

**FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO  
CECIERJ / SEEDUC-RJ**

**COLÉGIO: CIEP 309 – Zuzu Angel**

**PROFESSORA: Adriana Pinheiro Serqueira**

**MATRÍCULA: 09453200**

**SÉRIE: 3º ano**

**TUTOR (A): Susi Cristine**

**GRUPO: 03**

**PLANO DE TRABALHO SOBRE ANÁLISE COMBINATÓRIA**

**Adriana Pinheiro Serqueira**

[drikaserqueira@hotmail.com](mailto:drikaserqueira@hotmail.com)

**Avaliação da execução do plano de trabalho 1**

O plano de trabalho desenvolvido comprova a ideia de que vale a pena investir em mudanças que visam dinamizar as aulas de matemática. As aulas realizadas foram bastante significativas para os alunos; a maioria deles participou proveitosamente das atividades propostas que envolviam Análise combinatória, porém, sabemos que nem sempre conseguimos atingir todos os objetivos propostos e, como todo planejamento deve ser flexível, assim também deve acontecer com a nossa capacidade de fazer alterações no planejamento de acordo com a necessidade e realidade da turma.

Os **pontos positivos** observados ao longo da aplicação do meu plano de trabalho foram: um maior interesse dos alunos pelo assunto, principalmente quando os momentos das aulas foram no laboratório de informática e uma maior concentração da turma durante a explicação do conteúdo dada pela professora.

Com relação aos **pontos negativos**, posso citar: a pouca participação dos responsáveis na vida escolar dos filhos – o que interfere negativamente no desempenho escolar dos alunos, afinal, todo conteúdo de matemática necessita ser estudado em aula e em casa.

As **alterações realizadas** neste plano de trabalho foram: a inclusão da descrição do conteúdo ensinado aos alunos na primeira aula; e a organização das referências bibliográficas em ordem alfabética.

As **impressões dos alunos** aos poucos foram se tornando as melhores possíveis, principalmente quando eles percebiam serem capazes de resolver tanto os exercícios simples quanto os mais contextualizados.

Vale ressaltar que nem todos os exercícios propostos e situações – problemas foram de fácil resolução para os alunos, mas a mediação do aprendizado foi fundamental: a troca de opiniões com

os demais colegas e a contribuição da professora no processo de ensino – aprendizagem foram essenciais!

Enfim: a aplicação deste plano de trabalho serviu para confirmar ainda mais a certeza que eu já tinha de que mesmo com obstáculos no meio do caminho, podemos atingir os nossos objetivos: basta querermos!

### **Plano de trabalho refeito**

## **PLANO DE TRABALHO SOBRE ANÁLISE COMBINATÓRIA**

### **1. Introdução:**

A análise combinatória é um conjunto de procedimentos que possibilita a construção de grupos diferentes formados por um número finito de elementos de um conjunto sob certas circunstâncias.

Assim como muitos conteúdos no ensino da matemática, a análise combinatória destaca-se pela sua aplicabilidade no dia a dia. E este detalhe deve ser considerado por todos os professores que desejam fazer de suas aulas momentos prazerosos de construção do aprendizado matemático.

Antes de tudo, é preciso que os professores levem em consideração que os conteúdos ensinados em sala de aula não se isolam do dia a dia. No que se refere à análise combinatória, por exemplo, os alunos precisam tomar conhecimento de que em nosso cotidiano é muito comum nos depararmos com situações do tipo: de que forma podemos usar nossas roupas sem repetir a mesma combinação, de quantas maneiras podemos organizar nosso livro na estante, qual a chance do time da professora ganhar o campeonato, etc.

Contudo, é possível perceber que não faltam argumentos e estratégias para que os professores façam do ensino de análise combinatória um verdadeiro sucesso em sala de aula. Apenas é necessário que estejam dispostos a pesquisar e serem mediadores de um processo onde o aluno constrói o seu próprio conhecimento.

Neste plano de trabalho, diferentes estratégias serão utilizadas na **METODOLOGIA**, como por exemplo: **pesquisas, laboratório de informática, debates, etc.**

Abaixo, seguem os **pré-requisitos** necessários para que os alunos tenham um bom rendimento na aprendizagem deste conteúdo:

#### **▪ Pré-requisitos:**

- ❖ Leitura e interpretação de texto;
- ❖ Noção do uso do computador;

- ❖ Domínio da operações básicas, principalmente: a multiplicação.

## 2. Desenvolvimento:

- **Tempo de duração:** Oito tempos de aula
- **Objetivo:** Fazer com que os alunos a adquiram às habilidades de:
  - Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples;
  - Utilizar o princípio multiplicativo e o princípio aditivo da contagem na resolução de problemas.
- **Recursos didático-pedagógicos:** Debates, computador, quadro e pillot, exercícios no caderno, situações – problemas, cartolinas, datashow.
- **Metodologia adotada e procedimentos:**

### 1ª aula: (2 tempos de aula):

Esta será a primeira aula sobre princípio multiplicativo, e nela, a professora conduzirá os alunos até a sala de vídeo da escola para assistirem o vídeo disponibilizado no link <http://www.youtube.com/watch?v=GDKJqEhi5FM> . Após a exibição do vídeo, a professora iniciará um diálogo com a turma, levando os alunos a refletirem o quanto problemas que envolvem o princípio multiplicativo fazem parte do cotidiano dos mesmos. Em seguida, a professora levará a turma para a sala de aula e lá, explicará o conteúdo aos alunos, **com base no texto a seguir:**

#### 1. O Princípio Multiplicativo para duas escolhas

<u>primeiro</u> escolha da saia	<u>depois</u> escolha da blusa
------------------------------------	-----------------------------------

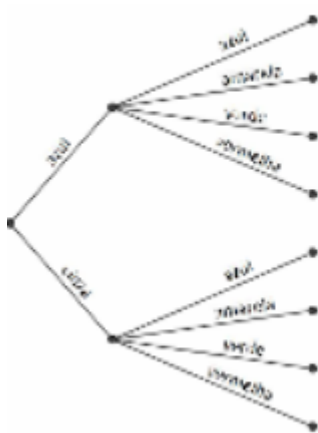
Começamos com um problema simples, mas que contém idéias importantes para a discussão do Princípio Multiplicativo.

**Problema 1.1** *Maria tem 2 saias, uma azul e uma cinza, e 4 blusas, uma azul, uma verde, uma amarela e uma vermelha. De quantas maneiras diferentes ela pode se vestir?*

azul	azul
	amarela
	verde
	vermelha
cinza	azul
	amarela
	verde
	vermelha

Podemos resolver este problema é pensando em “se vestir” como “primeiro escolher uma saia e depois escolher uma blusa”. Basta então fazer a tabela ao lado para ver que a Maria pode se vestir de 8 maneiras diferentes.

Podemos também fazer um *diagrama de árvore*, como ilustrado ao lado. Cada



um dos pontos do lado direito do diagrama representa uma maneira da Maria se vestir; por exemplo, o terceiro ponto de cima para baixo corresponde a ela se vestir com uma saia azul e uma blusa verde.

É importante notar que, para resolver o nosso problema, não há diferença entre o diagrama e a tabela; eles são distintos na aparência, mas ambos equivalem a fazer uma lista completa das possíveis maneiras da Maria se vestir..

**Exercício 1.1** *Uma sala tem 5 homens e 7 mulheres. De quantas maneiras diferentes é possível formar um casal com estas pessoas?*

Vamos agora resolver outra vez o problema 1. Como acima, pensamos que a Maria deve escolher primeiro uma saia e depois uma blusa. Então:

- se a Maria escolher a saia azul ela terá 4 possibilidades para escolher uma blusa, que pode ser azul, verde, amarela ou vermelha;
- e se ela escolher a saia cinzenta ela também terá 4 possibilidades para escolher uma blusa.

Ao final, concluímos que a Maria pode se vestir de  $4 + 4 = 2 \times 4$  maneiras diferentes. Resumindo: Maria tem 2 escolhas para a saia e, para cada uma destas escolhas, ela

tem 4 escolhas para a blusa; logo ela pode se vestir de  $4+4=2\times 4$  maneiras diferentes.

Por que resolvemos mais uma vez o problema 1? A resposta é simples; este último modo de resolver o problema funciona para qualquer número de saias e blusas, sem nenhum trabalho adicional. Imagine que a Maria tivesse 397 saias de cores diferentes e 572 blusas, também de cores diferentes. Neste caso, uma tabela ou um diagrama ficariam muito grandes (certamente não caberiam em uma folha de papel!) e levariam um tempo enorme para fazer. Por outro lado, o raciocínio anterior funciona sem que seja necessário fazer tabelas ou diagramas: para cada uma das 397 escolhas de saia, a Maria tem 572 escolhas de blusa, e logo ela pode se vestir de  $\underbrace{572+572+572+\dots+572}_{397 \text{ vezes}} = 397 \times 572$  maneiras diferentes. Se você quiser, pode

fazer a conta  $397 \times 572 = 227084$ , mas esta é a parte fácil do problema; como já dissemos anteriormente, o importante é saber que esta é a conta que deve ser feita.

Vamos recapitular este raciocínio. Para saber de quantas maneiras a Maria pode se vestir, imaginamos que ela tem que fazer duas escolhas consecutivas:

Logo depois, eles deverão resolver os problemas abaixo:

- 1- Três alunos chegam atrasados para a aula de Análise combinatória. No laboratório de informática só estão vazias 7 cadeiras. De quantas maneiras eles podem ocupar essas cadeiras?
- 2- Com 3 tipos de macarrão e 2 tipos de molho, quantas opções de pratos diferentes de macarronada, a merendeira do CIEP 309 Zuzu Angel ode preparar?
- 3- Quantos são os números de 4 algarismos distintos formamos com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4 e 5 que são divisíveis por 5?
- 4- Um homem pode ir ao trabalho de carro, de ônibus ou de trem. De quantas formas diferentes ele pode arranjar sua ida ao trabalho nos 5 dias da semana?

**\* PROPOSTA DO VÍDEO (Melhor explicação: na última aula)**

## **2ª aula: (2 tempos de aula) –**

Para aprimorar o aprendizado da aula anterior, a professora desenvolverá com seus alunos o roteiro de ação 2.

Recentemente os moradores de São Paulo sofreram uma mudança em sua rotina. Os números dos telefones celulares da cidade de São Paulo e outros 63 municípios do estado ganharam um dígito 9 à esquerda.



1. De acordo com a recomendação da Anatel, os números de celulares de São Paulo, na antiga configuração, deveriam iniciar com os dígitos 6, 7, 8 e 9. Qual é a quantidade máxima de números de telefones celulares, que podemos obter com a antiga configuração?

2. A necessidade de comunicação entre as pessoas, encurtando as distâncias e diminuindo o tempo tem contribuído para o aumento nas vendas dos aparelhos celulares. Explique o que levou a Anatel a acrescentar um dígito (o nº 9) nos números de celulares dessas cidades, em São Paulo?

3. Com a nova configuração, os números de telefones celulares em São Paulo passaram a ser formados por 9 dígitos escolhidos entre 0,1,2,3,4,5,6,7,8 e 9. Porém o 2º dígito jamais pode ser 0 (zero). Pesquise o porquê de esses novos números de celulares não poderem apresentar o algarismo 0 (zero) como seu 2º dígito?

Leia atentamente a notícia a seguir divulgada por uma agência de notícia no Estado de São Paulo:



Fonte imagem: <http://www.anatel.gov.br>

“A partir deste domingo (29/07/12) os números de celulares de São Paulo e outros 63 municípios ganharão um 9 à esquerda. A medida,

4. De acordo com a notícia, a nova numeração proporcionaria a capacidade máxima de 90 milhões números de telefones celulares em SP. Essa afirmação está correta? Justifique rigorosamente sua resposta.

5. Desses novos números de celulares, quantos apresentam todos os dígitos distintos? Para a resolução dos itens de 1 a 5 esperamos que os alunos percebam que podem usar como estratégia de resolução o Princípio Multiplicativo. Na resolução do item 3, esperamos que eles percebam que o número formado possui 9 algarismo e que cada algarismo pode ser escolhido de 10 formas diferentes, com exceção do 1º algarismo, que só pode ser o 9 e do 2º algarismo que não pode ser o zero, devido a uma recomendação da Anatel. Além disso, na resolução do item 5 4, eles precisam identificar que cada algarismo deve ser diferente um do outro. Assim teremos as seguintes respostas aos itens:

6. Uma operadora de telefonia celular de SP disponibilizou para venda em de suas lojas recém inauguradas, todos os números de celulares com início 917, 918 e 919. Quantos números ela disponibilizou?

7. Desses números de celulares qual é a quantidade máxima que apresenta números com todos os dígitos diferentes?

### **3ª aula (2 tempos de aula) –**

No laboratório, com a utilização do data show, a professora colocará mais um vídeo para seus alunos assistirem. O link de acesso é <http://www.videoaulaestudante.com/ensino-medio-matematica/143-48-o-principio-multiplicativo.html> . E como desta vez os alunos já estarão bem mais familiarizados com o assunto, todos eles deverão desenvolver as questões abaixo:

### **EXERCÍCIOS:**

1) Considere a seguinte situação: André tem 2 bermudas (preta e cinza) e 4 camisetas (branca,



verde, amarela e roxa). De quantas maneiras diferentes ele poderá se vestir usando uma bermuda e uma camiseta?

2) Os números dos telefones de uma cidade tem 8 algarismos. Determine a quantidade máxima de telefones a serem instalados, sabendo que os números não começam com zero.

3) Um restaurante oferece no cardápio 2 saladas distintas, 4 tipos de carne, 5 variedades de bebida e 3 de sobremesas diferentes. Uma pessoa deseja comer uma salada, uma carne, uma bebida e uma sobremesa. De quantas maneiras ela pode fazer o pedido?

Após o desenvolvimento destas questões, a professora mostrará aos alunos a diferença entre o **princípio aditivo** e o **princípio multiplicativo** através dos seguintes exemplos disponíveis em <http://matematica-na-veia.blogspot.com.br/2009/07/analise-combinatoria-principio-aditivo.html>

### **PRINCÍPIO ADITIVO - DIVIDIR PARA SOMAR**

**Ex. 1 - Supondo que exista cinemas, e teatros em sua cidade, e que tenham entrado em cartaz 3 filmes e 2 peças de teatro diferentes para passarem no próximo sábado, e que você tenha dinheiro para assistir a apenas 1 evento destes 5 que foram descritos anteriormente. Quantos são os programas que você pode fazer neste sábado?**

Vejamos então:

Vamos supor agora que cada programa custe apenas 1 real, e que você só tenha um real. Como você tem dinheiro para apenas um **evento** (programa), então **ou** você assiste ao filme 1 **ou** ao filme 2 **ou** ao filme 3 **ou** à peça de teatro 1 **ou** à peça de teatro 2.

A ideia é prestar atenção no **conetivo “ou”** do problema. **Ou** escolhe F1, **ou** escolhe F2, **ou** escolhe F3, e assim por diante.

Deste modo estamos **dividindo o problema em casos**. E como já citei anteriormente aparecerá a ideia do **conetivo “ou”**.



Caso eu escolher ver um filme, terei 3 opções ou caso eu escolher ver uma peça de teatro, terei 2 opções.

Como você pode observar **os elementos de um conjunto não pertencem à outro**, pois são **distintos**, logo eles são **disjuntos**. (**A intersecção é vazia**)

Logo pelo principio aditivo.

Se A e B são dois conjuntos disjuntos ( $A \cap B = \emptyset$ ) com respectivamente, f e t elementos, então  $A \cup B$  possui f+t elementos.

$A = \{ f | f \text{ é um filme} \} = \{ F1, F2, F3 \}$ , e

$B = \{ t | t \text{ é uma peça de teatro} \} = \{ T1, T2 \}$

Logo  $A \cup B = \{ F1, F2, F3, T1, T2 \}$

Assim ao todo são  $3+2 = 5$  programas.

Vamos ver agora um exemplo com o principio multiplicativo.

## PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO- DECISÕES EM SEQUÊNCIA

**Ex. 2 – Supondo que você tenha agora dois reais, e quer assistir a um filme e uma peça de teatro, quantos são os programas que poderá fazer no sábado?**

Bom! Repare que diferente do primeiro exemplo, neste você tem que tomar **duas decisões em sequência**.

**1º decisão – escolher um filme dos três em cartaz.**

**2º decisão – escolher uma peça de teatro das duas disponíveis.**

Vamos enumerar os casos possíveis:

Aqui a idéia é prestar atenção no conetivo “e”.

**Filme 1 e Peça 1**

**Filme 1 e Peça 2**

**Filme 2 e Peça 1**

**Filme 2 e Peça 2**

**Filme 3 e Peça 1**

**Filme 3 e Peça 2**

Logo você vai escolher um filme dos três em cartaz “e” escolher uma peça de teatro das duas disponíveis.

**Logo pelo principio multiplicativo.**

*Se um evento A pode ocorrer de m maneiras diferentes e, se para cada uma dessas m maneiras possíveis de A ocorrer, um outro evento B pode ocorrer de n maneiras diferentes, então o n° de maneiras de ocorrer o evento A seguido do evento B é m.n*

Logo você têm três vezes duas opções para escolher entre os programas.

Ou seja,  $3 \cdot 2 = 6$  possibilidades.

Após a explicação, os alunos deverão desenvolver os problemas abaixo:

1º.) Estão em cartaz 3 (três) filmes e 2 (duas) peças de teatro e, supondo que Carlos tenha dinheiro para assistir a apenas um evento, quantas opções diferentes Carlos tem para seu divertimento?

2º.) Se no problema anterior, Carlos tiver dinheiro para assistir um filme e uma peça de teatro, quantas opções ele terá para seu divertimento, sendo irrelevante qual ele assiste primeiro?

3º.) Numa confeitaria há 5 (cinco) sabores de picolés e 3 (três) sabores de salgados. Suponha que Maria só tenha permissão para tomar um sorvete ou comer um salgado. Quantos são os possíveis pedidos que Maria pode fazer?

4º.) Suponha que Lúcia vá a confeitaria e possa tomar um picolé e comer um salgado. Quantos pedidos diferentes Lúcia pode fazer?

5º.) Quantos são os anagramas de duas letras diferentes que podemos formar com um alfabeto de 23 (vinte e três) letras?

6º.) De quantas maneiras podemos selecionar 1 (uma) consoante e 1 (uma) vogal de um alfabeto formado por 18 (dezoito) e 5 (cinco) vogais?

## 4ª aula (2 tempos de aula) – AVALIAÇÃO

### 3. Avaliação (2 tempos de aula)

\* A avaliação da turma será em grupos. Desta vez, os alunos serão avaliados de forma diferenciada. Na primeira aula sobre este conteúdo, a professora propôs aos seus alunos que em grupo, produzissem um vídeo com uma encenação deles próprios, e nesta encenação, eles deveriam usar a criatividade para explicar o que conseguiram aprender sobre o conteúdo. O vídeo pode ser um teatro, uma reportagem, etc. Subtende-se que todos os alunos já estariam com o vídeo pronto, para que toda a turma pudesse assistir aos de todos.

### 4. Referências bibliográficas:

- ANÁLISE COMBINATÓRIA - PRINCÍPIO ADITIVO E MULTIPLICATIVO. Disponível em :< <http://matematica-na-veia.blogspot.com.br/2009/07/analise-combinatoria-principio-aditivo.html>> Acesso em 15 fev. 2013;
- BARROSO, Juliane Matsubara. CONEXÕES COM A MATEMÁTICA. São Paulo< Moderna,2010;
- PRINCÍPIO ADITIVO E MULTIPLICATIVO. Disponível em: <http://matematicaef2.blogspot.com.br/2011/09/principio-aditivo-e-multiplicativo.html> Acesso em 17 fev. 2013.
- PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO. Disponível em: <<http://estudarmatematicaonline.blogspot.com.br/2011/08/principio-multiplicativo.html>.> Acesso em 02 fev. 2013;