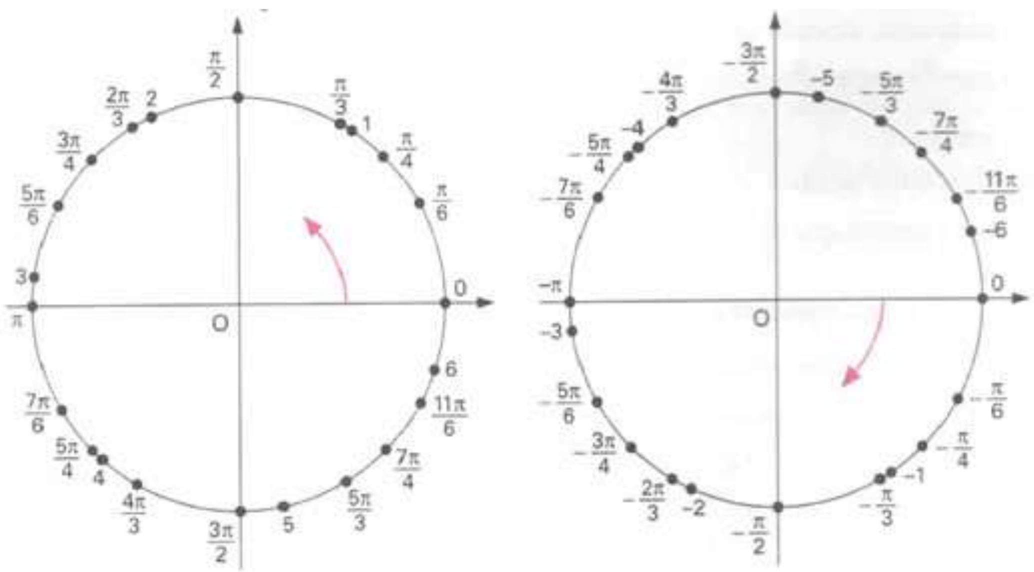
FORMAÇÃO CONTINUADA DA REDE ESTADUAL DE ENSINO

FUNDAÇÃO CECIERJ/CONSÓRCIO CEDERJ

MATEMÁTICA 1º ANO - 3º BIMESTRE/2012

PLANO DE TRABALHO

TRIGONOMETRIA NA CIRCUNFERÊNCIA



Tarefa 2

Cursista: Francisco Anisio de Oliveira Coelho

Tutora: Analia Maria Ferreira Freitas

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho destina-se a capacitar os alunos a trabalhar com o conteúdo "trigonometria na circunferência" para a resolução de problemas.

Espera-se que os alunos percebam a importância da aplicação prática da trigonometria na circunferência no seu cotidiano, analisando situações que podem ser usadas para a aplicação deste conteúdo e formular problemas para resolvê-los.

Faz-se necessário observar a falta de preparo de alguns alunos no que diz respeito à interpretação de enunciados, raciocínio lógico e até mesmo as deficiências advindas de séries passadas. Sendo assim, é necessário relembrar rapidamente alguns assuntos como medida de um arco, unidades (grau, minuto e segundo), seno, cosseno e tangente e regra de três.

Será necessário o uso de dez tempos de cinqüenta minutos para a aplicação dos conteúdos e avaliação.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1

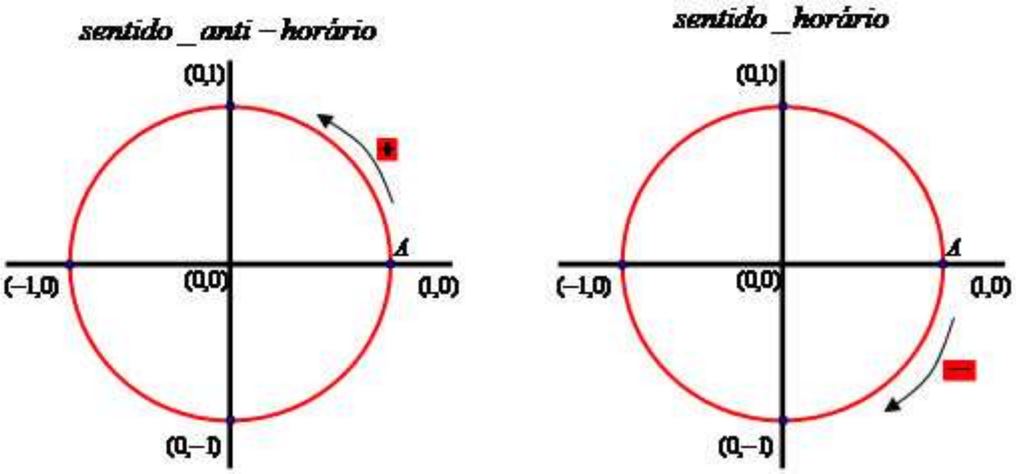
- **HABILIDADE RELACIONADA: Converter em graus a medida de um arco dado em radianos, a qual não exceda duas voltas da circunferência unitária. Converter em radianos a medida de um arco dado em graus, a qual não exceda duas voltas da circunferência unitária. H21 - Transformar graus em radianos ou vice-versa.**
- **PRÉ - REQUISITOS: Resolução de regra de três, transformação de unidade (grau, minuto e segundo), plano cartesiano e circunferência.**
- **TEMPO DE DURAÇÃO: 200 minutos.**
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Vídeos sobre trigonometria e lousa.**
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.**
- **OBJETIVOS: Demonstrar os tópicos que serão usados para o estudo de trigonometria na circunferência, fazendo com que os alunos reconheçam o círculo trigonométrico, fenômenos cíclicos, o grau, o radiano e suas transformações.**
- **METODOLOGIA ADOTADA: Apresentar os vídeos com exemplos variados do conteúdo "trigonometria na circunferência". Em seguida, abordar os tópicos descritos a seguir.**

Circunferência trigonométrica

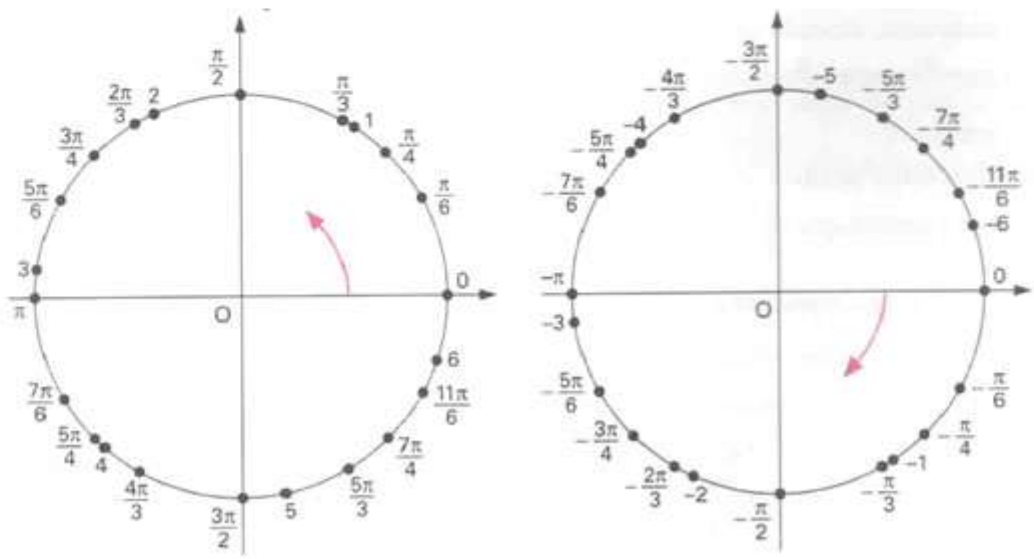
A circunferência trigonométrica está representada no plano cartesiano com raio medindo uma unidade. Ela possui dois sentidos a partir de um ponto A qualquer, escolhido como a origem dos arcos. O ponto A será localizado na abscissa do eixo de coordenadas cartesianas, dessa forma, este ponto terá abscissa 1 e ordenada 0. Os eixos do plano cartesiano dividem o círculo trigonométrico em quatro partes, chamadas de quadrantes, onde serão localizados os números reais α relacionados a um único ponto P. Os sentidos dos arcos

trigonométricos estão de acordo com as seguintes definições:

Se α = 0, P coincide com A.
Se α > 0, o sentido do círculo trigonométrico será anti-horário.
Se α < 0, o sentido do círculo será horário.
O comprimento do arco AP será o módulo de α.

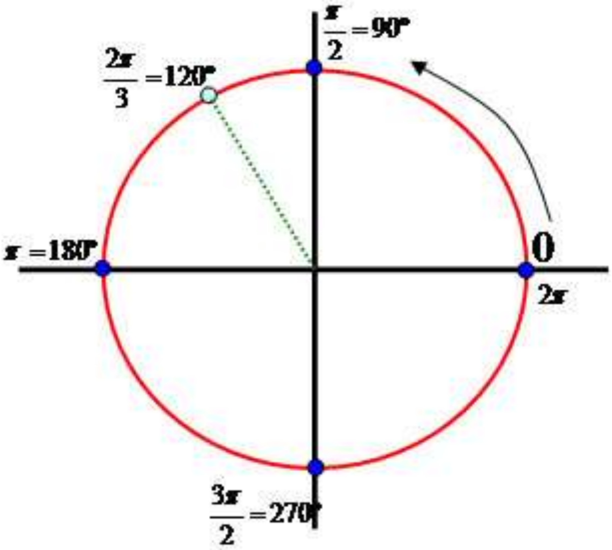


Na ilustração a seguir estão visualizados alguns números importantes, eles são referenciais para a determinação principal de arcos trigonométricos:

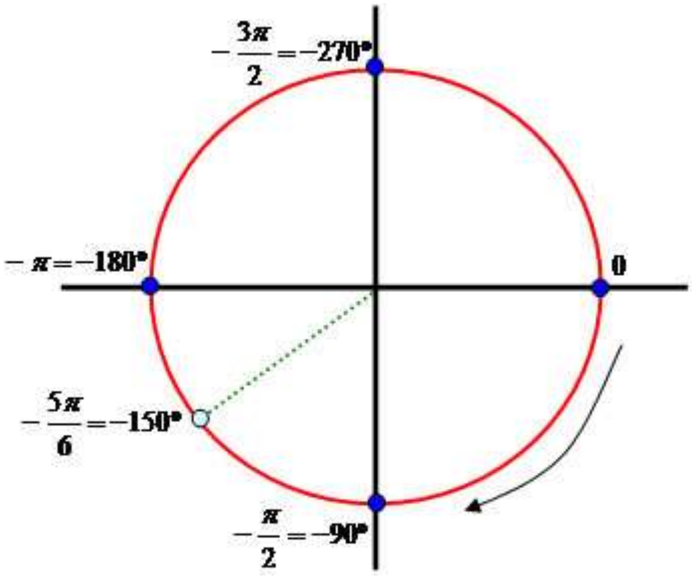


Uma volta completa no círculo trigonométrico corresponde a 360º ou 2π radianos, se o ângulo α a ser localizado possuir módulo maior que 2π, precisamos dar mais de uma volta no círculo para determinarmos a sua imagem.

Por exemplo, para localizarmos 8π/3 = 480º, damos uma volta completa no sentido anti-horário e localizamos o arco de comprimento 2π/3, pois 8π/3 = 6π/3 + 2π/3 = *2π + 2π/3*.

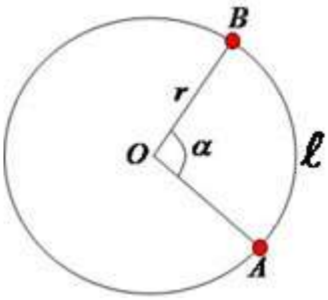


Na localização da determinação principal de –17π/6 = –510º, devemos dar 2 voltas completas no sentido horário e localizarmos o arco de comprimento –5π/6, pois –17π/6 = –12π/6 – 5π/6 = *2π – 5π/6*.



Comprimento de um Arco

Dada uma circunferência de centro O, raio r e dois pontos A e B pertencentes à circunferência, temos que a distância entre os pontos assinalados é um arco de circunferência. O comprimento de um arco é proporcional à medida do ângulo central, quanto maior o ângulo, maior o comprimento do arco; e quanto menor o ângulo, menor o comprimento do arco.



Para determinarmos o comprimento de uma circunferência utilizamos a seguinte expressão matemática: C = 2*π*r. A volta completa em uma circunferência é representada por 360º. Vamos realizar uma comparação entre o comprimento da circunferência em medida linear (ℓ) e medida angular (α), observe:

linear	angular
2*π*r	360º
ℓ	α

$$360^\circ \ell = \alpha * 2 * \pi * r$$

$$\ell = \frac{\alpha * 2 * \pi * r}{360^\circ}$$

$$\ell = \frac{\alpha * \pi * r}{180^\circ}$$

Essa expressão pode ser utilizada para determinar o comprimento do arco de uma circunferência de raio r e ângulo central α em graus. Nesses casos utilize π = 3,14.

Caso o ângulo central seja dado em radianos, utilizamos a seguinte expressão: *ℓ = α * r*.

Exemplo 1

Determine o comprimento de um arco com ângulo central igual a 30º contido numa circunferência de raio 2 cm.

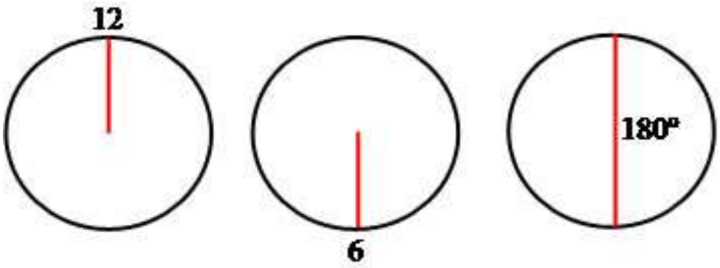
ℓ = α * π * r / 180º
ℓ = 30º * 3,14 * 2 / 180º
ℓ = 188,40 / 180
ℓ = 1,05 cm

O comprimento do arco será de 1,05 centímetros.

Exemplo 2

O ponteiro dos minutos de um relógio de parede mede 10 cm. Qual será o espaço percorrido pelo ponteiro após 30 minutos?

Veja a figura do relógio:



ℓ = α * π * r / 180º
ℓ = 180º * 3,14 * 10 / 180º
ℓ = 5652 / 180
ℓ = 31,4 cm

O espaço percorrido pelo ponteiro dos minutos será de 31,4 centímetros.

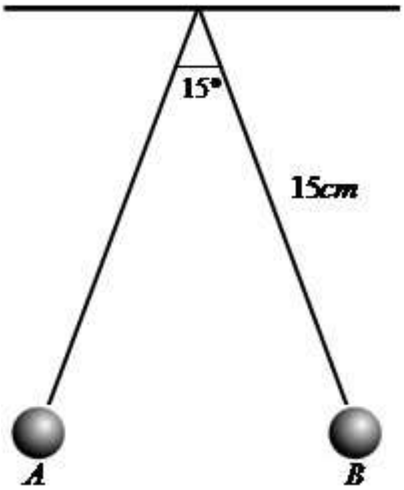
Exemplo 3

Determine o comprimento de um arco com ângulo central medindo π/3 contido numa circunferência de 5 cm de raio.

ℓ = α * r
ℓ = π/3 * 5
ℓ = 5π/3
ℓ = 5*3,14 / 3
ℓ = 15,7 / 3
ℓ = 5,23 cm

Exemplo 4

Um pêndulo de 15 cm de comprimento oscila entre A e B descrevendo um ângulo de 15º. Qual é o comprimento da trajetória descrita pela sua extremidade entre A e B?



$\ell = \alpha * \pi * r / 180º$
$\ell = 15º * 3{,}14 * 15 / 180º$
$\ell = 706{,}5 / 180$
$\ell = 3{,}9$ cm

O comprimento da trajetória entre A e B é de 3,9 centímetros.

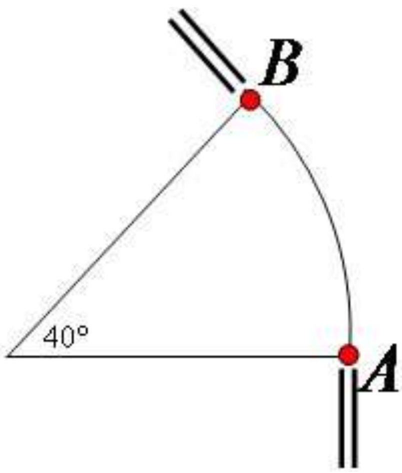
Comprimento de uma Curva

Uso da trigonometria na construção de estradas

Na construção de estradas e linhas férreas é essencial a utilização da trigonometria, principalmente nas situações que envolvem mudanças de direções. As curvas são projetadas com base em modelos de arcos de circunferência e na medida do ângulo central (relativo à curva). Vamos através de alguns exemplos demonstrar o cálculo efetuado no intuito de determinar o comprimento da curva.

Exemplo 1

O projeto de uma estrada demonstra uma curva com o formato de um arco de circunferência com raio medindo 200 metros. Do ponto A (início da curva) até o ponto B (término da curva) a estrada mudou sua direção em 40º. Qual será o comprimento da curva?



Ao considerarmos que a volta completa na circunferência equivale a 360º e em questões de comprimento a $C = 2 * \pi * r$, podemos adotar uma regra de três relacionando as medidas conhecidas. Observe:

Volta	Comprimento
360°	$2 * \pi * r$
40°	x

360x = 40 * 2 * 3,14 * 200
360x = 50240
x = 50 240 / 360
x = 139,5 (aproximadamente)

O comprimento da curva será de aproximadamente 139,5 metros.

Na engenharia civil, os prédios muito altos, considerados arranha-céus, são projetados de forma a sofrerem pequenas oscilações, em razão da força imposta pelos ventos, pois quanto mais alto, maior a velocidade do vento.

Exemplo 2

Um edifício de 400 metros possui uma oscilação de 0,3º. Determine o comprimento do arco relativo a essa oscilação.

Volta	Comprimento
360°	$2 * \pi * r$
0,3°	x

360x = 0,3 * 2 * 3,14 * 400
360x = 753,6
x = 753,6 / 360
x = 2,1 m (aproximadamente)

Conversões de Medidas de Ângulos

Quando medimos o ângulo de um arco utilizamos como unidade o grau ou o radiano. Temos que 1º (um grau) possui 60' (sessenta minutos) e 1' (um minuto) possui 60" (sessenta segundos). Uma circunferência possui 360 arcos de abertura igual a 1º. No caso da medida em radianos, dizemos que o arco mede um radiano (1 rad) se o seu comprimento for igual ao comprimento do raio da circunferência que se encontra o arco medido.

A tabela a seguir mostra algumas relações entre as unidades em graus e radianos.

Radianos	Graus
2π rad	360°
π rad	180°
$\pi/2$ rad	90°
$\pi/3$ rad	60°
$\pi/4$ rad	45°
$\pi/6$ rad	30°

Convertendo Graus em Radianos

Na conversão de graus para radianos utilizamos uma regra de três simples, por exemplo:

20º em radianos

graus	radianos
20º	x
180º	π rad

$$180^\circ x = 20^\circ \pi * rad$$

$$x = \frac{20^\circ \pi * rad}{180^\circ}$$

$$x = \frac{\pi}{9} rad$$

15º em radianos

graus	radianos
15º	x
180º	π rad

$$180^{o}x = 15^{o}\pi * rad$$
$$x = \frac{15^{o}\pi * rad}{180^{o}}$$
$$x = \frac{\pi}{12} rad$$

120º em radianos

graus	radiano
120º	x
180º	π rad

$$180^{o}x = 120^{o}\pi * rad$$
$$x = \frac{120^{o}\pi * rad}{180^{o}}$$
$$x = \frac{2}{3}\pi * rad$$

150º em radianos

graus	radiano
150º	x
180º	π rad

$$180^{o}x = 150\pi * rad$$
$$x = \frac{150^{o}\pi * rad}{180^{o}}$$
$$x = \frac{5}{6}\pi * rad$$

300º em radianos

graus	radiano
300º	x
180º	π rad

$$180^\circ x = 300^\circ \pi * rad$$

$$x = \frac{300^\circ \pi * rad}{180^\circ}$$

$$x = \frac{5}{3} \pi * rad$$

Convertendo Radianos em Graus

Na conversão de radianos para graus, basta substituirmos o valor de π por 180º. Veja exemplos:

$$\frac{\pi}{3} rad = \frac{180^o}{3} = 60^o$$

$$\frac{\pi}{2} rad = \frac{180^o}{2} = 90^o$$

$$\frac{\pi}{5} rad = \frac{180^o}{5} = 36^o$$

$$\frac{3\pi}{5} rad = \frac{3*180^o}{5} = \frac{540^o}{50} = 108^o$$

$$\frac{3\pi}{4} rad = \frac{3*180^o}{4} = \frac{540^o}{4} = 135^o$$

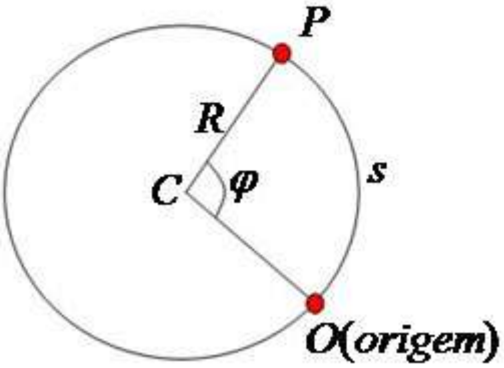
$$\frac{2\pi}{9} rad = \frac{2*180^o}{9} = \frac{360^o}{9} = 40^o$$

$$\frac{11\pi}{6} rad = \frac{11*180^o}{6} = \frac{1980}{6} = 330^o$$

Arcos e Movimento Circular

Os estudos relacionados aos arcos trigonométricos possuem aplicações no contexto da Física, principalmente nas situações envolvendo movimentos circulares. Na Física, alguns corpos desenvolvem trajetórias circulares, dessa forma eles percorrem espaços em determinados tempos, possuem velocidade angular e aceleração.
Vamos considerar um móvel em trajetória circular de raio R e centro C,

com sentido anti-horário, considerando O a origem dos espaços e P a posição do móvel em determinado instante. Veja ilustração:



Vamos determinar o espaço angular (φ) e a velocidade angular média (ωm) do móvel.

Espaço angular (φ)

É dado pela abertura de vértice C, correspondente ao arco de trajetória OP. Nesse caso OP é o espaço s e o ângulo φ é fornecido em radianos (rad).

$$\varphi = \frac{s}{R} \quad ou \quad s = \varphi * R$$

Velocidade angular média (ωm)

É a relação existente entre a variação de espaço angular ($\Delta\varphi = \varphi\ 2 - \varphi 1$) e a variação do tempo levado para percorrer o espaço ($\Delta t = t2 - t1$).

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

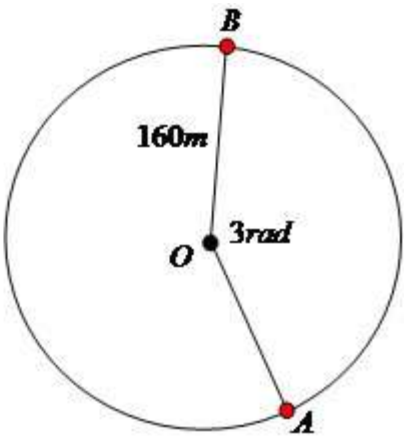
Exemplo 1

Um ponto percorre uma região circular e descreve um ângulo central de 2 rad em 5 segundos. Determine a velocidade angular média nesse intervalo de tempo.
Dados:
ângulo central: $\varphi = 2$ rad
tempo: $\Delta t = 5$ segundos

$\omega m = 2/5 \rightarrow \omega m = 0{,}4$ rad/s

Exemplo 2

Determine o intervalo de tempo que um móvel gasta para percorrer o arco de circunferência AB, indicado na figura, com velocidade escalar constante e igual a 24m/s.



1º passo: determinar o espaço entre A e B

$s = \varphi * R$
$s = 3 * 160$
$s = 480$ m

2º passo: determinar o tempo gasto

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

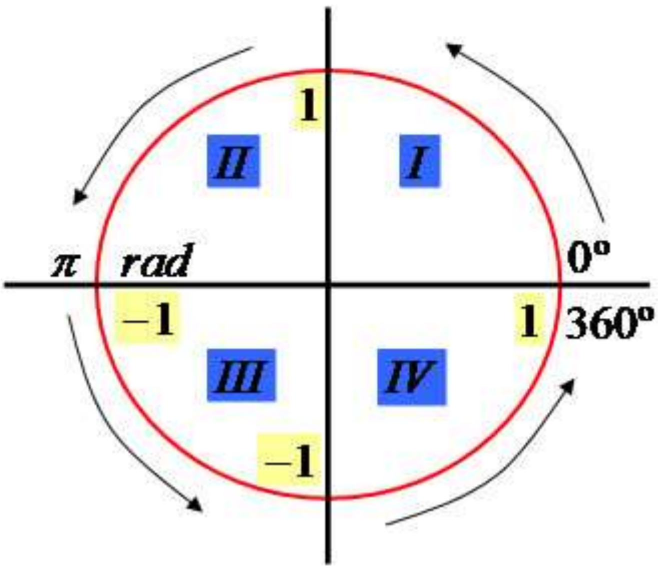
$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega_m}$$

$$\Delta t = \frac{480}{24}$$

$$\Delta t = 20 segundos$$

Arcos com Mais de uma Volta

Temos que uma volta completa no círculo trigonométrico corresponde a 360º ou 2π rad, de acordo com a ilustração a seguir:



Note que o círculo possui raio medindo uma unidade e é dividido em quatro quadrantes, facilitando a localização dos ângulos trigonométricos, de acordo com a seguinte situação:

1º quadrante: abscissa positiva e ordenada positiva → 0º < α < 90º.
2º quadrante: abscissa positiva e ordenada negativa → 90º < α < 180º.
3º quadrante: abscissa negativa e ordenada negativa → 180º < α <270º.
4º quadrante: abscissa positiva e ordenada negativa → 270º < α < 360º.

Nos estudos trigonométricos existem arcos que possuem medidas maiores que 360º, isto é, eles possuem mais de uma volta. Sabemos que uma volta completa equivale a 360º ou 2π rad, com base nessa

informação podemos reduzi-lo à primeira volta, realizando o seguinte cálculo: *dividir a medida do arco em graus por 360º (volta completa)*, o resto da divisão será a menor determinação positiva do arco. Dessa forma, a determinação principal do arco em um dos quadrantes fica mais fácil.

Exemplo 1

Determinar a localização principal do arco de 4380º utilizando a regra prática.

4380º : 360º é correspondente a 4320º + 60º, portanto, o resto da divisão é igual a 60º que é a determinação principal do arco, dessa forma, sua extremidade pertence ao 1º quadrante.

Exemplo 2

Qual a determinação principal do arco com medida igual a 1190º?

1190º : 360º, a divisão possui resultado igual a 3 e resto 110, concluímos que o arco possui três voltas completas e extremidade no ângulo de 110º, pertencendo ao 2º quadrante.

Arcos Côngruos

Dois arcos são côngruos quando possuem a mesma origem e a mesma extremidade. Uma regra prática eficiente para determinar se dois arcos são côngruos consiste em verificar se a diferença entre eles é um número divisível ou múltiplo de 360º, isto é, a diferença entre as medidas dos arcos dividida por 360º precisa ter resto igual a zero.

Exemplo 3

Verifique se os arcos de medidas 6230º e 8390º são côngruos.

8390º – 6230º = 2160
2160º / 360º = 6 e resto igual a zero. Portanto, os arcos medindo 6230º e 8390º são côngruos.

Exemplo 4

Confira se os arcos de medidas 2010º e 900º são côngruos.

2010º – 900º = 1110º
1110º / 360º = 3 e resto igual a 30. Portanto, os arcos não são côngruos.

Atividade 2 - Aplicando os conhecimentos

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Utilização dos conhecimentos adquiridos na atividade 1 para resolver problemas.

- **PRÉ - REQUISITOS:** Conceito de transformações de grau em radiano e ciclo trigonométrico.

- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.

- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Livro didático e exemplos adicionais.

- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Grupos de 2 alunos.

- **OBJETIVOS:** Fazer com que o aluno interprete e pratique a resolução de problemas.

- **METODOLOGIA ADOTADA:** Aplicação de exercícios abrangendo a medida de arcos em grau e radianos e suas conversões.

PROBLEMAS:

1) Em uma circunferência de raio R, calcule a medida de um arco em radianos, que tem o triplo do comprimento do raio.

A medida em radianos de um arco AB é dada por

$$m(AB) = \frac{\text{comprimento do arco(AB)}}{\text{comprimento do raio}}$$

Assim, como o comprimento do arco é o triplo do comprimento do raio

$$m(AB) = 3R/R = 3rad$$

2) Um atleta percorre 1/3 de uma pista circular, correndo sobre uma única raia. Qual é a medida do arco percorrido em graus? E em radianos?

Uma volta inteira na pista equivale a 360 graus, assim 1/3 de 360 graus é 120 graus.

Uma volta inteira na pista equivale a 2π radianos, então o atleta percorreu $(2/3)\,\pi$.

3) Qual é a medida do ângulo que o ponteiro das horas de um relógio descreve em um minuto? Calcule o ângulo em graus e em radianos.

O ponteiro das horas percorre em cada hora um ângulo de 30 graus, que corresponde a 360/12 graus. Como 1 hora possui 60 minutos, então o ângulo percorrido é igual a 0,5 graus, que é obtido pela regra de três:

60 min ………………… 30 graus

1 min ………………… a graus

Convertemos agora a medida do ângulo para radianos, para obter a = π/360 rad, através da regra de três:

180graus ………………… πrad

0,5 graus ………………… a rad

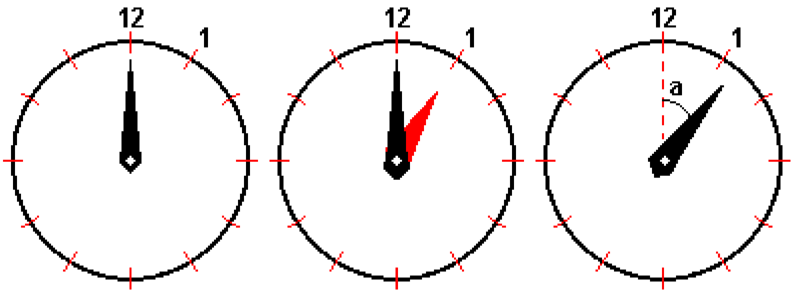
Os alunos deverão copiar em seus cadernos, e em dupla deverão resolver as três questões. O professor deverá mostrar as soluções logo depois do apronto de todos os alunos, discutindo os recursos aplicados na solução dos problemas como: a conversão de graus para radiano e vice-versa, a análise da circunferência e a oportunidade de relembrar regra de três e conversão de graus minutos e segundos. Assim, automaticamente, o professor já estará fazendo uma avaliação da aprendizagem da turma com relação ao conteúdo aplicado.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

Esta bateria de exercícios, tem como finalidade a preparação para a aplicação de um teste e logo depois uma prova para a avaliação e ajustes da turma. Deve ser também usados exercícios do livro didático adotado pela escola.

1) Os dois ponteiros de um relógio se sobrepõem à 0 hora. Em que momento os dois ponteiros coincidem pela primeira vez novamente?

O ponteiro dos minutos percorre 360° enquanto o ponteiro das horas percorre 360°/12=30º. Até 1:00h os ponteiros não se encontraram, o que ocorrerá entre 1:00h e 2:00h.



Consideraremos a situação original à 1:00h, deste instante até o momento do encontro o ponteiro dos minutos deslocou aº e o ponteiro das horas deslocou (a-30)º, como está na figura, assim:

Ponteiro dos minutos	ponteiro das horas
360º	30º
aº	(a-30)º

Pela tabela, tem-se que: 360(a-30)=30.a, de onde segue que 330a=10800e assim podemos concluir que a=32,7272º

O ponteiro dos minutos deslocou 32,7272º após 1:00h, mas ainda precisamos verificar quantos minutos corresponde este ângulo.

5 min .... 30 graus
x min .... 32,7272 graus

A regra de três fornece x=5,4545'=5'27,27''. Assim, os ponteiros coincidem novamente após às 12:00h à 1 hora,5 minutos e 27,27 segundos.

2) Calcular o menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio que marca 12h e 20minutos.

O ponteiro das horas percorre em cada hora um ângulo de 360/12 graus = 30 graus. Em vinte minutos ele percorre o ângulo a.

60 min ………… 30 graus

20 min …………… a graus

A regra de três fornece a = 10 graus, logo o ângulo formado entre os números 12 e 4 é de 120 graus, então o ângulo entre os ponteiros é 120 - 10 = 110 graus.

3) Escreva o ângulo a = 12°28' em radianos.

Usando o fato de que 1 grau possui 60 minutos, temos

1 grau …………… 60 minutos

x graus …………… 28 minutos

A regra de três garante que x = 28/60 = 0,4666 graus e desse modo segue que:
12°28'=(12+28/60)°=12+0,4666=12,4666°

Representando por M a medida do ângulo em radianos, temos:

180°……………π rad

12,4666°……………M rad

E da regra de três segue que: M=12,4666.π/180=0,2211 rad.

4) Escreva o ângulo a = 36°12'58" em radianos.

Usando o fato de que 1 minuto possui 60 segundos, temos:

1 min ……………60 segundos

x min ……………58 segundos

x = 58/60 = 0,967 min, logo:
36°12'58''=36°(12+0,967)'=36°12,967'

Como 1 grau corresponde a 60', então:

1 grau ……………60 minutos

x graus ……………12,967 minutos

x=12,967/60=0,2161° e 36°12'58''=(36+0,2161)°=36,2161°

A medida M do ângulo em radianos, é M = 36,2161°.π /180=0,6321 rad, que foi obtida como solução da regra de três:

180° ……………π rad

36,2161° ……………M rad

5) Dados os ângulos x = 0,47623rad e y = 0.25412rad, escreva-os em graus, minutos e segundos.

(a) Considere a seguinte regra de três,

180°…………………π rad

x……………0,47623 rad

Assim: x=0,47623 . 180/π=27,2911°=27°17,466'=27°17'27''

(b) Analogamente obtemos:

y=0.25412×180/π=14,56°=14°33,6'=14°33'36''

5) Em uma circunferência de raio r, calcular a medida do arco subtendido pelo ângulo A em cada caso:

a. A=0°17'48''   r=6,2935cm

b. A=121°6'18'' r=0,2163cm

(a) Primeiro convertemos o ângulo para radianos para obter:

a=0°17'48''=0°(17+48/60)'=(0+17,8)'=(0+17,8/60)°=0,2967°

Com a regra de três:

180°……………π rad

0,2967°………… a rad

obtemos a=0,2967.π/180=0,0051778 rad e como a medida do arco é dada pela medida do ângulo(rad) x medida do raio, temos que medida do arco=0,0051778×6,2935=0,03286cm

(b) Analogamente, a = 121° 6' 18'' =121,105°. Em radianos, a medida do ângulo se torna a=121,105 π /180=2,1137rad

Assim, a medida do arco=2,1137×0,2163=0,4572cm.

6) Em uma circunferência de centro O e raio r, calcule a medida do ângulo AÔB subtendido pelo arco AB nos seguintes casos.

a. AB=0,16296 cm r=12,587cm.
b. AB=1,3672cm r=1,2978cm.

(a) A medida do ângulo AÔB é dada pelo comprimento de AB dividido pelo comprimento do raio, assim m(AÔB)=0,16296/12,587=0,012947 rad = 0° 44' 30''

(b) Analogamente:

m(AÔB)=1,3672/1,2978=1,0535rad=60,360°=60°21,6'=60°21'35''

7) Em uma circunferência, dado o comprimento do arco AB e o ângulo AÔB subtendido a este arco, calcule a medida do raio.

a. AÔB=0°44'30''   AB=0,032592cm
b. AÔB=60°21'6''   AB=0,4572cm

a. Primeiramente devemos exprimir o ângulo em radianos.

AÔB = 0° 44' 30''=0,7417° = 0,7417 x π/180 = 0,01294 rad

A medida do raio é dada pelo comprimento de AB dividido por m(AÔB), logo:

comprimento do raio = 0,032592/0,01294 = 2,518 cm

b. Analogamente,

AÔB=60°21'6''=60,3517°=60,3517×π/180=1,0533rad

comprimento do raio = 0,4572/1,0533=0,4340cm

AVALIAÇÃO

A avaliação envolve aluno e professor e deve ser realizada de maneira que ambos possam avaliar o quanto se desenvolveu cada uma das competências relacionadas aos temas estudados. A tarefa, a ser realizada em dupla, descrita na página 23 - por ser um dos meios para pesquisar as competências e habilidades adquiridas pelos alunos, deve ser pontuada. Assim, o professor poderá avaliar a reflexão e o argumento crítico usado pelos alunos (50 minutos). Em um momento oportuno, aplicar um exercício individual envolvendo trigonometria na circunferência retirado do livro didático ou semelhante aos apresentados nas páginas 24, 25, 26, 27, 28 e 29 deste PT de maneira individual (com consulta - 50 minutos).

É apropriado verificar os acertos dos alunos nas questões relacionadas com o tema que constarão no SAERGINHO. Este será outro método de avaliação. Porque, nele o professor poderá verificar a aprendizagem não apenas no assunto que norteou este plano de trabalho, mas também em conteúdos estudados no bimestre anterior.

Aplicação de avaliação escrita individual (100 minutos) para investigação da capacidade de utilização de conhecimentos adquiridos e raciocínio lógico para resolver problemas do cotidiano envolvendo trigonometria na circunferência.

BIBLIOGRAFIA

ROTEITROS DE AÇÃO - Trigonometria na circunferência - Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino médio - 3º bimestre.

MATEMÁTICA - AULA POR AULA,1ºano - XAVIER E BARRETO Editora FTD - 2ª edição São Paulo 2005.

Tele aulas - TELECURSO 2000.

Endereços eletrônicos acessados de 05/09/2012 a 15/09/2012.

http://www.brasilescola.com/matematica/circunferência-trigonométrica.htm

http://www.brasilescola.com/matemática/arcos-maisçde-uma-volta.htm

http://www.brasilescola.com/matemática/arcos-movimento-circular.htm

http://www.brasilescola.com/matemática/comprimento-um-arco.htm

http://www.brasilescola.com/matemática/circunferência-trigonometrica.htm

http://www.brasilescola.com/matemática/comprimento-uma-curva.htm http://www.brasilescola.com/matemática/conversões-medidas-angulos.htm

http://pessoal.sercomtel.com.br/matemática/trigo01-a.htm