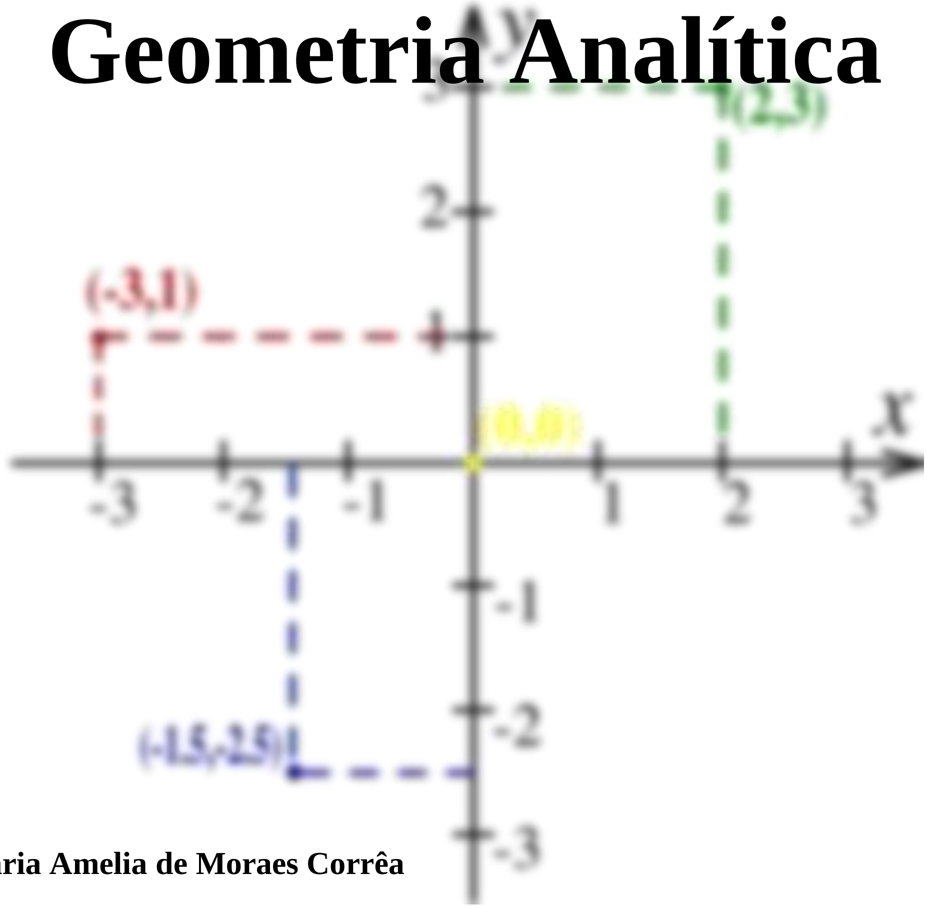
Formação continuada em Matemática

Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

Matemática 3º ano

Geometria Analítica



Tarefa 02

Cursista: Maria Amelia de Moraes Corrêa

Tutora: Maria Cláudia Padilha Tostes

S u m á r i o

Introdução

Este plano de trabalho visa organizar atividades para que os alunos consigam enxergar a eficácia da geometria analítica.

A ideia inicial é propor que os alunos explorarem a visão geométrica, que lhes permitirão imaginar, de forma indutiva, algum método para determinar a distância entre dois pontos, a partir do conhecimento das suas coordenadas, até a apresentação de métodos algébricos que permitem deduzir e entender as formas de calcular a equação de uma reta.

Este plano de trabalho apresenta atividades, que visam apresentar aos alunos o plano cartesiano, seus pontos e suas retas de maneira simples. Enriquecendo desta forma o aprendizado e a percepção dos alunos acerca das propriedades envolvidas.

Quando começamos a entrar no tema já com um vídeo, que mostra aos alunos a importância e a aplicabilidade que a geometria analítica tem em nosso cotidiano, abordagem pratica e teoria na sala de aula fica bem mais fácil e interessante para os mesmos.

É importante, que os discentes compreendam e fixem de forma simples e dinâmica o assunto aqui abordado.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1

- **HABILIDADE RELACIONADA: Geometria Analítica - Distância entre dois pontos.**
  H16 - Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.
- **PRÉ-REQUISITOS: Identificar um ponto no plano, através das suas coordenadas; Teorema de Pitágoras; módulo de um número real.**
- **TEMPO DE DURAÇÃO: 200 minutos**
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro didático, vídeo.**
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.**
- **OBJETIVOS: Determinar a equação que permite calcular a distância entre dois pontos, conhecendo as suas coordenadas.**
- **METODOLOGIA ADOTADA:**

Geometria Analítica

- ***Introdução:***

Vídeo "Tesouro cartesiano", onde temos como objetivos apresentar um problema geométrico motivador e mostrar a eficácia da Geometria Analítica para a solução de um problema.

1. O ponto:

1. Sistema Cartesiano Plano

O Plano Cartesiano foi criado pelo matemático René Descartes. Como ele associava a geometria à álgebra, esta foi a forma que ele criou para representar graficamente expressões algébricas.

A sua utilização mais simples é a de representarmos graficamente a localização de pontos em um determinado plano. Através dele também podemos representar um segmento de reta ou um triângulo, por exemplo.

O plano cartesiano é composto de duas retas perpendiculares e orientadas, uma horizontal e outra vertical.

Damos no nome de eixo x ou eixo das abscissas à reta horizontal. À vertical denominamos de eixo y ou eixo das ordenadas.

A orientação positiva das retas é representa por uma seta como podemos ver na figura mais abaixo.

- **Representação de Pontos no Plano Cartesiano**

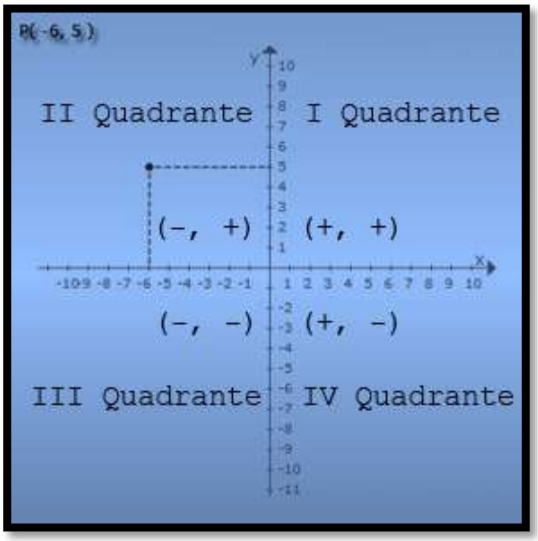
A representação de pontos neste plano é feita através de pares ordenados, onde o primeiro número se refere à abscissa e o segundo a ordenada.

O ponto $P_1(3, 2)$ tem abscissa 3 e ordenada 2, no qual o símbolo (3, 2) representa um par ordenado. O ponto $P_2(2, 3)$ tem abscissa 2 e ordenada 3. É importante frisarmos que os pontos P_1 e P_2 são pontos distintos, pois em um par ordenado a ordem dos números é relevante.

Dois pares ordenados (a, b) e (c, d) são iguais se e somente se a = c e b = d.

Na figura abaixo vemos a representação do ponto P(-6, 5).

Ao ponto localizado no cruzamento de ambos os eixos damos o nome de origem do sistema de coordenadas cartesianas, representado por O(0, 0).



- **Quadrantes do Plano Cartesiano**

Vemos na figura acima que o eixo x e o eixo y dividem o plano em quatro regiões. A região do canto superior direito é o primeiro quadrante, a região à sua esquerda, do outro lado do eixo y é o segundo quadrante. Abaixo deste temos o terceiro quadrante e à sua direita, ou seja, abaixo do primeiro temos o quarto quadrante.

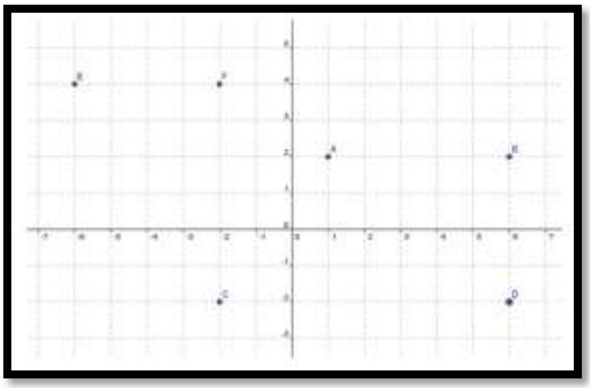
Os quadrantes são dispostos em sentido anti-horário.

- **Sinal da Abscissa e da Ordenada de um Ponto**

Todos os pontos no primeiro quadrante possuem abscissa e ordenada positivas. Exemplo: $P_1(3, 5)$.
No segundo quadrantes todos os pontos possuem abscissa negativa e ordenada positiva. Exemplo: $P_2(-4, 2)$.
Todos os pontos no terceiro quadrante possuem abscissa e ordenada negativas. Exemplo: $P_3(-7, -1)$.
No quarto quadrante todos os pontos possuem abscissa positiva e ordenada negativa. Exemplo: $P_2(8, -3)$.

- **Exercícios:**

1) Observando a Figura 1, identifique as coordenadas dos pontos indicados e complete as Tabelas 1, 2 e 3.



Ponto	Coordenada
A	(,)
B	(,)
Tabela 1	

Ponto	Coordenada
C	(,)
D	(,)
Tabela 2	

Ponto	Coordenada
E	(,)
F	(,)
Tabela 3	

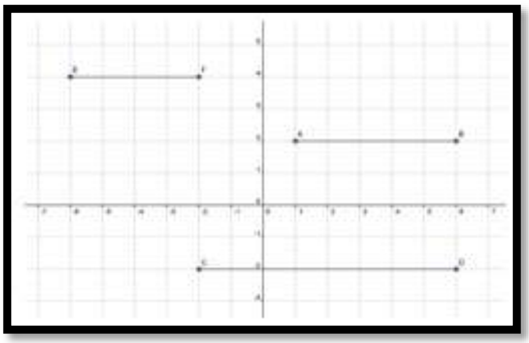
Os valores esperados são:

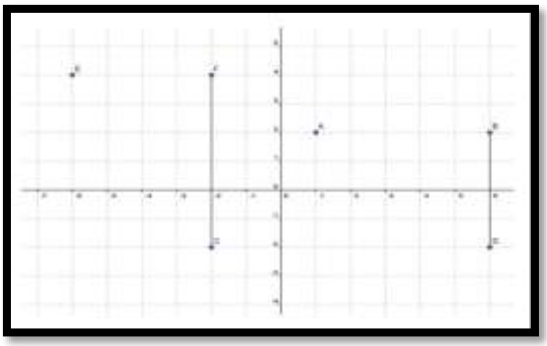
Ponto	Coordenada
A	(1 ,2)
B	(6 ,2)
Tabela 1	

Ponto	Coordenada
C	(-2,-2)
D	(6 ,-2)
Tabela 2	

Ponto	Coordenada
E	(-6,4)
F	(-2 ,4)
Tabela 3	

2) Considerando como unidade de medida o tamanho do quadrado da malha; determine a distância entre os pares de pontos: A e B, C e D, E e F, C e F, D e B. Isto é, calcule o comprimento dos segmentos AB, CD, EF, CF e DB, mostrados nas Figuras 2 e 3. Complete as Tabelas 4 e 5 para organizar as informações.





Segmento	Medida
AB	5
CD	
EF	
Tabela 4	

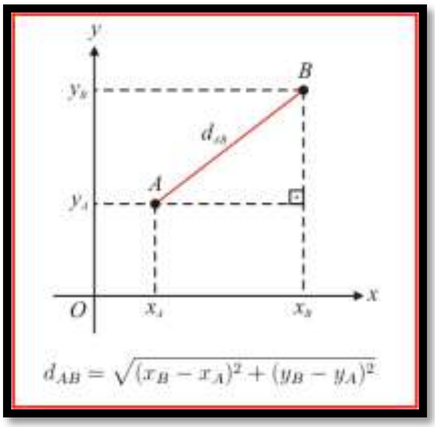
Segmento	Medida
DB	
CF	
Tabela 5	

Os valores esperados são:

Segmento	Medida
AB	5
CD	8
EF	4
Tabela 4	

Segmento	Medida
DB	4
CF	6
Tabela 5	

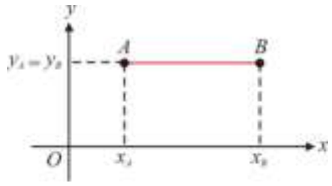
2. Distância entre dois pontos:



Sejam dois pontos distintos A(xA,yA) e B(xB,yB) no plano cartesiano. Distância é a medida do segmento de reta que tem os pontos A e B como extremidades.

No plano, dado dois pontos, o segmento formado por eles pode ser paralelo ao eixo dos x ou ao eixo dos y, ou mesmo oblíquo a eles.

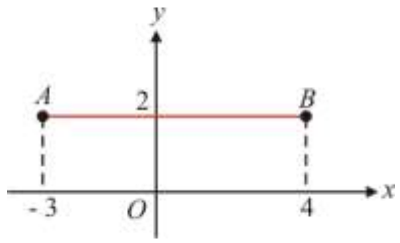
- 1º caso: O segmento $\overline{AB}$ é paralelo ao eixo dos x.



Neste caso, as ordenadas dos pontos A e B são iguais, ou seja, $y_A = y_B$. A distância entre os pontos A e B, ou o comprimento do segmento AB, é dada pelo módulo da diferença entre as abscissas de A e B, de modo que:

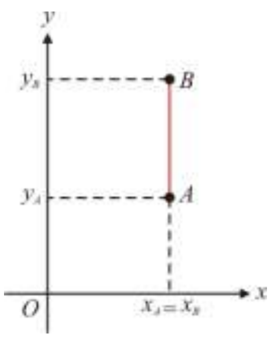
$$d_{AB} = |x_A - x_B| \quad (1)$$

Exemplo 1: Determinar a distância entre os pontos A(−3,2) e B(4,2).



$d_{AB} = |x_A - x_B|$= |- 3 - 4| = |- 7| = 7

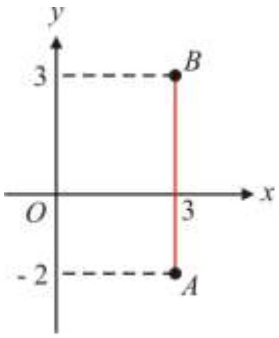
- **2º caso: O segmento $\overline{AB}$ é paralelo ao eixo dos y**



Neste caso, as abscissas dos pontos A e B são iguais, ou seja, $x_A = x_B$. A distância entre os pontos A e B, ou o comprimento do segmento $\overline{AB}$, é dada pelo módulo da diferença das ordenadas de A e B, de modo que:

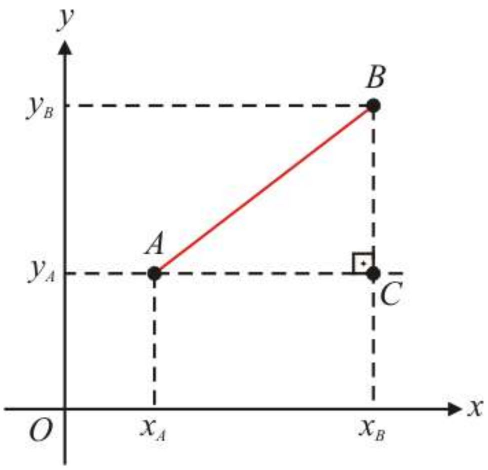
$$d_{AB} = |y_A - y_B| \quad (2)$$

Exemplo 2: Determinar a distância entre os pontos A(3,−2) e B(3,3).



$d_{AB} = |y_A - y_B|$ =|−2−3|=|−5|=5

- **3º caso: O segmento $\overline{AB}$ é oblíquo aos eixos**



Este é o caso geral, pois a fórmula que encontraremos também resolve os dois casos anteriores. Vejam que as retas que passam pelo ponto x_B paralela ao eixo dos y e pelo ponto y_A paralela ao eixo dos x, definem um triângulo retângulo com hipotenusa $\overline{AB}$. Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo ABC, obtemos:

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 \qquad (3)$$

No entanto, temos que $\overline{BC}$=$|y_A - y_B|$ e $\overline{AC}$=$|x_A - x_B|$ Se substituirmos em (3), vem que:

$$\overline{AB}^2 = |x_A - x_B|^2 + |y_A - y_B|^{\,2} \quad (4)$$

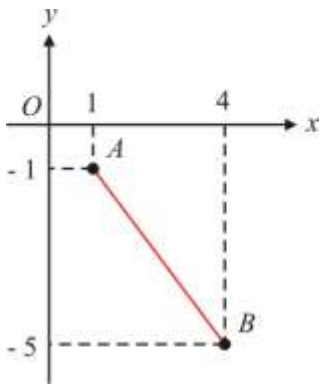
Como para todo a ∈ R, então $|a|^2 = a^2$, reescrevemos a equação (4):

$$(d_{AB})^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^{\,2}$$

Agora, basta extrairmos as raízes de ambos os lados da equação acima:

$$\boxed{d_{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^{\,2}}} \quad (5)$$

Exemplo 3: Determine a distância entre os pontos A(1,−1) e B(4,−5).



$$d_{AB} = \sqrt{(1-4)^2 + (-1-(-5))^{\,2}} = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

2. Exercícios de fixação:

Utilizar exercícios do livro didático para fixação dos conteúdos abordados nesta atividade.

Atividade 2

- **HABILIDADE RELACIONADA: Geometria Analítica - Distância entre dois pontos.**
  H16 - Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.
- **PRÉ-REQUISITOS: Identificar um ponto no plano, através das suas coordenadas; Teorema de Pitágoras; módulo de um número real.**
- **TEMPO DE DURAÇÃO: 25 minutos**
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro didático para consulta.**
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.**
- **OBJETIVOS: Revisão e fixação através de atividades de avaliações.**
- **METODOLOGIA ADOTADA:**
  Uma lista de exercícios extra para a melhor fixação da atividade 01.

Lista de exercícios de fixação

Questão 1) Sendo A(1,2); B(3,5) e C(6,7) vértices de um triângulo, classifique esse triângulo em escaleno, isósceles ou equilátero

Questão 2) Obtenha o valor de m para que a distância do ponto A(m,1) ao ponto B(4,0) seja de 2 unidades.

Questão 3) A distância da origem do sistema cartesiano ao ponto médio do segmento de extremos
(–2,–7) e (–4,1) é:

Questão 4) Classifique o triângulo ABC, de vértices A(–1,1); B(5,0) e C(1,2).

Questão 5) A distância do ponto A(a,a) ao ponto B(6a,13a) é:

Questão 6) O valor de y , para qual e distância do ponto A (1, 0) ao ponto B (5, y) seja 5 é:

Questão 7) O ponto pertencente ao eixo das abscissas que dista 13 unidades do ponto A (-2, 5) é:

Questão 8) O ponto do eixo das ordenadas equidistantes dos pontos A(1, 2) e B (-2, 3) tem ordenadas?

Questão 9) O perímetro do triângulo ABC dados A (-1,1), B (4, 13) e C (-1, 13) é:

Questão 10) O ponto do eixo Ox equidistante dos pontos (0, -1) e (4, 3) é:

Questão 11) Sendo A (3, 1) B (4, -4) e C (-2, 2) vértices de um triângulo, mostre que esse triângulo é isósceles e não é retângulo.

Questão 12) Sendo A (3; 1), B (4; -4) e C (-2; 2) os vértices de um triângulo, mostre que ele é isósceles.

Questão 13) As coordenadas do ponto médio do segmento de extremidades (5; -2) e (-1; -4) são:

Questão 14) O maior valor real de k para que a distância entre os pontos A (k; 1) e B (2; k) seja igual a é:

Questão 15) Dados A (-1; 7) e B (4; y), se a distância entre A e B for 5. Então y deverá ser:

Gabarito

Questão 1) isósceles

Questão 2) $m = \pm 4$

Questão 3) $d_{OM} = 3$

Questão 4) escaleno

Questão 5) 13a

Questão 6) 3

Questão 7) 10

Questão 8) 4

Questão 9) 30

Questão 10) (3, 0)

Questão 11) isósceles e não retângulo

Questão 12) isósceles

Questão 13) (2; -3)

Questão 14) 3

Questão 15) 10

Atividade 3

- **HABILIDADE RELACIONADA: Cálculo do coeficiente angular de uma reta conhecendo dois pontos e a equação de uma reta.**
  H15 – Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.
- **PRÉ-REQUISITOS: Identificar um ponto no plano, através das suas coordenadas. Desenhar uma reta definida por dois pontos. Conhecer e identificar o ângulo de inclinação de uma reta. Conhecer a definição da razão trigonométrica tangente. Identificar e saber calcular esta razão em triângulos retângulos.**
- **TEMPO DE DURAÇÃO: 150 minutos**
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro didático.**
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.**
- **OBJETIVOS: Relembrar os conceitos sobre o ângulo de inclinação definido por uma reta. Compreender o conceito de coeficiente angular de uma reta. Perceber que, para o cálculo do coeficiente angular e a equação de uma reta é necessário e suficiente, conhecer as coordenadas de dois pontos dessa reta.**
- **METODOLOGIA ADOTADA:**

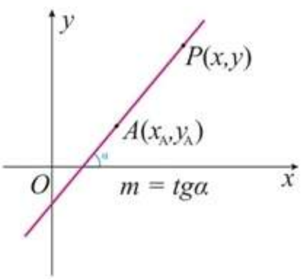
Geometria Analítica

1. A reta

1.1. Equação fundamental da reta

Podemos representar uma reta r do plano cartesiano por meio de uma equação. Essa equação pode ser obtida a partir de um ponto A(x_A, y_A) e do coeficiente angular m dessa reta.

Considere uma reta r não-vertical, de coeficiente angular m, que passa pelo ponto A(x_A, y_A). Vamos obter a equação dessa reta, tomando um ponto P(x, y) tal que P ≠ A.



A equação fundamenta da reta é:

$$m = \frac{y - y_A}{x - x_A} \rightarrow y - y_A = m(x - x_A)$$

- **Exercício:**

  1- Considere a reta r definida pelos pontos A(1,4) e B(2,1):

  a) Encontre o coeficiente angular da reta r.

  b) Determine a equação da reta r.

O aluno deve concluir que o coeficiente angular da reta é dado pela expressão dada abaixo:

$$\boldsymbol{m = \frac{1-4}{2-1} = -3.}$$

Com o coeficiente angular, podemos tomar um ponto genérico M(x,y) e um ponto qualquer da reta e obter a equação da reta:

$$\boldsymbol{\frac{y-1}{x-2} = m = -3 \rightarrow (y-1) = -3.(x-2) = -3x + 6 \rightarrow y = -3x + 7.}$$

1.2.Equação geral da reta

Toda reta r do plano cartesiano pode ser expressa por uma equação do tipo:

$$\boxed{ax + by + c = 0}$$

Em que:

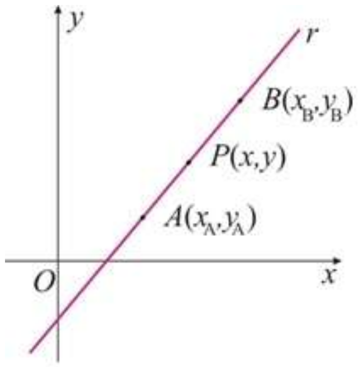
• a, b, e c são números reais;

• a e b não são simultaneamente nulos.

Podemos obter a equação geral de uma reta r conhecendo dois pontos não coincidentes de r:

$$A(x_a, y_a)\ e\ B(x_b, y_a)$$

Para isso, usa-se a condição de alinhamento de A e B com um ponto genérico P(x,y) de r.



$$\begin{bmatrix} x & y & 1 \\ x_a & y_a & 1 \\ x_b & y_b & 1 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow ax + by + c = 0$$

Essa equação relaciona x e y para qualquer ponto P genérico da reta. Assim, dado o ponto P(m, n):

- **se am + bn + c = 0, P é o ponto da reta;**
- **se am + bn + c ≠ 0, P não é ponto da reta.**

- **Exemplos:**

1- Vamos considerar a equação geral da reta r que passa por A(1, 3) e B(2, 4). Considerando um ponto P(x, y) da reta, temos:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 3x + 2y + 4 - 6 - 4x - y = 0 \Rightarrow x - y + 2 = 0$$

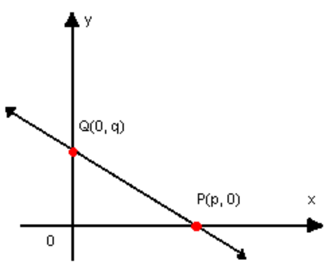
2- Vamos verificar se os pontos P(-3, -1) e Q(1, 2) pertencem à reta r do exemplo anterior.

Substituindo as coordenadas de P em x - y + 2 = 0, temos: -3 - (-1) + 2 = 0→ -3 + 1 + 2 = 0. Como a igualdade é verdadeira, então P ∈ r.

Substituindo as coordenadas de Q em x - y + 2 = 0, obtemos: 1 - 2 + 2 ≠ 0 . Como a igualdade não é verdadeira, então Q ∉ r.

1.3.Equação segmentária

Considere a reta r não paralela a nenhum dos eixos e que intercepta os eixos nos pontos P(p, 0) e Q(0, q), com $p \neq 0$ e $q \neq 0$.



A equação geral de r é dada por:

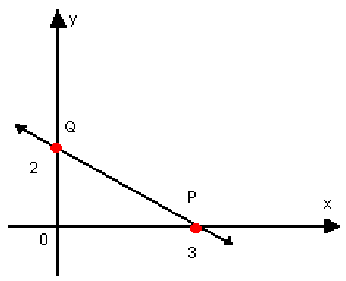
$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ p & 0 & 1 \\ 0 & q & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -qx - py + pq = 0 \Rightarrow qx + py - pq = 0$$

Dividindo essa equação por pq$(pq \neq 0)$, temos:

$$\frac{\cancel{q}x}{p\cancel{q}} + \frac{\cancel{p}y}{\cancel{p}q} - \frac{\cancel{pq}}{\cancel{pq}} = 0 \Rightarrow \frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1} \text{(equação segmentári a da reta r)}$$

- **Exemplo:**

1- Vamos determinar a equação segmentária da reta que passa por P(3, 0) e Q(0, 2), conforme o gráfico:



$$p = 3$$
$$q = 2$$
$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

1.4.Equações paramétricas

São equações equivalentes à equação geral da reta, da forma x= f(t) e y= g(t), que relacionam as coordenadas x e y dos pontos da reta com um parâmetro t.

Assim, por exemplo, $\begin{cases} x = t + 2 \\ y = -t + 1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ **, são equações paramétricas de uma reta r.**

Para obter a equação geral dessa reta a partir das paramétricas, basta eliminar o parâmetro t das duas equações:

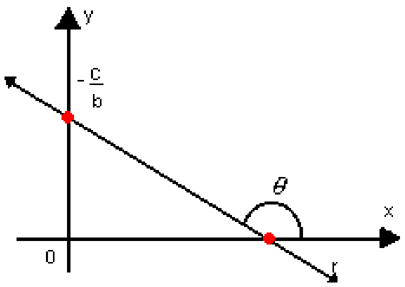
$$x = t + 2 \rightarrow t = x - 2$$

Substituindo esse valor em y = - t + 1, temos:

$\mathbf{y = -(x - 2) + 1 = -x + 3 \rightarrow x + y - 3 = 0}$ **(equação geral de r)**

1.5.Equação Reduzida

Considere uma reta r não-paralela ao eixo Oy:



Isolando y na equação geral ax + by + c = 0, temos:

$$by = -ax - c \Rightarrow -\frac{a}{b}.x - \frac{c}{b}$$

Fazending $-\frac{a}{b} = m$ e $-\frac{c}{b} = q$ **, temos:**

$$\boxed{y = mx + q}$$

Chamada equação reduzida da reta, em que $m = -\frac{a}{b}$ fornece a inclinação da reta em relação ao eixo Ox.

Quando a reta for paralela ao eixo Oy, não existe a equação na forma reduzida.

2. Exercícios de fixação:

Utilizar exercícios do livro didático, páginas 15 e 16, para fixação dos conteúdos abordados nesta atividade.

Atividade 4

- **HABILIDADE RELACIONADA: Cálculo do coeficiente angular de uma reta conhecendo dois pontos e a equação de uma reta.**
  H15 – Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.
- **PRÉ-REQUISITOS: Identificar um ponto no plano, através das suas coordenadas. Desenhar uma reta definida por dois pontos. Conhecer e identificar o ângulo de inclinação de uma reta. Conhecer a definição da razão trigonométrica tangente. Identificar e saber calcular esta razão em triângulos retângulos.**
- **TEMPO DE DURAÇÃO: 25 minutos**
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro didático.**
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.**
- **OBJETIVOS: Fixação e revisão dos conteúdos abordados na atividade anterior.**
- **METODOLOGIA ADOTADA:**

Uma lista de exercícios para a melhor fixação da atividade 03. Com base no livro didático adotado pela escola, os exercícios serão das páginas 68 e 69 do livro "Matemática Ciência e Aplicações – Volume 03".

CESD

Professora: Maria Amelia **Data: __/__/__** **Turma: 3001**

Aluno(a):____ **Nº: __________**

Avaliação de Matemática

QUESTÃO 01

Calcule a distância entre os pontos dados:

a) A(3,7) e B(1,4) **Resposta:** $\sqrt{13}$

b) E(3,1) e F(3,5) **Resposta: 4**

c) H(-2,-5) e O(0,0) **Resposta:** $\sqrt{29}$

QUESTÃO 02

Demonstre que o triângulo com os vértices A(0,5), B(3,-2) e C(-3,-2) é isósceles e calcule seu perímetro.

Resposta: $Perímetro = 2\sqrt{58} + 6$

QUESTÃO 03

Determine a equação da reta que passa pelos pontos A(-1,4) e tem coeficiente angular 2.

Resposta: $y = 2x + 6$

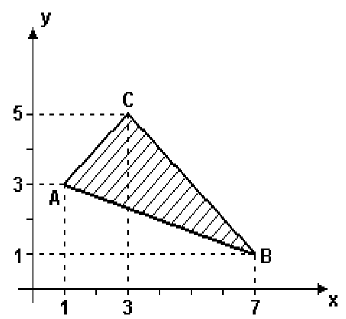
QUESTÃO 04

Determine a equação da reta que passa pelos pontos A(-1,-2) e B(5,2).

Resposta: y=2/3x + 2/3 - 2

QUESTÃO 05

No sistema de coordenadas cartesianas a seguir, está representado o triângulo ABC.
Em relação a esse triângulo, demonstre que ele é retângulo.



Resposta:

$\overrightarrow{AB} = (6, -2)$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{40}$

$\overrightarrow{AC} = (2, 2)$

$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{8}$

$\overrightarrow{BC} = (-4, 4)$

$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{32}$

Logo: $|\overrightarrow{AB}|^2 = |\overrightarrow{AC}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2$

AVALIAÇÃO

A avaliação envolve aluno e professor e deve ser realizada de maneira que ambos possam avaliar o quanto se desenvolveu cada uma das competências relacionadas aos temas estudados. As tarefas feitas nas atividades 2 e 4, feitas individualmente com consulta em 50 minutos, servirão para o docente observar se os alunos entenderam o assunto.

É apropriado verificar os acertos dos alunos nas questões relacionadas com o tema que constarão no SAERJINHO. Este será outro método de avaliação. Porem, nele o professor poderá verificar a aprendizagem não apenas no assunto que norteou este plano de trabalho, mas também em conteúdos estudados no bimestre anterior.

Aplicação de uma avaliação escrita individual, teste sem consulta, (100 minutos) para investigação da capacidade de utilização de conhecimentos adquiridos para a resolução das questões envolvendo a geometria analítica aqui estudada.

Neste plano de trabalho procurei utilizar os novos conhecimentos que obtive com os planos de ação da formação continuada. Queria poder explorar o roteiro de ação 3, mas infelizmente a escola não poderá disponibilizar o laboratório a tempo.

Mais uma vez, apesar de não ter a possibilidade de apresenta-los o Geogebra, pedi para aqueles que tivessem a curiosidade em aprender pesquisar mais sobre o programa e tirarem as dúvidas comigo.

- ***OBSERVAÇÕES IMPORTANTES SOBRE ESTE PLANO DE TRABALHO***

Ele foi preparado levando em consideração o tempo disponível de aulas para a turma 3001 do Colégio Estadual Santos Dias no ano letivo em curso (2013) e o grau de conhecimento dos alunos. Há detalhes e atividades interessantes que poderão ser acrescentados caso o tempo permita, que podem prender a atenção dos alunos e mostrar ainda mais a aplicabilidade do tema.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Iezzi, Gelson. Matemática: Ciências e Aplicações. 6ª edição. São Paulo: Saraiva, 2010.

Paiva, Manoel. Matemática: volume único. 1ª edição. São Paulo: Moderna, 2005.

ROTEIROS DE ACÃO – Geometria Analítica– Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2013 http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 09/09/2013.

Endereços eletrônicos acessados de 07/09/2013 a 09/09/2013, utilizados ao longo do trabalho:

http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1183

http://www.trabalhosfeitos.com/ensaios/Plano-De-Aula-De-Geometria-Analitica/602710.html

http://obaricentrodamente.blogspot.com.br/2013/06/distancia-entre-dois-pontos-no-plano.html

http://www.infoescola.com/geometria-analitica/equacoes-da-reta/

http://somatematica.com.br/emedio/retas/retas5.php