Reforço escolar • Matemática •

O espião que me amava

Dinâmica 2

3ª Série | 4º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	Ensino Médio 3ª	Algébrico-Simbólico.	Polinômios e Equações Algébricas.

Aluno

Primeira Etapa

Compartilhar ideias

Atividade • Qual é o código?

Um agente secreto teve o seu nome codificado e o grupo deverá descobrir qual é o nome dele. Para desvendar esse segredo, será preciso fazer uma divisão de polinômios. Aqui, você vai lidar só com polinômios de uma única variável.

Você se lembra dessa operação?

Ela acompanha o procedimento da divisão entre números naturais pelo algoritmo chamado longo, em que a multiplicação e a subtração são calculadas separadamente a cada passo. Você vai acompanhar os passos da divisão numérica pelo processo longo e aplicar os mesmos passos à divisão de polinômios. Veja como é dividindo 389 por 12:

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fundação CECIERJ Consórcio cederj

3	8	9	12
– 3	6		32
0	2	9	
	– 2	4	
	0	5	

Complete colocando os números a cada passo:

1. Escreva aqui o Dividendo: 389	2. Escreva aqui o Divisor:
4. Multiplique o 1º algarismo do quociente pelo divisor e escreva aqui o produto com o sinal trocado:	3. Divida o número formado por 1 ou 2 algarismos de ordem mais alta do dividendo pelo algarismo de ordem mais alta do divisor, isso dá o primeiro algarismo do quociente: **3**
5. Escreva aqui o resultado da soma do dividendo com esse produto com sinal trocado (é uma diferença, então):	6. Repita o processo para achar mais um algarismo do quociente, tomando como novo dividendo o último número obtido na 1ª coluna:
7. Multiplique o 2º algarismo do quociente pelo divisor e escreva aqui o produto com o sinal trocado:	
8. Escreva aqui o resultado da soma do dividendo com esse produto com sinal trocado (é uma diferença, então):	Este processo vai se repetindo até que se chegue a uma destas somas (que são diferenças...) que seja menor do que o divisor. Esse é o resto da divisão e, se o resto for 0, a divisão se diz exata.

A divisão de 389 por 12 tem um quociente igual a 32 e um resto igual a 5, o que pode ser indicado na expressão numérica: **389 = 12 × 32 + 5**.

Observação: No caso numérico, a escolha dos algarismos do quociente pode ser mais complicada do que o que acontece com os polinômios. No caso dos polinômios, exige-se que o grau do dividendo seja maior ou igual ao grau do divisor. Sendo assim, o primeiro termo do dividendo será sempre divisível pelo primeiro termo do divisor. Não é preciso fazer avaliação como no caso numérico.

No caso dos polinômios, em vez de separar algarismos, você separa monômios e, em vez de chegar a um resto menor do que o divisor, você vai parar quando chegar a um resto de grau menor do que o grau do divisor. E já começou por um dividendo que tem grau maior ou igual ao do divisor.

Você vai, então, seguir passos análogos e vai ver que já sabe dividir $x^2 + 6x + 3$ por $x - 1$:

1. Escreva aqui o Dividendo, do grau mais alto para o de grau menor: $\mathbf{x^2 + 6x + 3}$	**2.** Escreva aqui o Divisor, do grau mais alto para o de grau menor: $\mathbf{x - 1}$
4. Multiplique o 1º termo do quociente pelo divisor e escreva aqui o produto com o sinal trocado:	**3.** Divida o 1º termo do dividendo, x^2, pelo 1º termo do divisor, x, isso dá o primeiro termo do quociente: **x**
5. Escreva aqui o resultado da soma do dividendo com esse produto com sinal trocado (é uma diferença, então):	**6.** Repita o processo para achar mais um termo do quociente, tomando como novo dividendo o último polinômio na 1ª coluna, $7x + 3$, e divida seu primeiro termo, $7x$, pelo primeiro termo do divisor, x, encontrando:
7. Multiplique o 2º algarismo do quociente pelo divisor e escreva aqui o produto com o sinal trocado:	
8. Escreva aqui o resultado da soma deste dividendo com esse produto com sinal trocado (é uma diferença, então):	*Este processo vai se repetindo até que se chegue a uma destas somas (que são diferenças...) que seja de grau menor do que o grau do divisor. Esse é o resto da divisão e, se o resto for 0, a divisão se diz exata.*

Você pode agora copiar só os polinômios, apagando a descrição dos passos:

x^2	$+ 6x$	$+ 3$	$x - 1$

Viu como é fácil?!

Agora você pode escrever o resultado dessa divisão numa só expressão algébrica:

$x^2 + 6x + 3 =$

Pronto! Você já pode ser aceito na Sociedade Secreta a que pertence nosso espião, cujo nome você vai descobrir na próxima etapa.

Aluno

Segunda Etapa

Um novo olhar...

Atividade • Quem é o agente secreto?

Você vai receber do seu professor as pistas que definem cada letra do nome do agente secreto que está infiltrado na sua escola. A solução de cada pista será um número; esse número corresponde a uma letra do alfabeto, como mostra a tabela a seguir:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Z	Y	X	W	V	U	T	S	R	Q	P	O	N

14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
M	L	K	J	I	H	G	F	E	D	C	B	A

As pistas serão todas sobre os polinômios P(x) e S(x), a seguir, sobre o quociente Q(x) e o resto R(x) da divisão de P(x) por S(x).

$P(x) = 6x^5 - 2x^4 - 15x^3 + 6x^2 + 7x + 12$ e $S(x) = 3x^2 + 5x + 4$

Antes de receber as pistas, faça a divisão de P(x) por S(x):

Resposta

$6x^5$	$-2x^4$	$-15x^3$	$+6x^2$	$+7x$	$+12$	$3x^2+5x+4$

Você obteve, então: $P(x) = S(x)\,Q(x) + R(x)$, com:

$Q(x) =$ e $R(x) =$

Agora você pode usar as pistas que recebeu do seu professor para descobrir o nome com o qual o espião ou a espiã se esconde. Mas lembre-se: você não precisa fazer divisões por binômios do tipo $x - a$ para conhecer o resto. Lembra-se do Teorema do Resto?

Então, mãos à obra e seja um bom detetive.
Qual é o nome do espião?

LETRA	PISTAS	VALOR NUMÉRICO	LETRA

E qual é a idade desse espião?

ESPIÃO	PISTA	IDADE

Preencha agora a ficha a seguir com os dados do espião desmascarado:

Resposta

DADOS	ESPIÃO DAS MOÇAS	ESPIÃ DOS RAPAZES

Terceira Etapa

Fique por dentro!

Atividade • Simplificando...

Aluno

Briot (*lê-se Briô, foi um matemático francês que viveu de 1812 a 1882*) e Ruffini (*médico e matemático italiano que viveu de 1765 a 1822*) sugeriram um dispositivo prático para achar quociente e resto da divisão de um polinômio P(x) por um binômio do 1º grau. Como esta divisão é bastante comum, essa simplificação ajuda bastante.

Você vai resolver uma divisão de um polinômio P(x) por um binômio do tipo $x - a$, pelo processo apresentado nas etapas anteriores e verificar como se pode simplificar a escrita deixando de escrever as potências da variável.

Vamos usar um exemplo numérico, com números simples, mas dá para perceber que o processo é válido para coeficientes reais quaisquer.

Questão

Calcule o quociente e o resto da divisão de $3x^4 + 5x^3 + 4x^2 + 2x + 1$ por $x - 2$:

$3x^4$	$+ 5x^3$	$+ 4x^2$	$+ 2x$	$+ 1$	$x – 2$
0	$+ 11 x^3$				
		$+ 26x^2$			
			$+ 54x$		
				$+ 109$	

Repare nas células destacadas: a primeira é a célula da 1ª linha da 1ª coluna. Descendo duas linhas e avançando uma coluna, está marcada a segunda célula na 3ª linha da 2ª coluna. E assim por diante, descendo 2 linhas e avançando uma coluna, estão marcadas células até chegar à quinta célula na 9ª linha da 5ª coluna, onde está o resto 109 da divisão em questão.

Agora, como os polinômios foram escritos a partir dos termos de ordem mais alta com os expoentes decrescendo de 1 em 1, compare as outras células destacadas com o polinômio que você achou como quociente. As 4 primeiras células destacadas têm os mesmos coeficientes que esse polinômio. A diferença está no expoente da variável que, no quociente, tem 1 a menos. Claro, porque você dividiu esses termos por x. Além disso, você já sabia que, quando divide um polinômio de grau n por um polinômio de grau 1, o quociente deve ter grau n – 1.

Agora repare como se calcula um desses coeficientes em função do anterior: o 1º deles é o 1º coeficiente do polinômio dividendo. O 2º deles é a soma deste, vezes 2, com o 2º coeficiente do polinômio. E assim por diante: cada coeficiente numa célula marcada é a soma do coeficiente da célula destacada anterior, vezes 2, com o coeficiente seguinte do polinômio. Então, para que escrever todo o resto? Basta escrever os coeficientes, mantendo essa ordem.

Esse é o segredo do dispositivo de Briot-Ruffini que pode ser descrito pelo seguinte esquema:

<u>1º passo</u>: Desenhe duas linhas que se cruzam de modo a separar a raiz do binômio divisor, à esquerda (x – 2 = 0 dá x = 2 e sua raiz é 2), dos coeficientes do divisor (à direita e na ordem decrescente dos expoentes):

$$\begin{array}{c|ccccc} 2 & 3 & 5 & 4 & 2 & 1 \\ \hline & & & & & \end{array}$$

<u>2º passo</u>: Repita abaixo, à direita, o primeiro coeficiente:

$$\begin{array}{c|ccccc} 2 & 3 & 5 & 4 & 2 & 1 \\ \hline & 3 & & & & \end{array}$$

<u>3º passo</u>: Multiplique esse número pela raiz 2, some com o número que está uma posição à frente, acima dele e copie essa soma a seguir do 1º número escrito na 2ª linha:

$$\begin{array}{c|ccccc} 2 & 3 & 5 & 4 & 2 & 1 \\ \hline & 3 & 11 & & & \end{array}$$

<u>4º passo e seguintes</u>: O processo vai se repetindo na obtenção dos coeficientes seguintes:

$$\begin{array}{c|ccccc} 2 & 3 & 5 & 4 & 2 & 1 \\ \hline & 3 & 11 & 26 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccccc} 2 & 3 & 5 & 4 & 2 & 1 \\ \hline & 3 & 11 & 26 & 54 & 109 \end{array}$$

A partir dessa 2ª linha, escreve-se o resto (último número da 2ª linha) 109 e o quociente, com 1 grau a menos que o dividendo: $3x^3 + 11x^2 + 26x + 54$.

Muito mais simples, não?

Então, tente agora achar o quociente e o resto da divisão de $x^5 - 3x^4 + x^3 - 5x^2 + 3x + 2$ dividido por $x + 1$:

$$\begin{array}{c|c} & \\ \hline & \end{array}$$

E se não houver alguma potência da variável no dividendo? Neste dispositivo, não é possível pular uma potência: no caso de faltar alguma potência entre o maior expoente e a constante, o coeficiente precisa constar no local como 0. Calcule, por exemplo, o quociente e o resto da divisão de $x^3 + 3x$ por $x - 3$ e depois tire a prova real para ficar seguro de que você chegou ao resultado certo. Não se esqueça de colocar o 0 como coeficiente das potências de x que não aparecem no dividendo.

Tirando a prova real:

×				
+				

Quarta Etapa
Quiz

Questão: (*UEL – Universidade Estadual de Londrina, PR.*)

Dividindo-se o polinômio $x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 4x - 21$ por $x + 3$, obtêm-se

d. $x^3 - 2x^2 + x - 12$, com resto nulo;

e. $x^3 - 2x^2 + 3$, com resto 16;

f. $x^3 - x^2 - 13x + 35$, e resto 84;

g. $x^3 - x^2 - 3x + 1$, com resto 2;

h. $x^3 - x^2 + x - 7$, e resto nulo.

Quinta Etapa
Análise das Respostas ao Quiz

Aluno

Etapa Flex

Para saber +

Para rever uma descrição do dispositivo prático de Briot-Ruffini, você poderá consultar o link a seguir:

http://www.brasilescola.com/matematica/divisao-polinomios-utilizando-dispositivo-briotruffini.htm

Agora é com você!

1. (VUNESP-SP) Se a, b, c são números reais tais que

$ax^2 + b\,(x + 1)^2 + c\,(x + 2)^2 = (x + 3)^2$ para todo x real, então o valor de $a - b + c$ é

a. -5

b. -1

c. 1

d. 3

e. 7

2. (PUC RIO) Sendo $x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 + ax + b)$ para todo x real, os valores de a e b são, respectivamente

a. -1 e -1;

b. 0 e 0;

c. 1 e 1;

d. 1 e -1;

e. -1 e 1

3. (UNIRIO) O grau do polinômio $(x + 2)^2 . (x - 4)^4 . (x + 6)^6 . (x - 8)^8 . ... . (x + 18)^{18}$ é

a. 2.9;

b. 90;

c. $2^9.9$;

d. 180;

e. 18

Aluno

4. Fatorar o polinômio $P(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$, sabendo que $P(5) = 0$.