**FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA**
**CECIERJ / SEEDUC – RJ**

# PLANO DE TRABALHO

## TRIGONOMETRIA NA CIRCUNFERÊNCIA

**MATEMÁTICA – 1º ANO E.M. – 3º BIMESTRE / 2012**

**Cursista: LUCIENE CHIAPINI PEREIRA**
**Matrícula(SEEDUC): 283746-6**
**Colégio: E. João Maurício Brum**

**Tutora: ELISIANE APARECIDA NUNES SILVA**

# Introdução

A trigonometria é a parte da matemática que analisa a relação existente entre os lados e os ângulos de um triângulo. Nela se baseia o estudo das funções trigonométricas relacionadas aos ângulos e aos fenômenos periódicos.

A aplicação da trigonometria se estende a vários campos do conhecimento, como: astronomia, meteorologia, eletricidade, mecânica, música, engenharia, economia, acústica, medicina, biologia, etc. Muitos desses campos de grande interesse do aluno.

Neste Plano de Trabalho, inicialmente, vamos relembrar o conceito de grau e seus submúltiplos e a relação entre ângulo central e arco, bem como a medida linear de arcos (1ª atividade). Após essa revisão, vamos definir radiano, identificando-o como unidade de medida de arco, usando o quadro branco e em seguida o software Geogebra (2ª atividade) e, analisar a relação entre grau e radiano, fazendo as transformações (3ª atividade). Serão trabalhados problemas do cotidiano do aluno para que possam melhor compreender e valorizar a matemática através da trigonometria.

Para implementação do Plano serão necessárias seis aulas de cinqüenta minutos.

# Desenvolvimento

## 1ª Atividade – Medindo Arcos em Graus

**Habilidade relacionada:**

Identificar o grau como uma das unidades de medida de arco.

Diferenciar medida angular e medida linear de arcos.

Encontrar medidas de arcos tendo como base a medida do comprimento da circunferência.

**Tempo de Duração:** duas aulas (100 minutos)

**Recursos Educacionais Utilizados:** caderno, lápis, borracha, régua, compasso.

**Organização da Turma:** individual

**Objetivos:**

Relacionar ângulo central ao arco correspondente e calcular a medida angular e linear de arcos.

**Metodologia:**

Levar para sala de aula um relógio de parede simples, com tamanho suficiente para que os alunos sentados mais distantes possam ver. Esse relógio deve ter a marcação de horas. Mover os ponteiros do relógio e perguntar aos alunos o valor do ângulo menor formado por esses ponteiros; perguntar também o valor do ângulo maior.

O aluno irá perceber que cada cinco minutos corresponde 30º e fará seus cálculos para responder as perguntas feitas. Ele apresentará as respostas em graus, já que é a unidade que conhece.

Apresentar o arco: a medida angular de um arco é igual a medida do ângulo central correspondente a ele.

*1) Observe o relógio e responda as perguntas.*

*a) Qual é o menor ângulo formado pelos ponteiros desse relógio?*_____

*b) Qual é o menor arco?* ______

*c) E o maior arco?*________

Após as respostas, mudar os ponteiros do relógio e repetir as perguntas.

É importante marcar no início apenas horas exatas, para que o aluno perceba o ângulo mais facilmente. Depois, colocar horas e minutos para que o aluno perceba que quando o ponteiro dos minutos descreve 360º (60 minutos), o ponteiro das horas descreve 30º.

Se o ponteiro das horas estivesse sobre o 10, o menor ângulo formado pelos dois ponteiros seria 120º.

Mas enquanto o ponteiro dos minutos percorria dez minutos, o ponteiro das horas também se movia proporcionalmente:

| minutos | graus |
|---|---|
| 60 | 30 |
| 10 | x |

x = 5º

Logo, se o ponteiro das horas descreve um ângulo de 5º em 10 minutos, o menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio às 10h10min é 115º.

Lembrar que o grau apresenta submúltiplos: minutos e segundos.

1º = 60’

1’ = 60’’

*2) Calcular o menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio quando este marca 2h25min. __________*

*3) Calcular o maior ângulo formado pelos ponteiros de um relógio às 12h.________*

Observe o item 3 acima. O maior arco é definido pelo maior ângulo de uma circunferência. Logo, esse arco tem 360º.

Sabe-se que, em qualquer circunferência, a razão entre o comprimento (C) e o diâmetro (d = 2r) dessa circunferência é uma constante que foi representada por π.

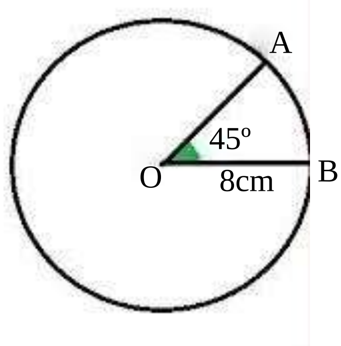
$$\frac{C}{d} = \frac{C}{2r} = \pi$$

Logo, $C = 2\pi r$

Sabendo disso, é possível calcular a medida linear de um arco. Para ficar mais prático, vamos trabalhar com o valor aproximado de π (3,14).

O aluno será lembrado da importância de traçar um esboço da circunferência com os dados do problema para melhor visualizar da situação e facilitar o entendimento.

*4) Calcular o comprimento aproximado de um arco AB com 45º de uma circunferência de 8cm de raio.*




*5) Gabriel corre numa pista circular com 180m de diâmetro. Após correr 1/6 da pista, tropeça e cai. Quantos metros, aproximadamente, Gabriel percorreu até cair? ____________*

*6) Em uma cidade, o atletismo é disputado numa pista circular de 100m de raio. Após uma disputa de 400m, quantos graus terá o ângulo central correspondente a distância percorrida? ____________*

## 2ª Atividade – Medindo Arcos em Radianos

**Habilidade relacionada:**

Compreender a relação existente entre o ângulo central, o arco correspondente a ele e o raio da circunferência.

Identificar o radiano como uma das unidades de medida de arco.

Medir arcos em radianos.

**Tempo de Duração:** duas aulas (100 minutos)

**Recursos Educacionais Utilizados:** computador com software geogebra instalado, folhas xerocadas com o resumo das atividades, lápis e borracha.

**Organização da Turma:** duplas

**Objetivos:**

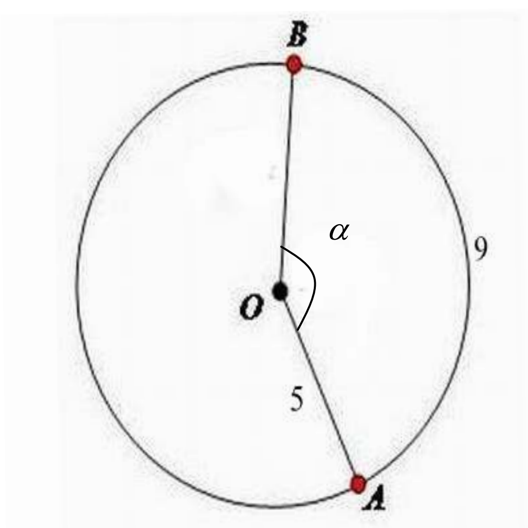
Relacionar o ângulo à razão entre a medida de um arco a ele correspondente e o raio da circunferência.

Compreender como radiano a unidade de medida dessa razão.

**Metodologia:**

Além do grau para medir ângulos e arcos, usamos também o radiano.

Entendendo o que é RADIANO.




Observe a circunferência ao lado.

O arco AB = 9 e r = 5

Relacionando a medida do arco à medida do raio, observa-se que o raio cabe 1,8 vezes no arco, independente da unidade de medida considerada. Observa-se também que essa relação determina o valor do ângulo $\alpha$ (sua "abertura").

$$\alpha = \frac{9}{5} = 1,8$$

Se o arco tiver o dobro da medida do raio, nele caberão 2 raios ; se o arco tiver a mesma medida do raio, caberá 1 raio. O ângulo $\alpha$ depende do valor do raio e do arco. No caso acima, no arco AB cabem 1,8 raios.

Radiano é a unidade de medida do ângulo quando ele é calculado através da razão entre o arco e o raio.

$$\alpha = \frac{9}{5} = 1{,}8 \text{ radianos.}$$

Após essa definição, os alunos serão levados ao laboratório de informática onde farão as construções para visualizarem o ângulo e sua relação com o arco correspondente e o raio, para que assim possam compreender melhor a definição de radiano.

No laboratório, serão feitas as construções pelos alunos, organizados em duplas, e as orientações serão faladas e apresentadas no projetor multimídia.

*1. Abra a tela do Geogebra e trace uma circunferência com raio qualquer, clicando no botão (6º menu de botões). Você construirá uma circunferência de centro A que passa pelo ponto B. O segmento AB será o raio dessa circunferência.*

*2. Marque o segmento AB :*
- *Clique no botão (3º menu de botões).*
- *Clique nos pontos A e B.*
- *Após traçar o segmento, meça-o, clicando no botão (8º menu de botões) e sobre o segmento AB. Surgirá a expressão a = ... no canto esquerdo da tela (Janela Algébrica).*

*3.Clique em (1º menu de botões). Agora, você pode mover os pontos livres do seu desenho. Clique no ponto B e movimente-o. O que acontece com os valores de "a" na janela algébrica?*__________________________________________________________
*Que parte da circunferência "a" representa?*____________________

*4. Marque agora um ponto C sobre a circunferência*
- *Clique em (2º menu de botões); em seguida, clique em um ponto sobre a circunferência distinto de B.*

*5. Marque o segmento AC , como no item 2.*
- *Qual a medida de AC ? Ela é a mesma de AB ? Por quê?* ____________________________
______________________________________________________________________________

*6. Clique com o botão direito do mouse sobre a janela do Geogebra, em seguida em "propriedades". No segundo botão apague os eixos x e y. Você terá apenas a circunferência na tela. Mas não se esqueça que o eixo está oculto, ele continua existindo e definindo os pontos do seu trabalho.*

*7. Os três pontos A, B e C definem o ângulo central BÂC. Vamos construir o arco menor BC. Clique no botão (6º menu de botões), e, sequencialmente, em A, C e B. Surgirá o arco BC indicado por d. Observe no canto esquerdo da tela, na "Janela da Álgebra", que aparece associada ao objeto "d" uma medida, que indica o comprimento do arco BC , ou seja, a medida linear desse arco.*

*8. Vamos agora usar a relação que define o radiano, calculando a razão r entre o comprimento do arco e o do raio da circunferência.*

- *Digite na Caixa Entrada (parte inferior da tela) r=d/a seguido de ENTER.*

*Na Janela Algébrica você verá o resultado r = ... que indicará o valor da razão (r = d/a). Repare que, conforme a definição, r é a medida em radianos do ângulo BAC e do arco BC . Cada um de nós terá um valor diferente para r, pois trabalhamos com raios e arcos distintos, portanto, ângulos distintos. Verifique isso com seus colegas.*

*9. Experimente agora fazer C variar. O que acontece com os valores de r?*
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________

*10. Tente colocar o ponto C numa posição tal que o comprimento do arco BC seja exatamente o valor do raio da circunferência, use o valor do arco "d" na janela algébrica para orientá-lo nessa atividade.*
*O que acontece com o valor de r?* ____________________________________________
*Explique porque isso ocorre.* _______________________________________________
______________________________________________________________________

*11. O GeoGebra também tem uma ferramenta para medir ângulos em graus ou em radianos. Vamos medir o ângulo BÂC.*
*Clique no botão (8º menu de botões) e a seguir, sequencialmente, nos pontos C, A e B. Você passará a ver a medida do ângulo BÂC em graus.*
*Quantos graus tem o ângulo que você traçou?*__________

*12. Agora vamos mudar a unidade para radianos. No menu Opções/Unidade de medida de ângulos selecione radianos. Qual o valor do ângulo em radianos?* ___________________

*13. Compare com os ângulos traçados por outras duplas.*
*O que você observou?*_____________________________________________________
*Explique porque isso ocorreu?* _____________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________

## 3ª Atividade – Transformando graus em radianos ou vice-versa

**Habilidade relacionada:** H21

Transformar grau em radiano ou vice-versa.

C1 - Converter em graus a medida de um arco dado em radianos, a qual não exceda duas voltas da circunferência unitária.

C2 - Converter em radianos a medida de um arco dado em graus, a qual não exceda duas voltas da circunferência unitária.

**Tempo de Duração:** duas aulas (100 minutos)

**Recursos Educacionais Utilizados:** folhas xerocadas com o resumo das atividades, lápis e borracha.

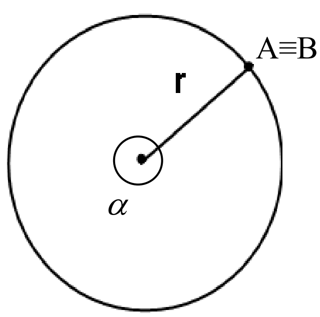
**Organização da Turma:** grupos com 4 alunos.

**Objetivos:**

Associar 360º a 2π rad. e, a partir desse ângulo encontrar os valores em radianos de ângulos dados. Resolver problemas que envolvam medidas em graus e radianos e as transformações.

**Metodologia:**

Agora, vamos imaginar uma circunferência em que o arco AB tenha 360º. O comprimento desse arco, então, seria o comprimento da circunferência, 2π r.




$C = 2\pi r$

$\alpha = 2\pi r/r$

$\alpha = 2\pi$ rad.

Como $\alpha = 360^\circ$, tem-se que $360^\circ = 2\pi$ rad.

Isso significa que numa circunferência ($C = 2\pi r$) cabem $2\pi$ raios (o ângulo mede $2\pi$ radianos).

*1) Você sabe que a circunferência tem 360º ou $2\pi$ rad. De posse dessa informação preencha a tabela abaixo:*

| *Grau* | *0* | *45* | *90* | *135* | *180* | *225* | *270* | *315* | *360* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Rad.* | | | | | | | | | |

*2) Um atleta corria em uma pista circular sobre sua raia e, por descuido, saiu dela, sendo desclassificado quando faltava 1/3 para chegar ao pondo em que partiu. Qual é a medida, em radianos do arco correspondente à trajetória desse atleta antes de ser desclassificado?*______________________________________________________

*3) Depois da aula de trigonometria, Daniel, muito empolgado com a descoberta da nova unidade de medida de ângulo, sentou-se com seus amigos, tirou seu relógio do braço e começou a calcular.*

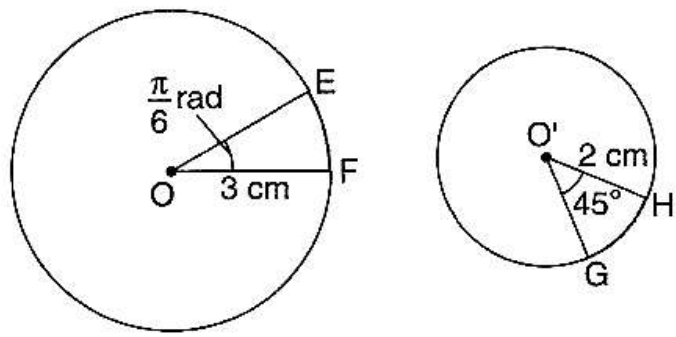
*Descobriram que às 14h30min os ponteiros do relógio descrevem um ângulo menor de* ____________ *graus, que equivale a* __________ *radianos.*

*Wesley, com seu relógio atrasado e sabendo que atrasava 4 minutos em cada 12 horas, propôs um desafio:*
*Se certo relógio atrasa 4 minutos em 12 horas, qual é a medida do ângulo que descreve seu ponteiro dos minutos em 1 hora de funcionamento?* ___________________________

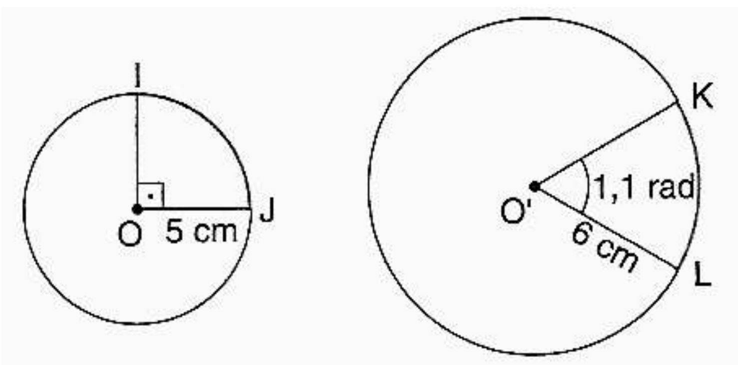
*4) Um mecanismo liga o velocímetro a uma das rodas dianteiras de um automóvel, de tal maneira que, quando essa roda gira 72 $\pi$rad, uma engrenagem que compõe o velocímetro gira 2 $\pi$rad.*
*Quantos graus essa engrenagem gira quando a roda girar 18 $\pi$/5rad?*_______

*5) Em cada caso, qual dos dois arcos assinalados possui maior comprimento? Qual é esse comprimento?*

*a)*




*b)*




# Avaliação

Os alunos serão avaliados no decorrer das atividades propostas.

A avaliação escrita será organizada com base na habilidade H21, mediante o que foi trabalhado nesse plano, principalmente na 3ª atividade. Serão observadas também como critério de avaliação as questões do Saerjinho pertinentes aos assuntos abordados.

É importante ressaltar, nesse trabalho, o caráter de revisão de conteúdos referente a 1ª atividade; revisão necessária para o bom aproveitamento das atividades posteriores.

Não só a avaliação da aprendizagem, mas também a avaliação do trabalho deverá ser feita com a turma para correção de possíveis erros.

# Referências Bibliográficas

IEZZI, Gelson. et all. *Matemática: Ciência e Aplicações*. V 1. São Paulo: Saraiva, 2010.

PAIVA, Manoel. *Matemática*. V único. 2 ed. São Paulo: Moderna, 2003.

SÉRATES, Jonofon. *Raciocínio Lógico.* V 2, 8 ed. Brasília: Teixeira,1998.

BARROSO, Juliane Matsubara (org.). *Conexões com a Matemática.* V 1. São Paulo: Moderna, 2010

*Roteiros de Ação: Trigonometria na Circunferência*. Formação Continuada, projeto SEEDUC/CECIERJ, em http://projetoseeduc.cecierj.edu.br . Rio de Janeio: 3º bimestre, 2012.