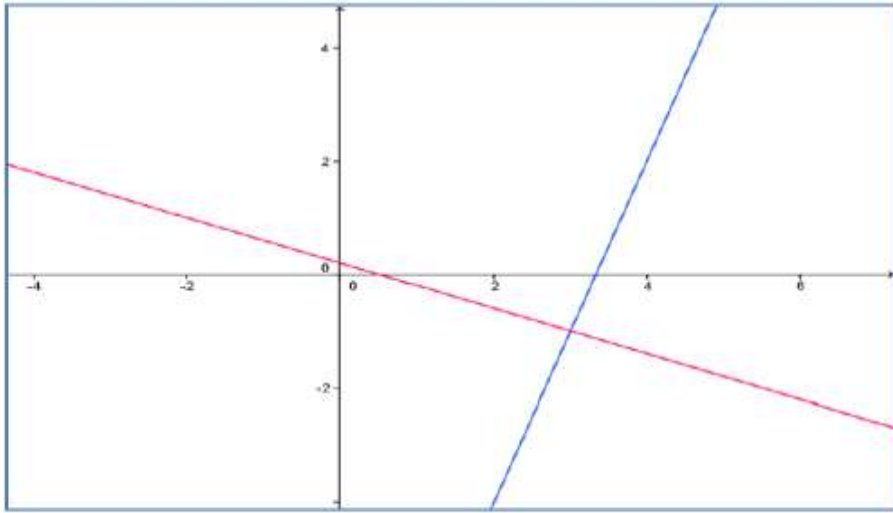
(C)
$$\begin{cases} 2x - 6y = 8 \\ 3x - 9y = 12 \end{cases}$$

(B)
$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$$

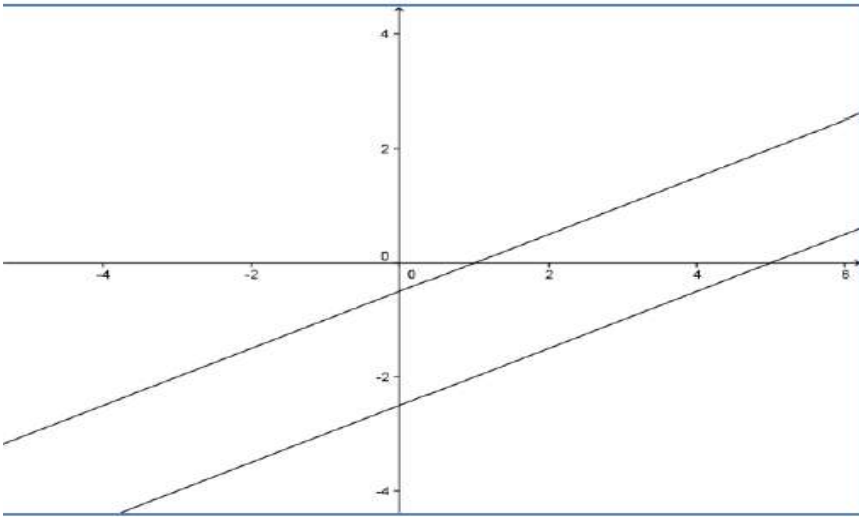
(D)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$$



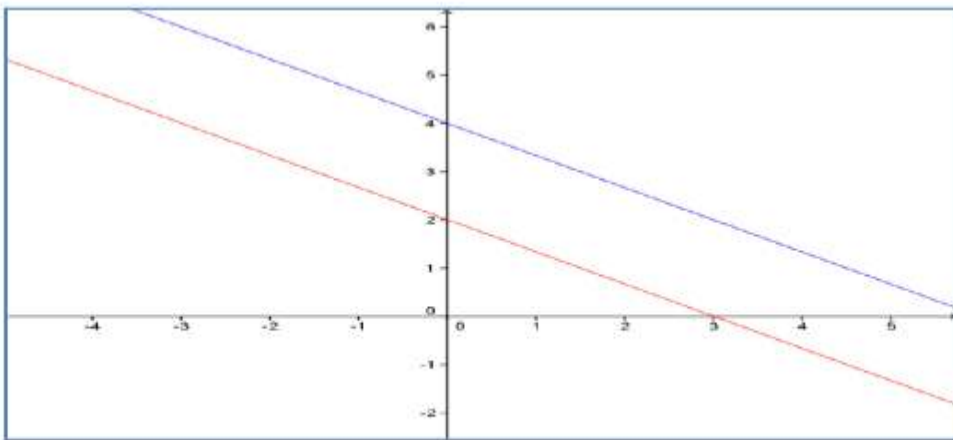
()



()



()



()



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

SOUZA, J; PATARO, P.M. **Vontade de Saber Matemática**. Ensino Fundamental. 8º Ano. São Paulo: FTD, 2012.

RIBEIRO, Jackson. **Matemática: Ciência, Linguagem e Tecnologia 2**. Ensino Médio. São Paulo: Editora Scipione, 2010.

RIO DE JANEIRO (Estado). Governo do Estado. Secretaria de Educação. **Projeto Seeduc. Cecierj. Roteiro de ação 1**. Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: <<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/>>. Acesso em 17 de out. 2013.

RIO DE JANEIRO (Estado). Governo do Estado. Secretaria de Educação. **Projeto Seeduc. Cecierj. Roteiro de ação 4**. Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: <<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/>>. Acesso em 17 de out. 2013.

SÃO PAULO (Estado). Prefeitura do Estado. Secretaria Municipal de Educação. **Caderno de apoio e aprendizagem: Matemática 8º Ano**. São Paulo: Fundação Padre Anchieta, 2010.

ENDEREÇOS ELETRÔNICOS ACESSADOS

http://betaniaballadares.pbworks.com/.../Artigo%20%20Geogebra_final%20co..

http://cejarj.cecierj.edu.br/pdf_mod3/matematica/Unid10_MAT_Matematica_Modulo_3.pdf

<http://www.slideshare.net/kellyda/projeto-sistemas-lineares-execuo>

http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/novos_conteudos/modulo_III/pdf/exp_sist_lineares.pdf

http://www.pucrs.br/famat/mbotin/mat.../poligrafo5_funcs_aplicacoes.doc