FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
COLÉGIO: Colégio Estadual Alberto Torres
PROFESSOR (a): Fernanda Fernandes
MATRÍCULA: 806.993-2
SÉRIE: 3ª do Ensino Médio
TUTOR (A): Maria Cláudia Padilha Tostes

PLANO DE TRABALHO SOBRE GEOMETRIA ANALÍTICA

Fernanda Maria da Silva Fernandes

fernanda fernandes2000@bol.com.br

1. Introdução:

O conteúdo de Geometria Analítica do 4º bimestre é uma continuação do conteúdo do 3º bimestre em que foi introduzido por um texto do Livro Coleção Novo Olhar do autor Joamir Souza da editora FTD, que fala sobre o GPS e sua aplicação.

O aluno já tem noção de como escrever a equação da reta e identificá-la pelas aulas anteriores. Mas, ao introduzir o conteúdo sobre posição relativa entre retas, é sempre bom uma revisão da Geometria Plana, que será feita através dos vídeos: Geometria Plana - aprenda os fundamentos - parte #2/2, disponível no link: **http://www.youtube.com/watch?v=hWCdWSz6FTA&feature=relmfu** e Geometria plana - aprenda sobre posições relativas de duas retas, disponível no link, **http://youtu.be/gZecLFZyvRI** .

Após os vídeos, será feito o uso do software Wimplot que ajuda o aluno a construir, identificar e comparar, geometricamente, retas.

O tópico de geometria analítica será abordado de forma direta e objetiva, de forma a cumprir o conteúdo proposto pelo currículo mínimo. Desta forma, as aulas serão ministradas, basicamente, através da exposição dos conceitos e resolução de exercícios para a fixação do conteúdo.

2-Desenvolvimento:

Como exemplo, de posições relativas entre retas, aproveito sempre um elemento que está presente em nossa sala de aula, a moldura do quadro de giz ou quadro branco, para explicar retas paralelas e retas perpendiculares. Em seguida, peço que os alunos me dêem alguns exemplos.

Como eles já haviam construído algumas retas no Winplot, através do datashow na sala de aula, eles já sabiam como ficavam as posições entre as retas geometricamente, mas não sabiam o porquê destas posições. Então, eles puderam identificar que o que determina a posição relativa entre as retas de serem paralelas, concorrentes ou perpendiculares é o coeficiente angular que determina a inclinação da reta.

Atividade 1 :

<u>Identificando retas paralelas e perpendiculares a partir de suas equações com ajuda do programa Winplot.</u>

Habilidade relacionada:

- ✓ Identificar retas paralelas e retas perpendiculares a partir de suas equações;
- ✓ Associar as linguagens algébricas e geométricas;
- ✓ Esboçar determinada reta a partir de sua representação algébrica.

Pré-requisitos:

- ✓ Revisão de Geometria Plana;
- ✓ Equação geral e reduzida da reta;
- ✓ Coeficiente angular da reta;
- ✓ Coeficiente linear da reta.

Tempo de Duração:

- ✓ 100 minutos.

Recursos Educacionais Utilizados:

- ✓ Programa Winplot;
- ✓ Notebook com o programa instalado;
- ✓ Datashow;
- ✓ Livro;

Organização da turma:

- ✓ A tarefa será realizada em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo, com o auxílio do professor.

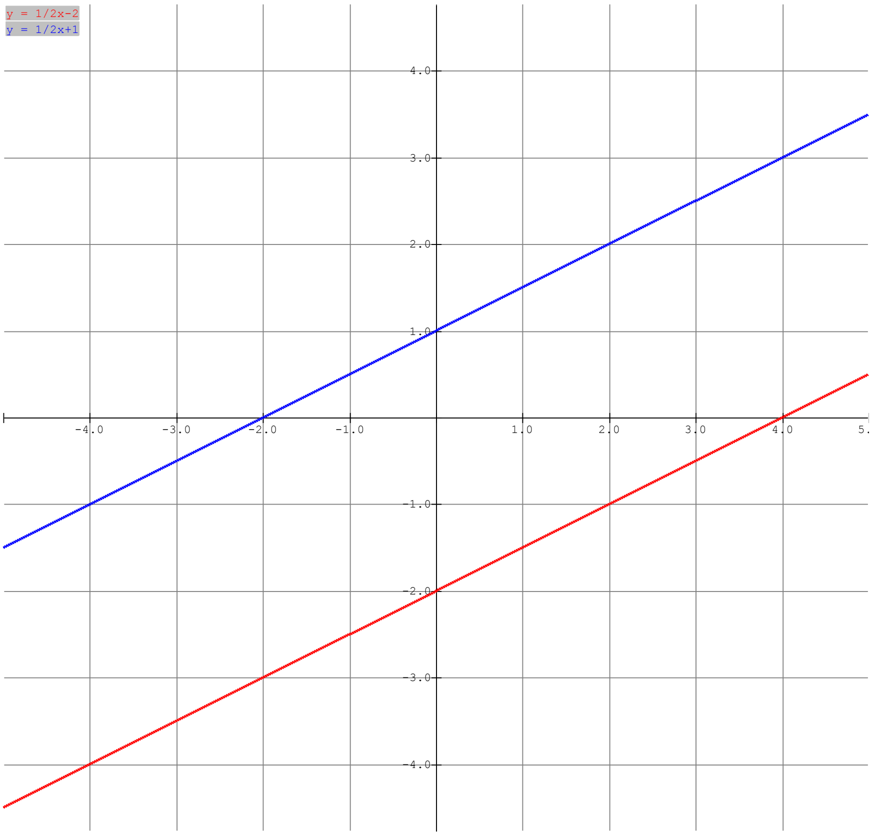
Objetivos:

- ✓ Conceituar e identificar retas concorrentes, paralelas e perpendiculares;
- ✓ Identificar a posição relativa entre retas algebricamente e geometricamente;

Metodologia adotada:

Através do programa Winplot, foram reproduzidas duas retas, do livro, no Datashow. O livro começa com as Retas Paralelas:

Os exemplos dados foram às retas: r: $-x + 2y + 4 = 0$ e s: $-2x + 4y - 4 = 0$. Mas, para reproduzi-las é necessário escrever as equações na forma reduzida e os alunos acompanham escrevendo no caderno cada uma das equações reduzidas. Assim, podendo identificar os coeficientes angulares de cada uma e depois vendo geometricamente na tela que as retas não possuem pontos comuns, sendo assim paralelas e distintas, pois o coeficiente linear é diferente entre elas.

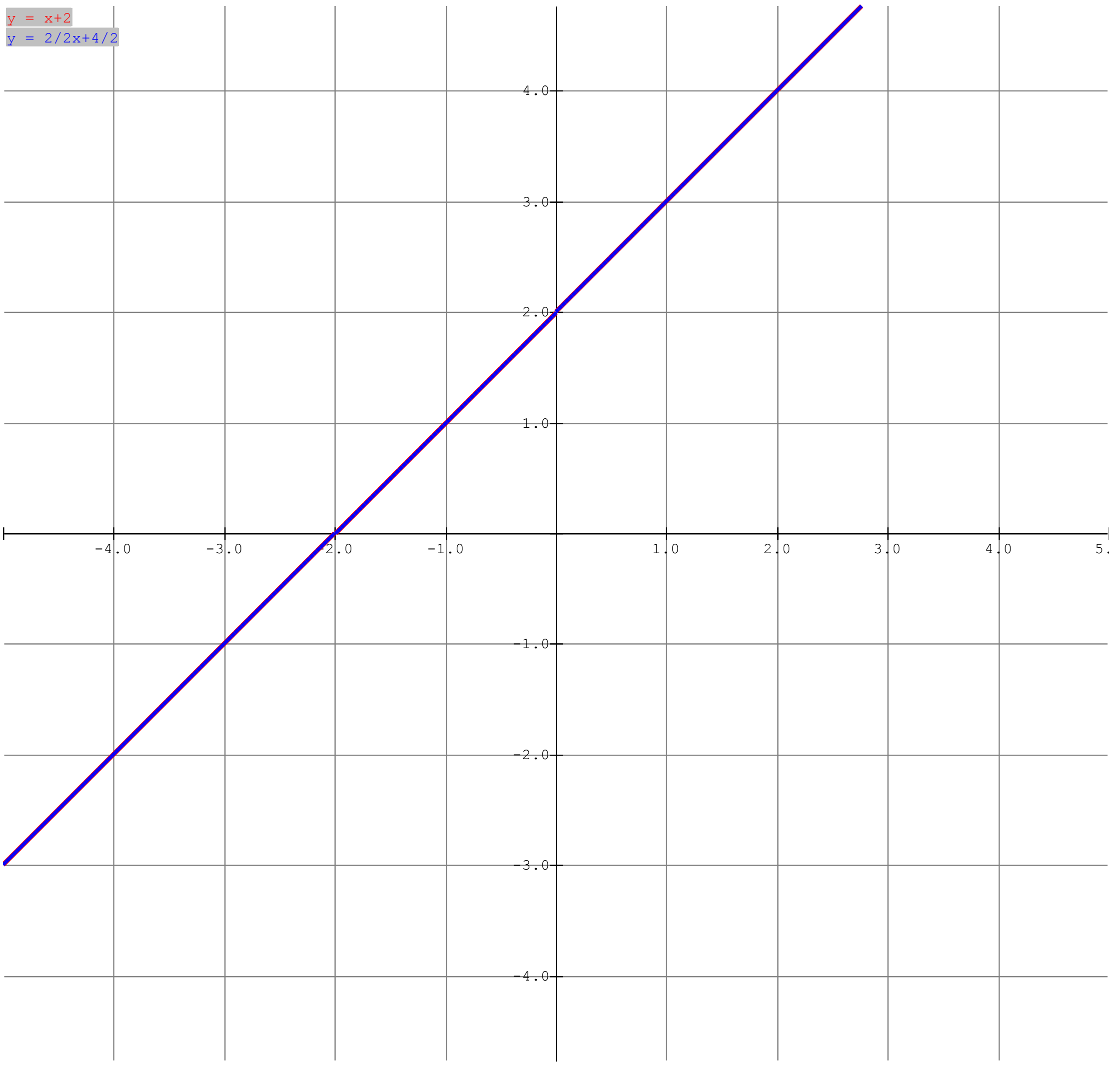


Podemos ter retas paralelas e coincidentes, quando os coeficientes angulares são iguais e os coeficientes lineares iguais. Então, observem:

Exemplo 1:

Sejam as retas, r: $-x + y - 2 = 0$ e s: $-2x + 2y - 4 = 0$.

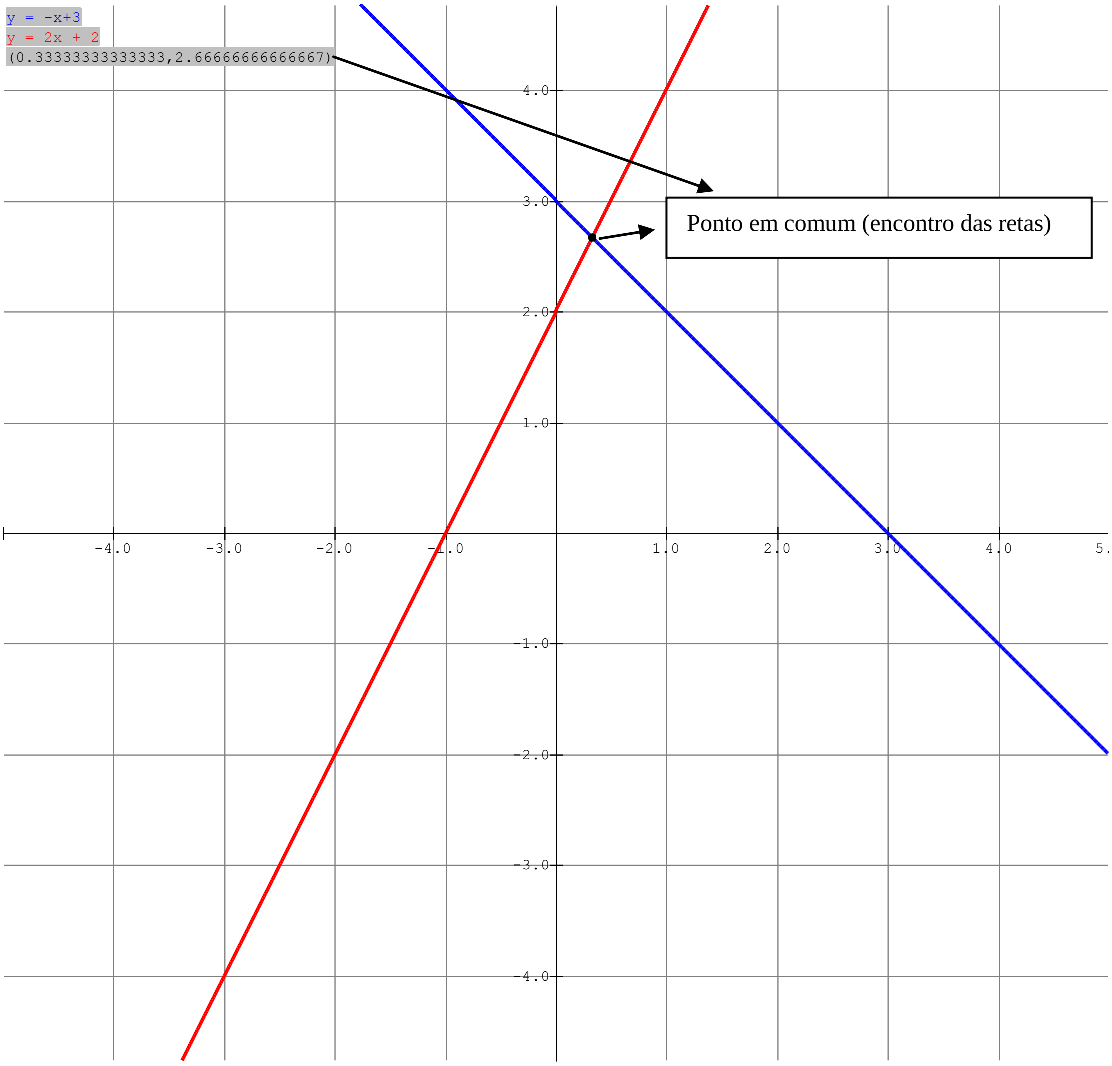
Escrever a equação reduzida e observar que o coeficiente angular é igual nas duas equações e o coeficiente linear também. E, geometricamente, fica claro que elas estão no mesmo lugar, ou seja, coincidem. Conforme a figura mostrada no datashow:



Exemplo 2:

Sejam as retas, r: $x + y + 3 = 0$ e s: $-2x + y - 2 = 0$

Escrever a equação reduzida de cada uma e identificar os coeficientes angulares. Assim pode-se observar que as retas r e s possuem coeficientes angulares diferentes, sendo classificadas como retas concorrentes, tendo então um ponto em comum, como podem observar no gráfico feito na tela:



Exemplo 3:

Sejam as retas, r: x - y + 2 = 0 e s: x + y + 3 = 0

Escrever a equação reduzida de cada uma e identificar os coeficientes angulares. Assim pode-se observar que as retas r e s possuem coeficientes angulares diferentes. Como se observa no gráfico feito na tela, as retas perpendiculares também são concorrentes. Apesar dos coeficientes angulares serem diferentes, temos que:

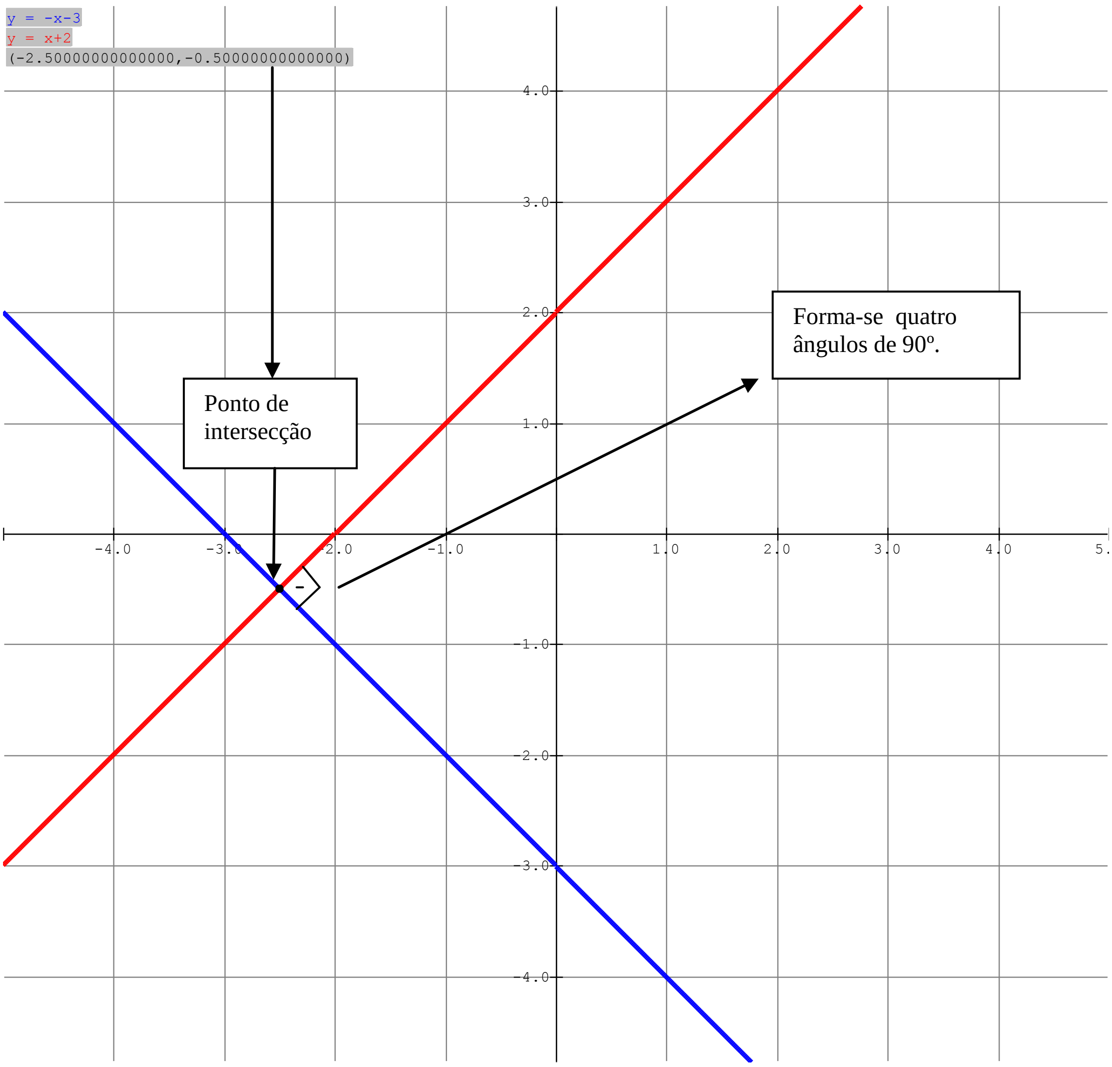
$$\boxed{m_r \cdot m_s = -1}$$

Como se observa no exemplo dado:

r: x + y + 3=0 $\rightarrow$ y = - x – 3 $\rightarrow$ $m_r = 1$

s: x – y + 2 = 0 $\rightarrow$ y = x + 2 $\rightarrow$ $m_s = -1$,   logo: $m_r \cdot m_s = -1$

Ao representar as equações no Winplot, se vê que as retas se cruzam e formam um ângulo de 90º, por isso, recebem o nome de retas perpendiculares.



Os alunos, depois de fazerem os cálculos e observarem as retas, geometricamente, entendem mais facilmente o significado de cada posição de acordo com o coeficiente angular.

Atividade 2 :

Identificando através de problemas e exercícios as retas e suas posições.

Habilidades relacionadas:

- ✓ Identificar retas paralelas e retas perpendiculares a partir de suas equações.

Pré-requisitos:

- ✓ Equação do 2º grau;
- ✓ Função do 1º grau;
- ✓ Equação geral e reduzida da reta;

- ✓ Coeficiente angular da reta;
- ✓ Coeficiente linear da reta.
- ✓ Identificar a equação da reta dado o seu gráfico.

Tempo de Duração:

- ✓ 100 minutos

Recursos Educacionais Utilizados:

- ✓ Livro;
- ✓ Exercícios do livro.

Organização da turma:

- ✓ A tarefa será realizada inicialmente com meu auxílio através da resolução de exercícios resolvidos do livro e posteriormente os outros exercícios serão realizados em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

Objetivos:

- ✓ Identificar a posição relativa entre retas algebricamente;

Metodologia adotada:

Os exercícios do livro das páginas 172 e 173 serão feitos juntos com o professor e as questões são R18 e R19.

A questão R18 pede para verificar a posição relativa entre três retas r: $-5x + y + 1 = 0$, s: $-10x + 2y - 6 = 0$ e t: $1/5\ x + y + 1 = 0$, duas a duas.

Respostas:

$r // s$, $r \perp t$ e $s \perp t$

Na questão R19, dá duas retas r: $-5kx + 10y - 2 = 0$ e s: $-(1 - k)x + y + 1 = 0$ e pede que dê os valores de k para que as retas sejam:

a)paralelas e distintas b) Concorrentes c) Perpendiculares

Respostas:

a) $K = 2/3$ b) $k \neq 2/3$ c) $k^2 - k - 2 = 0 \leftrightarrow k = -1$ ou $k = 2$

Após explicar os dois exercícios, os alunos farão, em duplas, os exercícios da página 174, atividades 67, 69, 70, 72 e 73. Na página 175 apenas as atividades 82 e 83.

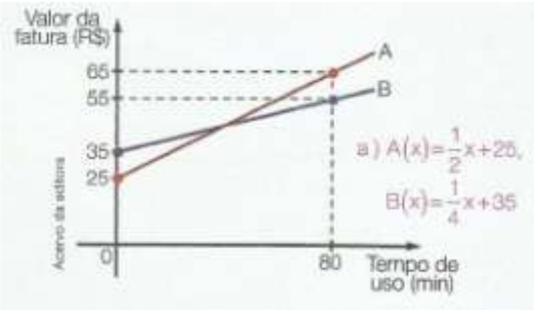
Atividade 67 da Página 174

Sejam as retas q: ½ x + 3 = y , r: 3 -2x – y = 0 , s: 3y + 2x = 6 e t: 2y – x – 6= 0. Qual é a posição relativa entre as retas:

a) q e s? Resposta: concorrentes
b) r e t? Resposta: Perpendiculares
c) t e q? Resposta: Coincidentes
d) s e r? Resposta: Concorrentes

Atividade 69 da Página 174

As retas indicadas no gráfico representam o valor da fatura de telefone em função do tempo de uso de dois planos distintos, A e B.



a) Escreva uma função que permita calcular, para cada plano, o valor da fatura de telefone em função de x minutos de uso: (Resposta no gráfico)
b) Nas funções que você escreveu no item **a**, o que representa o coeficiente linear? E o coeficiente angular? Resposta: O valor da conta sem o uso do telefone; O valor pago por minuto.
c) Após quantos minutos de uso o Plano B é mais vantajoso que o Plano A? Resposta: 40 minutos.

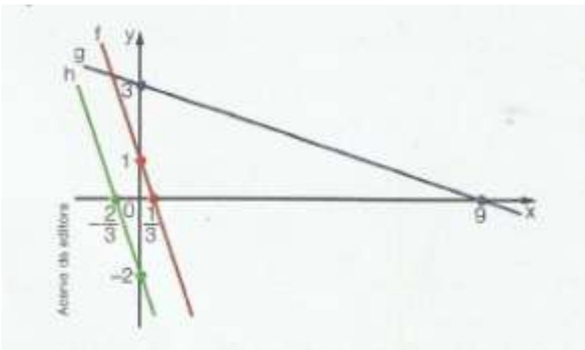
Atividade 70 da Página 174

Dadas as retas r: 3kx – 4y + 2 =0 e s: - 6x + 2y – 7 = 0, calcule k para que r e s sejam paralelas:

Resposta: k = 4

Atividade 72 da Página 174

Observe no Plano cartesiano o gráfico de três funções:



a) Determine a lei de formação de cada função:

Resposta: f (x) = -3x + 1, g(x) = -1/3 x + 3 e h(x) = - 3x – 2.

b) O que é possível afirmar em relação à posição relativa das retas que representam os gráficos das funções:

- f e g? Justifique

Resposta:São concorrentes mas não perpendiculares pois o coeficiente angular da reta f não é o oposto do inverso do coeficiente angular da reta g.

- f e h? Justifique

Resposta: São paralelas e distintas, pois os coeficientes angulares das retas f e h são iguais e os coeficientes lineares diferentes.

Atividade 73 da Página 174

Escreva a equação geral da reta que passa pelo ponto P(3,2) e é paralela à reta s: 12x – 4y + 1 = 0.

Resposta: - 3x + y + 7=0

Atividade 82 da Página 175

Dada a reta r: -6x + 3y + 12 = 0, escreva a equação reduzida de uma reta:

a) coincidente a r

Resposta: y= 2x -4

b) paralela e distinta de r

Possível resposta: y= 2x +1 (pode ter outras, desde que o coeficiente angular seja igual a 2)

c) concorrente, mas não perpendicular a r

Possível resposta: y = x +3 (pode ter outras respostas desde que o coeficiente angular seja diferente de 2, mas não inverso e oposto a 2)

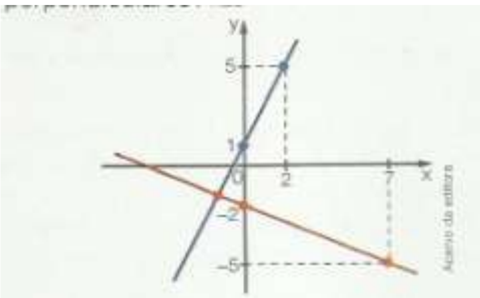
d) perpendicular a r

Possível resposta: y = -1/2x – 5 (pode ter outras respostas desde que o coeficiente angular seja oposto e inverso de 2, mas o linear pode ser variado).

Atividade 83 da Página 175

As retas representadas no plano cartesiano são perpendiculares?

Resposta: Não, pois o coeficiente angular da reta azul é 2 e do vermelho é -3/7.



Atividade 3 :

Determinando o ponto de intersecção de duas ou mais retas através da resolução se um sistema.

Habilidades relacionadas:

- ✓ Identificar retas paralelas e retas perpendiculares a partir de suas equações;
- ✓ Resolver um problema identificando as variáveis envolvidas e as formas de resolução;
- ✓ Classificar os sistemas lineares em relação às suas soluções;
- ✓ Representar geometricamente o conjunto solução de alguns sistemas lineares;
- ✓ Interpretar situações-problema, representá-las e resolvê-las por meio de sistemas lineares.

Pré-requisitos:

- ✓ Equação do 1º grau;
- ✓ Equação geral e reduzida da reta;
- ✓ Coeficiente angular da reta;
- ✓ Coeficiente linear da reta;
- ✓ Identificar a equação da reta dado o seu gráfico;
- ✓ Noção de resolução de um sistema linear.

Tempo de Duração:

- ✓ 100 minutos

Recursos Educacionais Utilizados:

- ✓ Livro;
- ✓ Exercícios do livro;
- ✓ Folha de atividades.

Organização da turma:

- ✓ A tarefa será realizada inicialmente com meu auxílio através da resolução de exercícios resolvidos do livro e depois em duplas.

Objetivos:

- ✓ Identificar um sistema linear;
- ✓ Resolver sistema linear de equações algébricas;
- ✓ Representar um sistema linear geometricamente;
- ✓ Relacionar a solução de um sistema linear com sua representação geométrica.

Metodologia adotada:

Anteriormente, os alunos já haviam estudado que a solução de um sistema linear com duas incógnitas e duas equações corresponde ao par ordenado (x,y) que satisfaz simultaneamente as duas equações do sistema. Isso equivale a determinar as coordenadas do ponto em que as retas correspondentes às coordenadas do ponto em que as retas correspondentes às equações se cruzam. Se houver necessidade será feita uma revisão sobre este assunto.

Utilizando uma situação problema, do livro, que pode ser representada graficamente:

.

Em uma papelaria, o preço de uma lapiseira mais duas canetas é R$10,00. Sabendo que, não há diferença de preço entre uma lapiseira e três canetas, qual é o preço de cada lapiseira e de cada caneta?

Sendo x o preço da lapiseira, e y, o de cada caneta, temos o sistema:

$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$$

A solução desse sistema corresponde às coordenadas do ponto em que as retas r: $x + 2y = 10$ e s: $x - 3y = 0$ se cruzam.

Lembrar, neste momento, que vários métodos para resolver o sistema: o da adição, o da substituição e o método de Cramer.

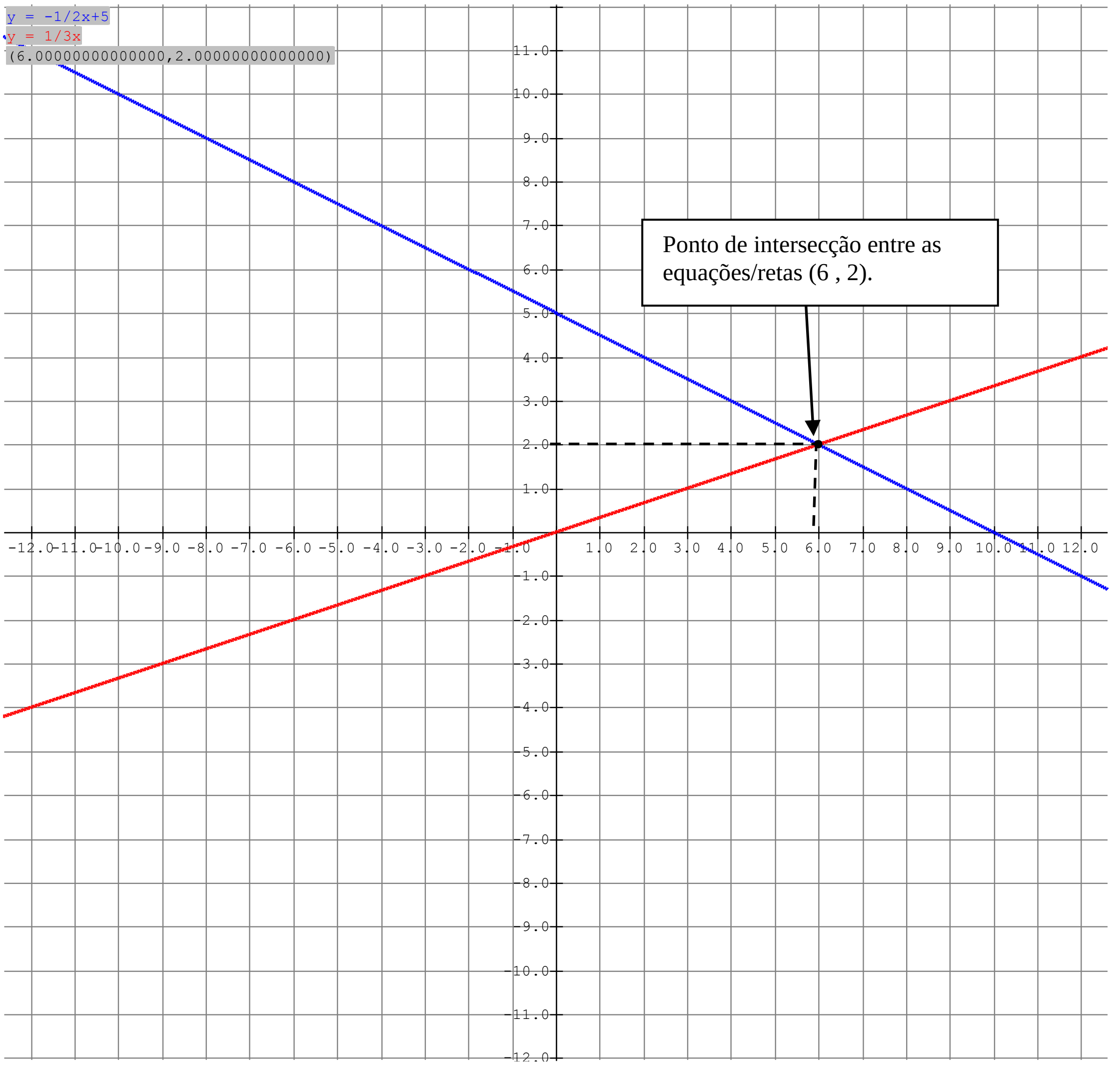
Deve-se escolher um método mais simples para que sempre que os alunos retornarem a este assunto possam lembrar-se de como resolvê-lo.

O método escolhido pode ser o da substituição, que neste caso é mais fácil.

Assim, ao resolvê-lo encontra-se como resposta que $x = 6$ e $y = 2$.

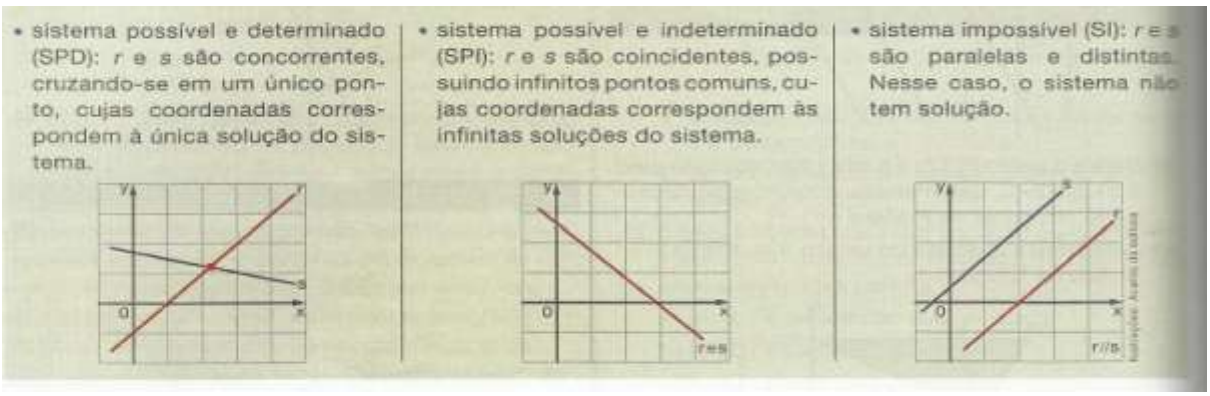
Como r e s se cruzam em um único ponto, de coordenadas (6, 2), temos que o preço de cada lapiseira é R$ 6,00, e o de cada caneta, R$ 2,00.

Esta resolução pode ser representada no Winplot da seguinte forma:



Lembrar aos alunos da classificação da solução de um sistema linear e mostrar que este problema resolvido corresponde a um sistema possível e determinado (SPD) e as retas determinadas na solução deste sistema são retas concorrentes.

Sendo assim, mostrar na página 176 do livro o resumo:



- sistema possível e determinado (SPD): *r* e *s* são concorrentes, cruzando-se em um único ponto, cujas coordenadas correspondem à única solução do sistema.
- sistema possível e indeterminado (SPI): *r* e *s* são coincidentes, possuindo infinitos pontos comuns, cujas coordenadas correspondem às infinitas soluções do sistema.
- sistema impossível (SI): *r* e *s* são paralelas e distintas. Nesse caso, o sistema não tem solução.

Começar, então, a fazer as atividades propostas do livro página 176:

Atividade resolvida 21:

Para tornar o campeonato brasileiro de futebol mais competitivo, a Confederação Brasileira de Futebol (CBF) a dotou em 2003 o sistema de pontuação por pontos corridos, no qual são atribuídos 3 pontos para o time vencedor ou 1 ponto para cada time, no caso de empate, sendo campeão o time que, ao final do campeonato, acumular o maior número de pontos. Considere um time que apenas ganhou ou empatou os 19 primeiros jogos que disputou no campeonato. Quantos jogos esse time empatou, sabendo que ele acumulou 37 pontos?

Resposta:

O sistema é: $\begin{cases} x + y = 19 \\ 3x + y = 37 \end{cases}$

A solução é x (jogos vencidos) = 9 e y (jogos empatados) = 10

É um S.P.D., formando então retas concorrentes e se encontrando no ponto (9,10).

Atividade resolvida 22:

Classifique os sistemas a seguir em SPD, SPI ou SI, analisando os coeficientes angulares e lineares e suas respectivas posições relativas:

a) $\begin{cases} 2y - x = -12 \\ y + 4x = 5 \end{cases}$

Resposta: As retas possuem os coeficientes angulares diferentes, então formam retas concorrentes e o sistema é SPD.

b) $\begin{cases} y - 2x = 7 \\ 5y - 10x = 5 \end{cases}$

Resposta: As retas possuem os coeficientes angulares iguais, então formam retas paralelas e o sistema é SI.

c) $\begin{cases} 2y - x = 4 \\ -4y + 2x = -8 \end{cases}$

Resposta: As retas possuem os coeficientes angulares e lineares iguais, então formam retas coincidentes e o sistema é SPI.

Atividade 86 da página 177

Analise o coeficiente angular e o linear das equações e classifique os sistemas em SPD, SI e SPI:

a) $\begin{cases} y - 3x = 12 \\ 2y - 6x = 24 \end{cases}$ SPI

b) $\begin{cases} 3y + x = 1 \\ y - x = 5 \end{cases}$ SPD

c) $\begin{cases} 2y - 4x = -3 \\ 3x - 6y = 1 \end{cases}$ SPD

d) $\begin{cases} x + 1/2y = 0 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ SI

Atividade 87 da página 177

Em uma lanchonete, são oferecidos dois tipos de lanches, A e B, sendo que o lanche A custa R$4,00 a unidade, e o lanche B, R$ 6,00. Em um final de semana, essa lanchonete arrecadou R$162,00 na venda de 33 lanches.

a)Escreva um sistema de equações que represente esta situação:

Resposta: $\begin{cases} 4A + 6B = 162 \\ A + B = 33 \end{cases}$

b)Classifique o sistema que você escreveu no item a em SPD, SPI ou SI.

Resposta: SPD

c)Quantas unidades de cada lanche foram vendidas no final de semana?

Respostas: Lanche A: 18 unidades e lanche B: 15 unidades.

Após o término dos exercícios, os alunos farão, em dupla, um trabalho valendo nota.

C.E.A.T. – Matemática – Trabalho de Matemática – 4º Bimestre

Alunos:_________________e_________________ Profª.:Fernanda Fernandes

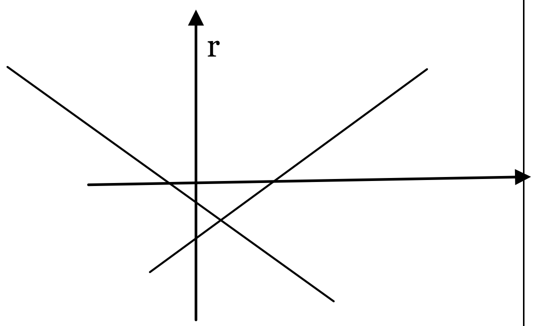
1) As retas **r** e **s**, respectivamente, de equações **3x – y + 7 = 0** e **4x – y – 5 = 0**, passam pelo ponto P(a, b). Calcule o valor de (a + b).

2) Na figura o ponto P é a interseção das retas r e s.

As equações de r e s são respectivamente y = x – 4 e y = – 2x – 1.

As coordenadas do ponto P são:

s



(A) (2,1)

(B) (1,-3)

(C) (1,0)

(D) (-3,1)

(E) Nda

3) Identifique a posição relativa entre as retas determinadas pelos sistemas abaixo:

a) $\begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$

( ) paralelas ( ) coincidentes ( ) concorrentes ( ) perpendiculares

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$

( ) paralelas ( ) coincidentes ( ) concorrentes ( ) perpendiculares

c) $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$

( ) paralelas ( ) coincidentes ( ) concorrentes ( ) perpendiculares

4) Um estacionamento cobra R$ 2,00 por moto e R$ 3,00 por carro estacionado. Ao final de um dia, o caixa registrou R$ 277,00 para um total de 100 veículos. Quantas motos e carros usaram o estacionamento nesse dia?

Respostas:

1)55

2) b

3) a)Retas coincidentes b)Retas perpendiculares c)Retas Perpendiculares

4)moto=23 e carro = 77

Atividade 4 :

Circunferência: Equação Reduzida e Geral com o uso do Geogebra.

Habilidade relacionada:

- ✓ Determinar a equação da circunferência na forma reduzida e na forma geral, conhecidos o centro e o raio.
- ✓ Associar as linguagens algébrica e geométrica;
- ✓ Esboçar determinada curva a partir de sua representação algébrica.

Pré-requisitos:

- ✓ Revisão do conceito de circunferência, raio, diâmetro e sua construção com o uso do compasso;
- ✓ Noções de localizar pontos no plano cartesiano;
- ✓ Noções de produtos notáveis e potências;

Tempo de Duração:

- ✓ 200 minutos

Recursos Educacionais Utilizados:

- ✓ Datashow ;
- ✓ Notebook com programa Geogebra instalado;
- ✓ Livro e Exercícios do livro;
- ✓ Folha de atividades.

Organização da turma:

- ✓ A tarefa será realizada pelos alunos em duplas.

Objetivos:

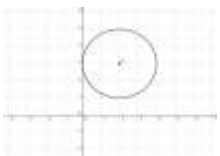
- ✓ Determinar a equação reduzida e geral de uma circunferência;
- ✓ Identificar quando uma equação representa uma circunferência;

Metodologia adotada:

O conteúdo sobre circunferência deve ser iniciado com uma revisão rápida sobre as propriedades da circunferência e sua construção com o compasso. Após esta revisão, mostrar através da figura de uma circunferência, conforme a página 188 do livro, que mostra que a fórmula da equação reduzida de uma circunferência é conseqüência da fórmula da distância entre dois pontos (o centro da circunferência e um ponto pertencente a ela), sendo esta distância igual ao raio da circunferência. Este gráfico da circunferência do Livro pode ser reproduzido pelo datashow, com o programa Geogebra para que os alunos possam visualizar a circunferência e identificar suas características e daí escrever sua equação reduzida.

Usando a circunferência desenhada abaixo, os alunos podem identificar o centro, o raio e posteriormente a equação reduzida dela:

Exemplo 1:



O centro é o ponto A(2 , 3) e o raio tem 2 unidades.

Assim, a equação reduzida será $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 2^2$ que é a mesma coisa que

$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$.

Para achar a equação geral, devem-se desenvolver os termos ao quadrado, podendo utilizar o conceito de produtos notáveis ou se tiverem dificuldades usar a distributiva.

Cálculos separados:

1)$(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$

2)$(y - 3)^2= y^2 - 6y + 9$

Daí, substituindo 1 e 2 na equação reduzida:

$(x - 2)^2 \quad + \quad (y - 3)^2 = 4$

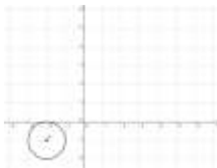
$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = 4$

Arrumando, temos:

$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ (Equação Geral da circunferência)

Depois, colocar mais dois exemplos para os alunos identificarem o centro, o raio e suas equações reduzida e geral.

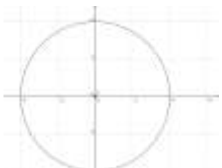
Exemplo 2:



A(-2,-1) ; r = 1 ; Equação reduzida: $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 1$;

Equação Geral: $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 4 = 0$

Exemplo 3:



A(0,0) ; r= 4 ; Equação reduzida: $x^2 + y^2 = 16$ e Equação geral: $x^2 + y^2 - 16 = 0$.

Após este gráfico, propor aos alunos que em duplas, inventem o centro e o raio de uma circunferência qualquer para cada dupla representar no Geogebra e as outras duplas teriam que escrever as equações reduzida e geral de cada circunferência representada no Geogebra.

Depois desta dinâmica, fazer o exemplo do livro:

Partindo para o exemplo do livro da página 189:

Vamos obter as equações reduzida e geral da circunferência de centro O (4,5) e raio 3:

Respostas:

Equação reduzida: $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 9$

Equação geral: $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 32 = 0$

Livro página: 191

Atividade 2:

Escreva a equação reduzida da circunferência que tem o centro C e o raio r indicados em cada item:

a) C (1,4) e r= 7

   Resposta: $(x- 1)^2 + (y - 4)^2 = 49$

b) C (-5 ,0) e r = 4

   Resposta: $(x + 5)^2 + y^2 = 16$

c) C (-2 , - 6) e r = $\sqrt{2}$

   Resposta: $(x + 2)^2 + (y + 6)^2 = 2$

d) C (3, - 1) e r = 5

   Resposta: $(x - 3)^2 + (y +5)^2 = 25$

Folha de atividade avaliativa para os alunos em duplas:

C.E.A.T. – Matemática 2012 – Equação da Circunferência – 4º Bimestre

Alunos:__________________e__________________Profª.:Fernanda Fernandes

Atividade Avaliativa

1- O centro e o raio da circunferência de equação $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$ é:

a) (2,1) e 2

b) (2,–1) e 2

c) (–2, –1) e 2

d) (–2,1) e 2

e) n.d.a

2- Determine a equação reduzida da circunferência de centro C e raio r, nos seguintes casos:

(a) $C = (0,0)$ e $r = 2$

(b) $C = (-1,3)$ e $r = 3$

(c) $C = \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ e $r = 4$

3- Determine o centro e o raio de cada circunferência dada.

a) $x^2 + (y-3)^2 = 16$

b) $(x+2)^2 + y^2 - 12 = 0$

c) $x^2 + y^2 = 16$

d) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$

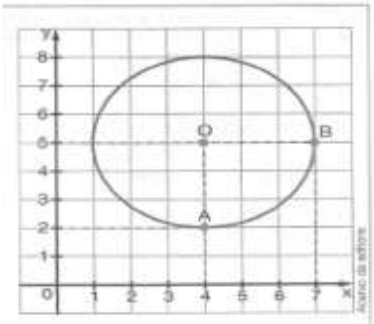
e) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$

f) $(x + 2)^2 + (x - ½)^2 = 49$

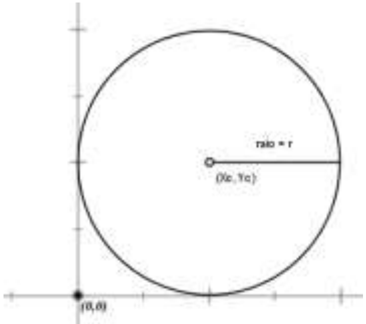
g) $(x + 8)^2 + (x + 2)^2 = 3$

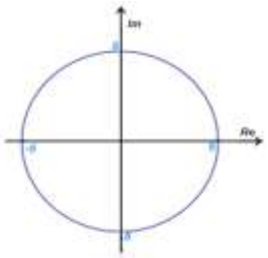
4- Dadas as circunferências abaixo, determine as equações reduzida e geral:

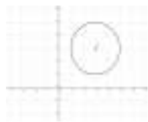
a)



b)



c) 

d) 

5- A circunferência de centro (– 1,– 2) e raio 3 tem por equação:

a) $x^2 + y^2 – 2x – 4y = 4$

b) $x^2 + y^2 + 2x + 4y – 4 = 0$

c) $x^2 + y^2\ 2x + 4y + 4 = 0$

d) $x^2 + y^2 – 2x + 4y – 4 = 0$

e) $x^2 + y^2 + 2x + 4y – 9 = 0$

Respostas: 1)B 2) a)$x^2 + y^2 = 4$ b) $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 9$ c) $(x – 1/2)^2 + (y- 5/2)^2 = 16$ 3)a) C(0,3) e r=4 b) (-2,0) e r= $\sqrt{12}$ c) (0,0) e r = 4 d) (1,1) e r = 2 e) (-3,2) e r = 5 f) (-2 ,1/2) e r= 7 g) (-8 , -2) e r = $\sqrt{3}$ 5) B

Atividade 5 :

Ampliando os conhecimentos sobre circunferência: Equação Geral.

Habilidade relacionada:

- ✓ Determinar a equação da circunferência na forma reduzida e na forma geral, conhecidos o centro e o raio.

Pré-requisitos:

- ✓ Equação reduzida da circunferência;
- ✓ Noções de cálculo da área do círculo;
- ✓ Noções de produtos notáveis e potências;

Tempo de Duração:

- ✓ 200 minutos

Recursos Educacionais Utilizados:

- ✓ Livro e Exercícios do livro;
- ✓ Folha de atividade avaliativa.

Organização da turma:

- ✓ A atividade final será realizada pelos alunos em grupos de quatro alunos;
- ✓ As demais atividades serão feitas com meu auxílio;
- ✓ A atividade avaliativa será feita em dupla.

Objetivos:

- ✓ Verificar se uma equação é ou não circunferência.
- ✓ Identificar o centro e o raio dada a equação geral da circunferência;

Metodologia adotada:

Dada a equação geral de uma circunferência, utiliza-se o processo de fatoração de trinômio quadrado perfeito para transformá-la na equação reduzida e, assim, determinamos o centro e o raio da circunferência.

Para tanto, a equação geral deve obedecer a duas condições:

- Os coeficientes dos termos x^2 e y^2 devem ser iguais a 1;
- Não deve existir o termo xy.

Determinar o centro e o raio da circunferência cuja equação geral é $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0$.

Observando a equação, vemos que ela obedece às duas condições. Assim:

- 1º passo: Agrupar os termos em **x** e os termos em **y** e isolar o termo independente

$x^2 - 6x + \_ + y^2 + 2y + \_ = 6$

- 2º passo: Determinar os termos que completam os quadrados perfeitos nas variáveis **x** e **y**, somando a ambos os membros as parcelas correspondentes

$$\begin{array}{cccccccccccc} x2 & - & 6x & + & 9 & + & y2 & + & 2y & + & 1 & = 6 + 9 + 1 \\ \downarrow & & \downarrow & & \uparrow & & \downarrow & & \downarrow & & \uparrow & \\ x & & 2x & & 3 & & y & & 2y & . & 1 & \end{array}$$

- 3º passo: Fatorar os trinômios quadrados perfeitos

$(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 16$

- 4º passo: obtida a equação reduzida, determinamos o centro e o raio

$$\left.\begin{array}{l} a = 3 \\ b = -1 \end{array}\right\} C(3, -1)$$

$$r^2 = 16 \Rightarrow r = 4$$

Se os alunos tiverem muita dificuldade em usar a fatoração do trinômio, pode-se utilizar das fórmulas:

A equação geral de uma circunferência é definida quando se desenvolve a equação reduzida. Assim:

$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R^2$

$(x^2 - 2x_c x + x^2_c) + x^2 - 2y_c y + y^2_c = R^2$

Reagrupando: $\boldsymbol{x^2 + y^2 - 2x_c x - 2y_c\, y + x^2_c + y^2_c - R^2 = 0}$

Ou de uma maneira generalizada:

$\boldsymbol{x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0}$ → esta é a **equação geral** da circunferência.

Onde:

$$\left.\begin{array}{l} m = -2x_C \\ n = -2y_C \\ p = x_C^2 + y_C^2 - R^2 \end{array}\right\} \text{(I)}$$

Por exemplo, para uma circunferência de raio 8 e centro (5,-7):

$x^2 + x^2 - 2 \,.\, 5 .\, x - 2 \,.\, (-7)y + 5^2 + (-7)^2 - 8^2 = 0$

$$\boxed{x^2 + y^2 - 10x + 14y + 10 = 0}$$

Para se determinar o centro e o raio de uma circunferência a partir da equação geral $x^2 y^2 + mx + nx + p = 0$ utilizam-se as equações (I), deduzindo-se que:

$$x_C = \frac{-m}{2}$$

$$y_C = \frac{-n}{2}$$

$$R = \sqrt{x_C^2 + y_C^2 - p}$$

Por exemplo, para a circunferência exemplificada:

$$x^2 + y^2 - 10x + 14y + 10 = 0$$

$$x_C = \frac{-m}{2} = \frac{-(-10)}{2} = 5$$

$$y_C = \frac{-n}{2} = \frac{-14}{2} = -7$$

$$R = \sqrt{x_C^2 + y_C^2 - p} = \sqrt{5^2 + (-7)^2 - 10} = \sqrt{25 + 49 - 10} = \sqrt{64} = 8$$

Depois de ensiná-los os meios de achar o centro e o raio, dar a opção de escolha para o método que acharem melhor de resolver.

Seguindo o livro, fazer as atividades resolvidas:

Atividades Resolvida 1 da página 189

Determine as coordenadas do centro e a medida do raio da circunferência de equação $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$:

Resposta: C(-2 , 3) e r = 4

Atividade Resolvida 3 da página 190

Qual é a área do círculo limitado pela circunferência de equação $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 31 = 0$?

Resposta: A = 113,04 u.a.

Depois de fazer as atividades resolvidas, partir para as atividades propostas.

Atividade 1 da página 191

Determine as coordenadas do centro e a medida do raio da circunferência de equação:

a) $x^2 + (y - 2)^2 = 9$

Resposta: C(0, 2) r= 3

b) $x^2 + y^2 + 2x - 7 = 0$

Resposta: C (-1, 0) $r = 2\sqrt{2}$

b) $x^2 + 6x + y^2 + y = -33/4$

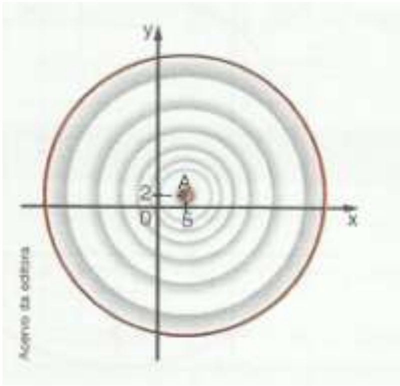
Resposta: C (-3 , -1/2) r= 2

e) $y^2 + 8(y - x) + x^2 + 28 = 0$

Resposta: C(4 , -4) e r =2

Atividade 4 da página 191

No plano cartesiano a seguir, o ponto A (5,2) representa uma fonte sonora cujo som produzido se propaga em todas as direções, atingindo uma distância de 25 m.



a) Determine a medida da área atingida por essa fonte sonora. Para isso, admita π=3,14:

Resposta: 1962,5 m²

b) Escreva a equação reduzida da circunferência que limita a área atingida por essa fonte sonora.

Resposta: $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 625$

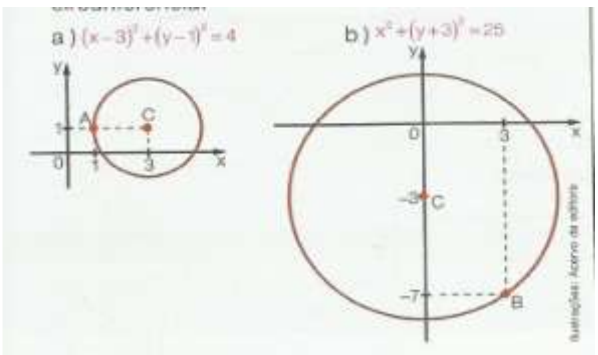
Atividade 5 da página 191

Escreva na forma reduzida a equação da circunferência $5x^2 + 5y^2 + 40x - 10y + 55 = 0$.

Resposta: $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 6$

Atividade 7 da página 189

Escreva a equação reduzida que representa cada circunferência:



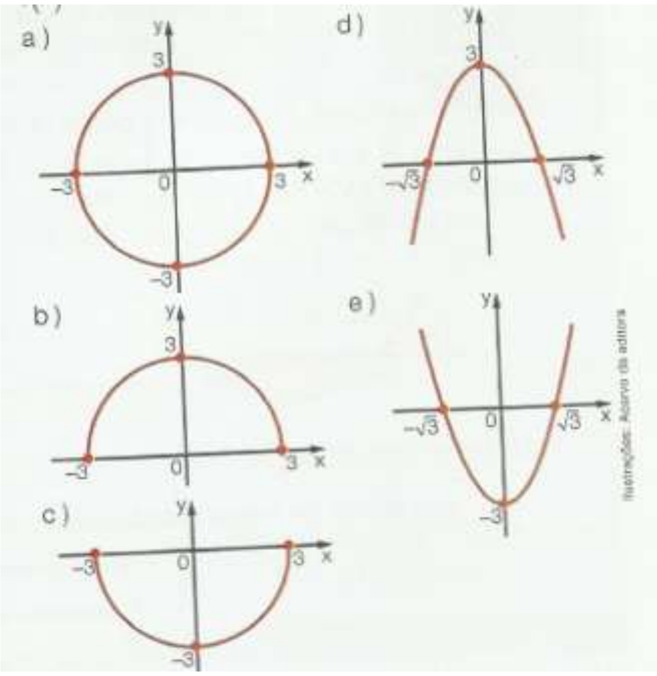
Atividade 9 da página 191

Escreva a equação geral da circunferência que passa pela origem do sistema cartesiano e tem centro no ponto C (-4 ,2):

Resposta: $x^2 + y^2 + 8x – 4y =0$

Atividade 15 da página 191

Qual dos gráficos melhor representa a função $f(x) = \sqrt{9} - x^2$?

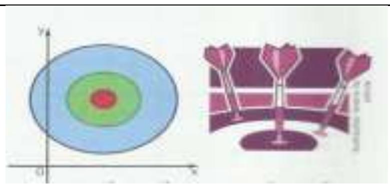


Resposta B

Atividade em Grupo

Atividade 18 da Página 193

No Plano cartesiano ao lado, está representado um alvo de dardo composto por três circunferências concêntricas (de mesmo centro) de centro C (5,8) e raios 1, 3 e 6. Ao lançar um dardo, o competidor recebe 50 pontos se acertar na região em vermelho, 30 pontos se acertar na região em verde e 10 pontos se acertar na região em azul. Caso o competidor acerte uma das circunferências que limita as regiões, a pontuação recebida corresponderá à da região de maior valor limitada pela circunferência acertada. Caso não acerte o alvo, o competidor não receberá pontuação.



a)Escreva a equação correspondente a cada circunferência que compõe o alvo no plano cartesiano.

Respostas: Vermelha: $(x-5)^2 + (y-8)^2 = 1$; Verde: $(x – 5)^2 + (y -8)^2 = 9$ e Azul: $(x -5)^2 + (y - 8)^2 =36$

b)Determine a pontuação recebida por um competidor ao acertar um dardo no ponto de coordenadas:

- (5, 6) Resposta 30 pontos
- (½ , 7) Resposta 10 pontos
- (8, 8) Resposta 30 pontos
- (9/2 , 15/2) Resposta 50 pontos

c)No lançamento de quatro dardos, um competidor acertou nos pontos A (0, 11) , B(5 ,5) , C (3, 7) e D (4, 2). Qual foi a pontuação total obtida por esse competidor?

Resposta: 70 pontos

d)No lançamento de três dardos, um competidor obteve 90 pontos. Quais as coordenadas dos três pontos que ele acertou no alvo?

Possível resposta: A(6,3) , B(4,10) e C (5 , 8)

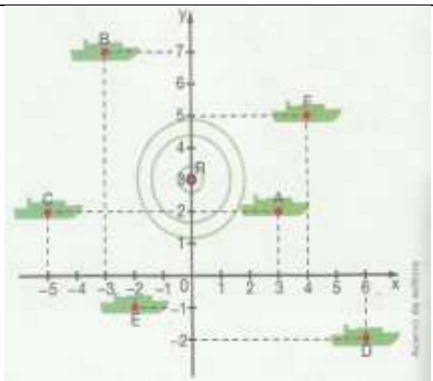
Folha de atividade avaliativa para os alunos em duplas:

C.E.A.T. – Matemática 2013 – Equação da Circunferência – 4º Bimestre

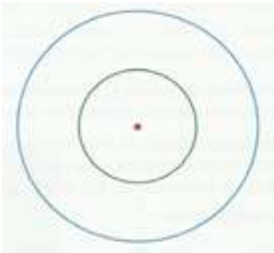
Alunos:__________________e__________________ Profª.: Fernanda Fernandes

Atividade Avaliativa

1)O esquema representa a posição de um radar R e dos navios A, B, C, D, E e F. Sabendo que o radar detecta a presença de qualquer navio num raio de 5 km, quais navios são detectados pó esse radar? (Considere o sistema cartesiano com cada unidade igual a 1 km)



2) (Unir-RO) As circunferências da figura abaixo são concêntricas. Suas equações são: $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 36 = 0$ e $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 2^2$.

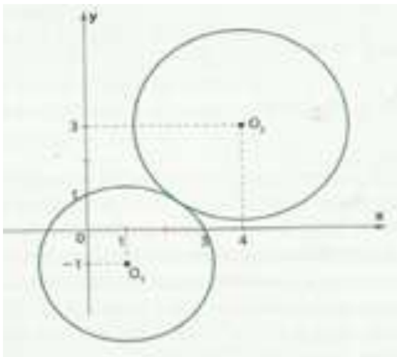


Assinale a diferença entre o maior e o menor raio.

a) 3 b) 7 c) 1 d) 5

3) (Uece) A equação de uma das circunferências tangentes do gráfico abaixo é : $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$ A equação da outra circunferência é:

a) $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 10\sqrt{5} = 5$
b) $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 10\sqrt{5} = 0$
c) $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 50 = 0$
d) $x^2 + y^2 - 8x - 6y + \sqrt{5} = 50$



4) (UFC – CE) C_1 e C_2 são circunferências concêntricas. O raio de C_2 mede 5 e a equação de C_1 é $x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$. A equação de C_2 é:

a) $x^2 + y^2 - 6y - 16 = 0$

b) $x^2 + y^2 - 6y + 16 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 6y = 0$

d) $x^2 + y^2 + 6y = 0$

Respostas:

1) A, B, E e F
2) D
3) A
4) A

Avaliação:

Os alunos são avaliados todos os dias de aula. Seu comportamento, atitude, interesse e participação em duplas ou em grupos são levados em conta. As atividades avaliativas ou trabalhos são feitos em aula e valem nota. São corrigidas pelo professor e depois refeitas com os alunos as questões com maior índice de erros. Todo conteúdo proposto neste plano de trabalho foi embasado no currículo mínimo e nas habilidades mínimas exigidas:

- ✓ Identificar retas paralelas e retas perpendiculares a partir de suas equações.
- ✓ Representar geometricamente o conjunto solução de alguns sistemas lineares;
- ✓ Interpretar situações-problema, representá-las e resolvê-las por meio de sistemas lineares.
- ✓ Classificar os sistemas lineares em relação às suas soluções;
- ✓ Associar as linguagens algébricas e geométricas;
- ✓ Esboçar determinada reta ou curva a partir de sua representação algébrica.
- ✓ Determinar a equação da circunferência na forma reduzida e na forma geral, conhecidos o centro e o raio.

Além dessas habilidades, também surgiram à necessidade de utilizar outras habilidades ou descritores como:

- ✓ **H02** Associar pontos no plano cartesiano às suas coordenadas e vice-versa.
- ✓ **D30** Resolver problema envolvendo a área de figuras planas com ou sem malhas;
- ✓ **D16** Identificar a localização de números inteiros na reta numérica;
- ✓ **D17** Identificar a localização de números racionais na reta numérica;
- ✓ **D18** Identificar a equação de uma reta apresentada a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação**;**
- ✓ **D19** Relacionar a determinação do ponto de intersecção de duas ou mais retas com a resolução de um sistema de equações com duas incógnitas;

- ✓ **D23** Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações;
- ✓ **D25** Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação);
- ✓ **D43** Resolver problema envolvendo equação do 2º grau;
- ✓ **D52** Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto;
- ✓ **D73** Determinar a solução de um sistema linear;
- ✓ **D78** Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.

Espera-se que o interesse e o entendimento dos alunos sejam maiores que o esperado. Foram atividades bem formuladas para um bom entendimento dos alunos.

Referências:

ROTEIROS DE AÇÃO Nº 1, 2 E 4 – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2013 – Disponível em: < http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=111>. Acesso em 05 nov.2013.

SOUZA, Joamir. **Coleção Novo Olhar**. 1. Ed. São Paulo: FTD. v. 3.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática Contexto e Aplicações.** 1. Ed. São Paulo: Editora Ática. v.3.

YOU TUBE**. Geometria Plana - aprenda os fundamentos - parte #2/2.** Disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=hWCdWSz6FTA&feature=relmfu>. Acesso em 05 nov.2013.

YOU TUBE. **Geometria plana - aprenda sobre posições relativas de duas retas.** Disponível em:< http://youtu.be/gZecLFZyvRI**.** Acesso em 05 nov.2013.

CAMPAGNER, Carlos Alberto. **Equação da circunferência geral e reduzida**.<http://educacao.uol.com.br/matematica/equacao-da-circunferencia-geral-e-reduzida-determinacao-de-centro-e-raio.jhtm> .Acesso em 16 nov.2013.