

PLANO DE TRABALHO

3º ANO - 2º BIMESTRE/2013

PROBABILIDADE

CONTINUAÇÃO

ROSANA DA PREZA MARTINS

TUTOR: EDESON

Introdução

O interesse do homem em estudar os fenômenos que envolviam determinadas possibilidades fez surgir a Probabilidade. Alguns indícios alegam que o surgimento da teoria das probabilidades teve início com os jogos de azar disseminados na Idade Média. Esse tipo de jogo é comumente praticado através de apostas, na ocasião também era utilizado no intuito de antecipar o futuro e hoje, podemos utilizá-lo em muitas outras áreas.

É muito comum, hoje em dia, nos depararmos com informações sobre a probabilidade de uma pessoa ser sorteada em uma loteria, de contrair uma doença, de um candidato vencer uma eleição, etc. Além disso, valores de seguros de veículos, por exemplo, são calculados levando-se em consideração, entre outros fatores, o sexo e a idade do proprietário. Isto porque, dependendo destes fatores, estas empresas sabem que podem ser maiores ou menores as chances do veículo se envolver em um acidente. Portanto, probabilidades são utilizadas em situações em que dois ou mais resultados diferentes podem ocorrer, mas não é possível saber antecipadamente qual deles realmente acontecerá. Por exemplo, fazendo uma aposta em uma loteria, até que o sorteio se realize, é impossível saber se a pessoa vai ganhar ou não, mas pode-se calcular a probabilidade disto acontecer.

O desenvolvimento das teorias da probabilidade e os avanços dos cálculos probabilísticos devem ser atribuídos a vários matemáticos. Atribui-se aos italianos Pacioli, Cardano e Tartaglia (séc. XVI) as primeiras considerações matemáticas acerca dos jogos e das apostas. Através de estudos aprofundados, outros matemáticos contribuíram para a sintetização de uma ferramenta muito utilizada cotidianamente. Dentre os mais importantes, podemos citar: *Blaise Pascal (1623 – 1662)*, *Pierre de Fermat (1601 – 1655)*, *Jacob Bernoulli (1654 – 1705)*, *Pierre Simon Laplace (1749 – 1827)* e *Carl Friedrich Gauss*. Os alicerces da teoria do cálculo das probabilidades e da análise combinatória foram estabelecidos por Pascal e Fermat, as situações relacionando apostas no jogo de dados levantaram diversas hipóteses envolvendo possíveis resultados, marcando o início da teoria das probabilidades como ciências.

Atualmente, os estudos relacionados às probabilidades são utilizados em diversas situações, pois possuem axiomas, teoremas e definições bem contundentes. Sua principal aplicação diz respeito ao estudo da equidade dos jogos e dos respectivos prêmios, sendo sua principal aplicação destinada à Estatística Indutiva, na acepção de amostra, extensão dos resultados à população e na previsão de acontecimentos futuros.

O que o aluno poderá aprender com estas aulas

Conhecimentos: Probabilidade - continuação

Objetivos e Habilidades:

- utilizar conhecimentos de probabilidade como recurso para a construção de argumentação;
- avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de Probabilidade,
- aplicar as propriedades das probabilidades;
- identificar o conectivo “ou” com a união de eventos, e o conectivo “e” com a interseção de eventos;
- calcular a probabilidade da união de dois eventos;
- aplicar o teorema da adição de probabilidades;
- calcular propriedades condicionais;
- reconhecer eventos independentes;
- calcular a probabilidade de interseção de dois eventos;
- identificar o tipo de problema em que se pode aplicar o teorema da multiplicação de probabilidades.
- ler e interpretar dados e informações apresentados em diferentes linguagens e Representações;

Estratégias e recursos da aula

Ao continuar o estudo de Probabilidade, farei uma breve revisão na probabilidade básica através de exercícios. Para o desenvolvimento do tema, a História da Matemática aparecerá novamente; continuarei com a utilização de moedas, dados, baralho para mostrar situações problema que sejam do dia a dia dos alunos, utilizando o laboratório de informática e de recursos computacionais e multimídias para auxiliar na compreensão do conteúdo. Trabalho de pesquisa em grupos e a continuação da atividade prática utilizando baralho para encontrar as probabilidades.

Atividade 1- Com a turma dividida em grupos de três ou quatro pessoas, distribuo um baralho para cada grupo mais uma lista de perguntas.

1. Qual a probabilidade de sair uma carta de 4 de ouro, dentre todas as cartas do baralho.
2. Qual a probabilidade de sair um Ás de copas, dentre todas as cartas do baralho?
3. Qual a probabilidade de sair uma dama de copas?
4. Qual a probabilidade de sair uma dama?
5. Qual a probabilidade de sair um rei ou dama ?

"Consequências da definição de probabilidade"

Qual será a probabilidade de um acontecimento impossível?

Se um acontecimento é impossível, não há casos favoráveis. Logo,

$$p(\text{acontecimento impossível}) = \frac{0}{n^{\circ} \text{ de casos favoráveis}} = 0$$

A probabilidade de um acontecimento impossível é 0 (zero).

Qual será a probabilidade de um acontecimento certo?

Se um acontecimento é certo, todos os casos possíveis são favoráveis. Logo,

$$p(\text{acontecimento certo}) = \frac{n^{\circ} \text{ casos favoráveis}}{n^{\circ} \text{ casos possíveis}} = 1$$

A probabilidade de um acontecimento certo é 1.

Estes dois valores 0 e 1 são respectivamente os extremos inferior e superior da "escala de probabilidades".

A maioria dos acontecimentos não são impossíveis, nem certos, mas situam-se entre estas duas situações extremas.

Em qualquer experiência, a probabilidade de um acontecimento é um número maior ou igual a 0 (zero) mas menor ou igual a 1.

Se **A** é um acontecimento - Impossível: $P(A) = 0$

- Possível mas não certo: $0 < P(A) < 1$

- Certo: $P(A) = 1$

Exemplos:

1) São sorteados dois números inteiros entre 1 e 5. Qual é a probabilidade de serem sorteados os números 2 e 5?

Vamos resolver esse problema de duas formas, definindo para cada uma delas um conjunto de resultados possíveis.

Solução 1. Podemos considerar que a ordem dos números sorteados não altera o resultado final. Por exemplo, o sorteio em que sai primeiro o número 2 e depois o 5 tem o mesmo resultado do sorteio em que sai primeiro o 5 e depois o 2. Sob essa orientação podemos os resultados possíveis são:

{1, 2}, {1, 3}, {1, 4}, {1, 5}, {2, 3}, {2, 4}, {2, 5}, {3, 4}, {3, 5}, {4, 5}. E o resultado favorável é: {2, 5}.

Daí concluímos que a probabilidade de serem sorteados os números 2 e 5 é $\frac{1}{10}$.

Solução 2. Podemos considerar que a ordem dos números sorteados altera o resultado final. Por exemplo, sair 2 e depois o 5 é diferente de sair o 5 e depois o 2. Isso ocorreria se levássemos em conta a ordem dos números no sorteio.

Dessa forma, pelo princípio multiplicativo, o número de casos possíveis é $5 \times 4 = 20$. E o número de casos favoráveis, pelo princípio multiplicativo é $2 \times 1 = 2$.

Daí concluímos que a probabilidade de serem sorteados os números 2 e 5 é $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

Observe que os resultados obtidos nas soluções 1 e 2 são iguais.

Observação. Se o conjunto dos resultados possíveis está ordenado, então o conjunto dos resultados favoráveis também estará. Caso o conjunto dos resultados possíveis não esteja ordenado, então o conjunto dos resultados favoráveis também não estará. Mas o fato é que isto não afeta a probabilidade de qualquer evento.

2) Sorteia-se um número do conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}. Sabendo que o número sorteado é par, qual é a probabilidade de ele ser o 6?

Solução. Sabendo que o número sorteado é par, então ele deve ser um dos números 2, 4, 6 ou 8, que passam a ser os casos possíveis. A probabilidade de o número sorteado ser o 6 é $\frac{1}{4}$.

3) Lançam-se dois dados. Sabendo que a soma dos números que saíram nas faces superiores é 8, calcule a probabilidade de sair o número 5 em um dos dados.

Solução. Os casos possíveis são: (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3) e (6, 2). Daí a probabilidade de sair 5 em uma das faces é $\frac{2}{5}$.

4) Um casal tem duas crianças. Sabendo que uma delas é um menino, qual é a probabilidade de a outra criança também ser um menino?

Solução. São três as possibilidades: menino e menino; menino e menina; menina e menino. Sabendo que uma delas é um menino, só há uma possibilidade de a outra criança ser também um menino. Daí a probabilidade pedida é $\frac{1}{3}$.

Probabilidade Condicional e eventos independentes

A probabilidade condicional nos permite conhecer quais as chances de ocorrência de um evento A dado que outro evento B já tenha ocorrido.

Para exemplificar melhor, considere que o diretor de uma firma vai sortear um prêmio entre 30 empregados na festa de final de ano da empresa. Cada empregado recebe um número, papéis com esses números são colocados em uma urna e um deles é retirado de lá. Se fôssemos calcular a probabilidade normalmente, as chances de um empregado levar o prêmio seria $1/30$, pois há um prêmio para 30 empregados. (Lembre-se que $P(A) = \text{Casos Favoráveis/Casos Totais}$).

No entanto, vamos considerar que o chefe gosta de fazer um suspense: ele tira o número contemplado da urna, olha e anuncia no microfone: “É um número par!”. O que aconteceu? Nesse momento, todos os funcionários que possuem um número ímpar caem fora da disputa. Assim, a probabilidade original de $1/30$ é modificada.

O exemplo acima é um típico caso de probabilidade condicional. Estamos querendo saber a probabilidade de um evento A ocorrer (o sorteio de um número de 1 a 30) dado que outro evento B já tenha ocorrido (o número em questão é par). Quando lidamos com esse tipo de questão, estamos restringindo o espaço amostral do experimento. Assim, para calcularmos a nova probabilidade, devemos levar em conta essa restrição. Logo, calculamos a probabilidade condicional através da fórmula:

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Nessa fórmula, fica evidente a restrição do espaço amostral pelo evento que já ocorreu, como pode ser observado no denominador da mesma. Mais ainda, a probabilidade do evento que já ocorreu precisa, necessariamente, ser maior do que zero, caso contrário, não será possível realizar a divisão.

Assim, voltando ao sorteio da firma, o próprio enunciado elucidava o algoritmo do problema: no começo, tínhamos todos os números naturais de 1 a 30 concorrendo e, depois da revelação do chefe, apenas os pares continuam na jogada. Bem, $P(A \cap B)$ corresponde à possibilidade de sair um número de 1 a 30 que seja par; há 15 números pares de 1 a 30, logo esse valor é $1/15$. $P(B)$ corresponde à probabilidade do número ser par. De novo, temos 15 números de 30 ou $1/2$. Fazendo a divisão, temos que a probabilidade será de $2/15$.

Quando aplicamos uma restrição ao espaço amostral, as possibilidades de o evento A ocorrer dado que o evento B tenha ocorrido poderão ou não ser modificadas:

Se $P(A/B) = P(A) \Leftrightarrow P(B/A) = P(B)$, isso significa que a probabilidade de A não se altera diante da restrição de B e a probabilidade de B não se altera diante da restrição de A. Neste caso, dizemos que A e B são **eventos independentes**. Neste caso, vale ainda a implicação **$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$** .

Entre outras palavras: “Dois eventos são independentes quando a probabilidade da ocorrência de um deles independe da ocorrência ou não do outro”.

Exercícios resolvidos

- a) Um dado é lançado duas vezes sucessivamente. Sabendo-se que a soma dos pontos obtidos é menor que 6, qual é a probabilidade de que em ao menos um lançamento ocorra a face 2?

Solução:

Com a informação dada, o número de casos possíveis passa a ser 10:

$$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (4,1)\}$$

Dos elementos de S , é preciso selecionar os pares em que pelo menos um dos resultados é 2.

Há 5 casos favoráveis: (1,2), (2,1), (2,2), (2,3) 3 (3,2).

Assim a probabilidade pedida é: $\frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 50\%$

- b) Um dado é lançado e é registrado o número obtido na face superior. Em seguida uma moeda é lançada e é registrada sua face.

Qual é a probabilidade de obtermos número 5 e coroa?

Solução:

Os eventos “sair número 5” e “sair coroa” são independentes, pois o fato de sair número 5 no lançamento do dado não muda a chance de sair coroa no lançamento da moeda.

Desse modo, a probabilidade pedida é:

$$p = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

Sair nº 5 sair coroa

- c) Uma moeda é lançada duas vezes. Calcule a probabilidade de obtermos cara no segundo lançamento.

Indicamos por C e K as faces cara e coroa, respectivamente, temos que o espaço amostral E é:

$$E = \{(C,C), (C, K), (K,K), (K,C)\}, n(E) = 4.$$

O evento que queremos é: $A = \{(C,C), (K,C)\}, n(A) = 2$ Logo: $P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Agora, calcule a probabilidade de obtermos cara no segundo lançamento sabendo que obtivemos cara no primeiro lançamento.

Temos dois eventos a considerar: cara no primeiro lançamento, $B = \{(C,C), (C,K)\}$, e cara no segundo lançamento, $A = \{(C,C), (K,C)\}$. Como sabemos que ocorreu o evento B, temos que o evento A só pode ter ocorrido na intersecção de A e B:

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{1}{2}$$

Observando as respostas das duas probabilidades, temos: $P(A|B) = P(A) = \frac{1}{2}$

Por isso, dizemos que A e B são eventos independentes.

Exercícios

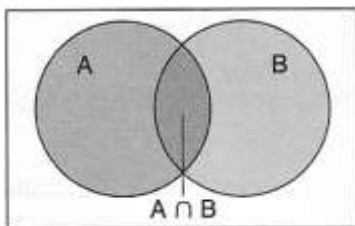
- 1) Em uma sala estão reunidos 20 homens e 20 mulheres. Entre os homens, 3 são administradores, 8 são engenheiros e os demais, economistas. Entre as mulheres, 7 são administradoras, 8 economistas e as demais engenheiras. Um desses profissionais foi escolhido ao acaso para ler a pauta da reunião. Sabendo que a pessoa escolhida foi uma mulher, qual é a probabilidade de que seja economista?
- 2) Ao se jogar um dado, verificou-se que foi obtida face com número maior que 2. Qual é a probabilidade desse número ser primo?
- 3) Ao se retirar uma carta de um baralho de 52 cartas, verificou-se que ela era de espada. Qual é a probabilidade de que seja uma dama ou um ás?

PROBABILIDADE DA UNIÃO DE DOIS EVENTOS:

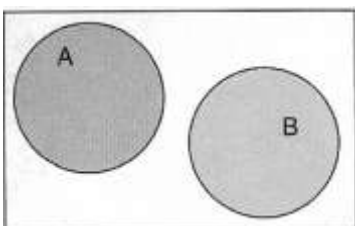
Se A e B são dois eventos do mesmo espaço amostral S, então:

$$A \cap B \neq \emptyset$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



Dois eventos, A e B, são mutuamente exclusivos se, e somente se, $A \cap B = \emptyset$ e representamos:



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Exemplos:

1) Numa urna existem 30 bolas numeradas de 1 a 30. Retirando-se 1 bola ao acaso, qual probabilidade de que seu número múltiplo de 4 ou de 5.

SOLUÇÃO:

O espaço amostral é $U = \{ 1, 2, 3, \dots, 30 \}$, portanto $n(U) = 30$

A ocorrência de um múltiplo de 4 é $A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\}$, portanto $n(A) = 7$

A ocorrência de um múltiplo de 5 é $B = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$, portanto $n(B) = 6$

$A \cap B = \{ 20 \}$, portanto $n(A \cap B) = 1$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$$

$$P(A \cup B) = \frac{7}{30} + \frac{6}{30} - \frac{1}{30} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0,4 = 40\%$$

2) Uma urna contém 30 bolinhas numeradas. Retirando-se ao acaso uma bolinha da urna, qual a probabilidade de essa bolinha ser um número múltiplo de 4 ou de 3?

A probabilidade de sair uma bolinha qualquer é igual para todas elas.

Se se pretende que saia determinada bolinha que reúne certas características só tem que ver quantas das bolinhas satisfazem a condição e multiplicar a probabilidade unitária por esse número de bolinhas.

A probabilidade de sair uma bolinha qualquer = $1 / 30$

Bolinhas numeradas com números múltiplo de 4 são : 8, 12, 16, 20, 24 e 28, ou seja, seis (6)

Bolinhas numeradas com números múltiplo de 3 são : 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27 e 30, ou seja, nove (9)

Seriam quinze (6+9) se não houvesse repetições. Mas como o 12 e o 24 aparecem duas vezes temos que subtrair-las e fica um total de possibilidades igual treze (15-2=13)

A resposta será $13 \times 1/30 = 13/30$

...

Outra solução: a probabilidade da união (A ou B) é igual à probabilidade da soma (A mais B) menos a probabilidade da interseção (A e B)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 6/30 + 9/30 - 2/30 = 13/30$$

Exercícios

- 1) No lançamento de um dado, qual é a probabilidade de que o número obtido na face superior seja múltiplo de 2 ou de 3 ?
- 2) De um baralho de 52 cartas, uma é extraída ao acaso. Qual é a probabilidade de sair um valete ou uma carta de ouros?
- 3) Para apresentar um trabalho, um professor sorteará um aluno, entre os 30 da turma, escolhido de acordo com o número da chamada. Qual é a probabilidade de o número do aluno escolhido ser:
 - a) Primo ou maior que 10?
 - b) Múltiplo de 7 ou de 5?

- 4) Os dados da tabela seguinte referem-se a uma pesquisa realizada com 155 moradores de um bairro e revelam seus hábitos quanto ao uso de TV e Internet pagas.

	Só TV aberta	TV paga
Internet gratuita	76	44
Internet paga	14	21

Um dos entrevistados é selecionado ao acaso. Qual é a probabilidade que ele use TV ou Internet pagas.

- 5) Para preencher as vagas de trabalho em uma indústria, 120 pessoas participaram do processo seletivo. O quadro abaixo mostra a distribuição dos candidatos por gênero e escolaridade:

	Homens	Mulheres	Total
Ensino médio completo	18	27	45
Ensino superior completo	22	53	75
Total	40	80	120

Um candidato do grupo é escolhido ao acaso. Qual é a probabilidade de que seja:

- Mulher ou tenha ensino superior completo?
 - Homem e tenha somente o ensino médio completo?
- 6) Uma urna contém cinco bolas vermelhas, três bolas azuis e quatro bolas brancas. Retira-se ao acaso uma bola da urna. Qual a probabilidade de sair uma bola vermelha ou uma bola azul?

PROBABILIDADE DO EVENTO COMPLEMENTAR:

Sejam A um evento de um espaço amostral S e \bar{A} o seu evento complementar, então:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \text{ ou } P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

n(S) de n° elementos do espaço amostral S

n(A) de n° elementos do evento A

Exemplos:

1) No lançamento de um dado, o evento complementar do evento “número ímpar” é o evento “número par” :

$$A = \{ 1, 3, 5 \}$$

$$\bar{A} = \{ 2, 4, 6 \}$$

2) Se a probabilidade de um piloto ganhar uma corrida é de $1/5$. Qual a probabilidade desse piloto **não** ganhar essa corrida ?

SOLUÇÃO:

Seja $P(A) = 1/5$ a probabilidade de ganhar a corrida e $P(\bar{A})$ a probabilidade de não ganhar a corrida, então:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \rightarrow 1/5 + P(\bar{A}) = 1 \rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 1/5 = 4/5 \text{ ou } 80\%$$

EXERCÍCIOS

- 1) Um dado é lançado e o número da face voltada para cima é anotado.
 - a) Descreva o espaço amostral.
 - b) Qual o evento A “o número obtido é múltiplo de 3” ?
 - c) Qual o evento B “o número obtido não é primo” ?

- 2) Uma moeda é lançada duas vezes sucessivamente e observa-se a sequencia de faces obtidas. Determine:
 - a) Espaço amostral
 - b) O evento A “ ocorre ao menos um cara” .

- 3) Uma urna contém 6 bolas verdes, 5 azuis e 4 pretas. Calcule a probabilidade de se extrair uma bola azul ou preta?

- 4) Retirando-se 3 cartas de um baralho comum, de 52 cartas, qual é a probabilidade de sair pelo menos um ás?

PROBABILIDADE DA INTERSEÇÃO DE DOIS EVENTOS

TEOREMA DA MULTIPLICAÇÃO :

No lançamento de dois dados, qual é a probabilidade de se obter a face 6 nos dois?

Podemos resolver esse problema através da definição de probabilidade, como é feito a seguir. O espaço amostral possui 36 elementos (pares ordenados), e o evento que satisfaz a condição do enunciado é

$$A = \{(6,6)\} \text{ e, portanto, possui um único elemento. Assim concluímos que : } P(A) = \frac{n(A)}{n(B)} = \frac{1}{36}.$$

Vamos resolver esse problema através de uma propriedade conhecida como teorema da multiplicação de probabilidades. $P(A)$ pode ser calculada como o produto da probabilidade de ocorrer a face 6 em um dos

dados pela probabilidade de ocorrer a face 6 no outro, isto é: $P(A) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

O teorema da multiplicação de probabilidades é aplicado em problemas que pedem a probabilidade de ocorrer um evento A e um evento B, pois o conectivo e indica a interseção dos eventos.

$$P(B \cap A) = P(A) \cdot P(B/A)$$

Se A e B forem independentes, então $P(B \cap A) = P(A) \cdot P(B)$

EXEMPLO

- 1) Jogando-se um dado e uma moeda, vamos calcular a probabilidade de sair face de número menor que 3 no dado e face cara na moeda.

Solução: Sejam os eventos

A : obter face de número menor que 3.

B : obter face cara.

A e B são independentes um do outro.

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad P(B) = \frac{1}{2}$$

$$\text{Portanto, } P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = P(A \cap B) = \frac{1}{6}.$$

Se dois eventos, A e B, não são independentes, a probabilidade da interseção deve ser calculada diretamente. Nesse caso, a fórmula acima não é válida. Isso pode ser observado no problema a seguir.

- Em um grupo de 100 pessoas, 40 delas são loiras, 30 usam óculos e 20 são loiras e usam óculos.

No espaço amostral dessas 100 pessoas, os eventos A “pessoa loira” e B “pessoa que não usa óculos” não são independentes. Assim, temos:

$$P(A \cap B) = \frac{20}{100} \quad P(A) = \frac{40}{100} \quad P(B) = \frac{30}{100}, \text{ com } P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$$

É importante observar que essa fórmula para calcular $P(A \cap B)$ não é verdadeira quando os eventos não são independentes. Por exemplo, admita a situação a seguir para o lançamento de um dado.

Vamos chamar de A o evento de sair um resultado par $A = \{2, 4, 6\}$ e de B o evento de se obter resultado maior que 3, $B = \{4, 5, 6\}$.

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$A \cap B$ corresponde ao resultado no dado ser par e maior do que 3, $A \cap B = \{4, 6\}$;
 $P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
Nesse caso, $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$.

Exercícios:

- 1) Uma caixa contém 5 válvulas defeituosas e 7 perfeitas. Retirando-se sucessivamente 2 válvulas da caixa (sem reposição), calcule a probabilidade de as 2 válvulas serem:
 - a) Defeituosas.
 - b) Perfeitas
- 2) Uma urna A contém 3 bolas brancas e 2 azuis e uma urna B contém 4 bolas vermelhas e 5 pretas. Retirando-se uma bola de cada urna, calcule a probabilidade de saírem uma bola branca e uma preta.
- 3) No lançamento de 2 dados, calcule a probabilidade de obtermos face 5 em um dado e face par no outro.

Avaliação

A avaliação aconteceu durante todas as aulas, de acordo com os PCNs, conforme as atividades foram sendo aplicadas, considerando a capacidade de raciocínio, a participação, interesse e a criatividade do aluno, averiguando a construção do conhecimento e os objetivos propostos atingidos.

Provas, testes e trabalhos também são instrumentos de avaliação e devem ser encarados como oportunidades para perceber os avanços ou dificuldades dos alunos em relação ao conteúdo em questão, além de uma boa conversa para avaliar se os alunos estão aprendendo ou não, fazendo assim, que a avaliação seja parte integrante do processo de ensino.

As atividades realizadas com a informática possibilitam uma interação qualitativa entre aluno, conhecimento e software. Algumas dessas atividades estimulam os alunos a repensar sobre as ações realizadas, favorecendo a construção do conhecimento e a visualização concreta do referido conteúdo.

CONCLUSÃO

Este trabalho ajudou muito a perceber os lugares onde a probabilidade está presente, e mostrar qual é a real chance de ganharmos algo em alguns desses jogos citados, e de que a probabilidade está presente em diversas ocasiões da nossa vida.

Não podemos analisar a dificuldade de aprendizagem da Matemática sem nos perguntarmos, ao mesmo tempo, o que é, em que consiste e para que serve fazer matemática. A presença da Matemática na escola é uma consequência de sua presença na sociedade e, portanto, as necessidades matemáticas que surgem na escola deveriam estar subordinadas às necessidades matemáticas da vida em sociedade.

As dificuldades encontradas pelos estudantes quanto à aprendizagem da probabilidade foram motivadas com a contextualização, novas maneiras de trabalhar com os problemas encontrados no dia-a-dia citadas na Plataforma, vídeo, jogos, etc.

A Matemática ensinada de forma contextualizada favorece uma ligação entre o conhecimento obtido em sala de aula com a realidade do estudante.

Vários exercícios foram listados, dando ênfase à resolução de problemas e à jogos. Dentre as habilidades envolvidas nesse contexto está a que o aluno seja capaz de diferenciar espaço amostral e evento.

FONTE DE PESQUISA

-MATEMÁTICA PAIVA, 2º ANO/Manoel PAIVA - 1ª Edição - São Paulo: Moderna, 2009

-MATEMÁTICA NOVO OLHAR, 2º ANO/Joamir SOUZA - São Paulo - FTD, 2010

-MATEMÁTICA ensino médio, 2º ANO/Katia Stocco SMOLE - São Paulo - Ed SARAIVA

-MATEMÁTICA ciência, linguagem e Tecnologia, 2º ANO/ Jackson RIBEIRO - Ed. Scipione

-IEZZI, G. et al. Matemática: volume único. São Paulo: Atual, 2011.

MATEMÁTICA ciência, linguagem e Tecnologia, 2º ANO/ Jackson RIBEIRO - Ed. Scipione