FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ

Tarefa 1: Plano de trabalho
Tema: Funções polinomiais do primeiro grau

Cursista: Waine Vieira Junior
Tutor: Rodolfo Gregorio de Moraes

Rio de Janeiro
Maio de 2014

Introdução:

Este plano de trabalho foi concebido como um roteiro de ação e propõe uma abordagem que valorize a experiência do cotidiano do aluno no processo de construção (conjunta) dos conceitos formais da matemática – neste caso específico, o conceito de função polinomial do primeiro grau. Neste sentido, entende-se que é de vital importância resgatar aspectos do dia-a-dia do aluno que contribuam para uma construção mais ampla do conhecimento matemático, onde os alunos percebam não apenas a aplicabilidade do conteúdo denominado "*função*" na resolução de problemas, mas que ele seja peça fundamental na compreensão do mundo social, cultural, econômico e ético que o cerca.

Como dito, buscaremos tratar das funções ditas de 1º grau. Consideramos que a abordagem deste conteúdo em matemática busca contemplar quatro aspectos essenciais: a) introdução do tema, traçando uma conexão direta com os conteúdos vistos anteriormente: em especial, a definição formal de funções; b) aspectos operatórios, de forte teor algébrico em consonância com a contextualização em situações familiares ao universo social e cultural do estudante; c) a construção do gráfico da função, seus pontos-chave e elementos fundamentais; e, por fim, d) a avaliação considerando, novamente a contextualização do tema em problemas e aplicações diversas.

Podemos considerar lugar comum a afirmação de que os alunos apresentam inúmeras dificuldades no que tange aos mais diferentes aspectos (compreensão de conceitos abstratos, interpretação de enunciados, aplicação dos conceitos, além, sempre, da falta de interesse). Nesse sentido, o que se busca aqui é trazer o conhecimento do aluno para dentro de sala, problematiza-lo confrontando-o com novas possibilidades, situações, temas os mais variados. Assim, a abordagem adotada ressoa os princípios preconizados na etnomatemática, compreendendo-a como uma proposta transversalizante e enriquecedora.

Para a implementação do plano de trabalho, serão necessários seis tempos de cinquenta minutos, mais 1 tempo de cinqüenta minutos para avaliação escrita.

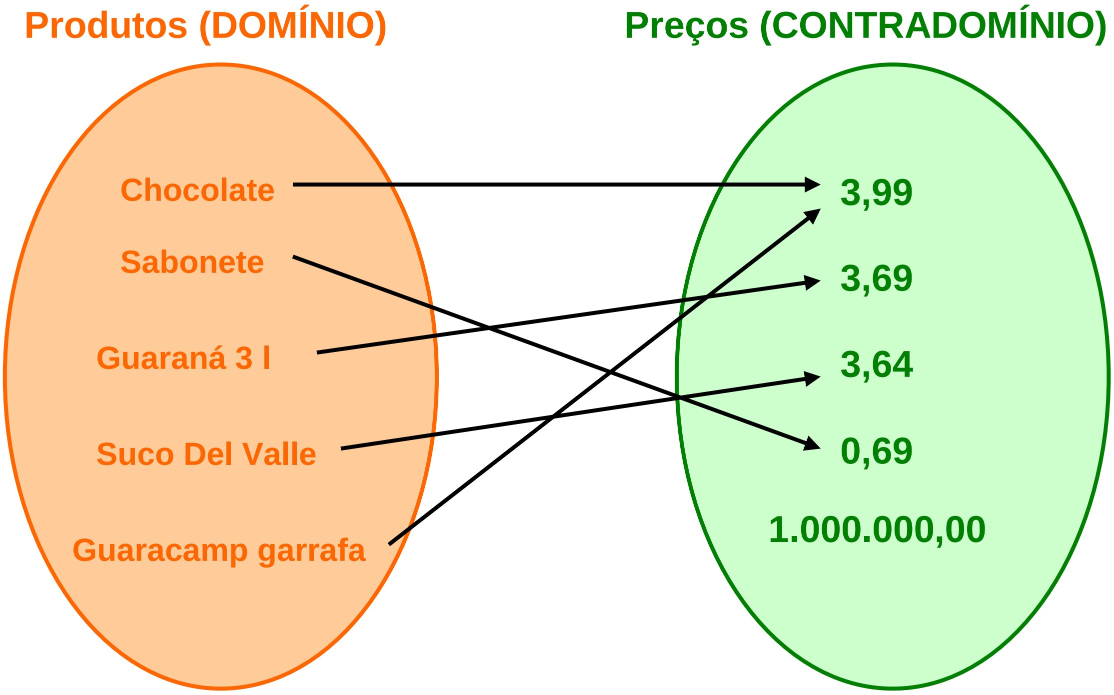
Recordando!

Relembrando agora a idéia de função, temos que uma função é uma regra ou relação, que liga um conjunto domínio (conjunto de entrada) com um conjunto contradomínio (conjunto de valores de saída) de tal maneira que:

1) Cada elemento do domínio está associado a **apenas um** elemento do contradomínio;
2) **Todos** os elementos do domínio possuem um correspondente no contradomínio, de modo que não sobre ninguém sozinho no domínio.

É o caso de uma situação bastante corriqueira: podemos observar a aplicação da idéia de função quando vamos ao mercado fazer compras. Sabemos, o que nos parece até bastante óbvio, que vamos ao mercado comprar produtos, e esses produtos tem seu preço.

Assim, se colocarmos esses dois conjuntos – ***produtos*** e ***preços*** – no diagrama de Venn, teríamos algo assim:

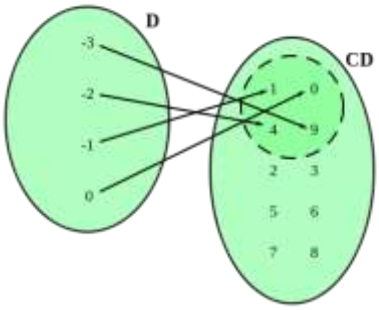


Observe que num mercado:

a) **TODOS** os produtos tem preço;
b) Cada produto possui **APENAS UM** preço

O que identifica essa relação *PRODUTO X PREÇO* como sendo uma função

Obs: Observe que no contradomínio, há valores sobrando (não há produtos num mercado que custem R$ 1.000.000,00. Pelo menos não num mercado normal!). Isto não invalida uma função – na verdade é até bastante comum que isso aconteça. Por isso, temos um novo conjunto a ser definido. O conjunto **imagem** se define como um subconjunto do contradomínio que contém todos os elementos do contradomínio que são correspondentes – ou melhor, **estão em função** – de elementos do domínio. Assim, no caso:

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>

- O domínio é composto pelos elementos (-3, -2, -1, 0)
- O contradomínio é composto pelos elementos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)
- A imagem é composta pelos elementos (0, 1, 4, 9)

</td>
</tr>
</table>

Atividade 1

- **Habilidade Relacionada: H26** Resolver problemas envolvendo noção de área de figuras planas, com ou sem malhas quadriculadas; **H39** Estabelecer correspondência entre duas grandezas, a partir de uma situação-problema; **H41** Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números (padrões); **H46** Reconhecer números reais em diferentes contextos; **H52** Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
- **Pré-Requisitos:** Equações.
- **Tempo de duração:** 100 min.
- **Recursos Educacionais Utilizados:** Recortes de jornais e revistas, calculadora e folha de exercícios.
- **Organização da turma:** Duplas ou trios.
- **Objetivos:** Apresentar os fundamentos da função de primeiro grau, sua definição formal e seu funcionamento próprio.
- **Metodologia:** Após uma pequena apresentação de situações que se caracterizam por apresentar o comportamento de uma função de primeiro grau, extraídas das mas diversas fontes, apresentaremos a definição formal das funções de primeiro grau e, em seguida, aplicaremos essa definição na resolução da atividade proposta.

Agora observe as situações a seguir:

Situação 1

Para fazer um churrasco, calcula-se normalmente que cada pessoa consuma cerca de 300 gr. de carne, em média. Sendo assim, podemos traçar a relação abaixo:

nº de convidados	Quantidade de carne
1	300 gr.
2	600 gr.
3	900 gr.
4	1200 gr.
5	1500 gr.

Situação 2

O valor da corrida de um táxi é calculado pela fórmula:

Valor da corrida = Bandeirada + Valor do Km rodado · Km rodado

Na cidade do Rio de Janeiro, um táxi convencional rodando em bandeira 1 cobra, no valor da bandeirada, R$ 4,70. O quilômetro rodado, nas mesmas condições, custam R$ 1,70. Assim, nossa fórmula ficaria deste jeito:

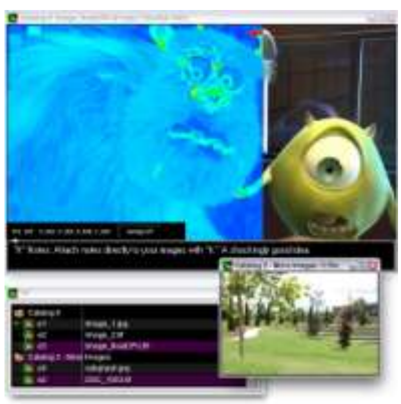
Valor da corrida = 4,70 + 1,70 · Km rodado

Onde teríamos:

Km rodados	Valor da corrida
1 Km.	R$ 6,40
2 Km	R$ 8,10
10 Km	R$ 21,70

Situação 3

O processo de *renderização* de um filme feito por computador não é uma tarefa fácil. É nesse ponto que surgem os principais computadores dos grandes estúdios de animação, como a Pixar (hoje parte do império Disney). Mesmo com uma enorme ilha de máquinas dedicadas para apenas essa função, há frames* (sim, quadros de 1/24 segundos) que



levam até 90 horas para serem renderizados por completo. A grande maioria dos frames é mais simples e leva cerca de “apenas” seis horas para isso[1]”.

Renderização é o processo pelo qual obtemos o produto final de um processamento digital qualquer. Este processo aplica-se essencialmente em programas de modelagem 2D e 3D, bem programas de edição de áudio e de vídeo, e, como visto na reportagem acima, consome muitos recursos dos processadores, o que demanda muito tempo, e maquinário (as famosas *renderfarms*). Se considerarmos apenas o tempo médio de renderização (seis horas para cada quadro), é fácil concluir que em um dia inteiro, apenas 4 quadros da animação terão sido finalizados, o que corresponde a 1/6 segundos do filme. Assim, como poderemos responder quantos dias são necessários para completar apenas um segundo do filme (24 quadros)?

Dias necessários para a renderização	**Nº de quadros**
1/4 dia	1 quadro
1/2 dia	2 quadros
1 dia	4 quadros
2 dias	8 quadros

Estas relações entre os dois conjuntos que aparecem nas três situações apresentadas, é chamada de **função afim,** ou **função polinomial do 1º grau** e sua forma reduzida é:

$$\mathbf{f(x) = ax + b}$$

Onde:

a = é o número chamado *coeficiente angular*, ou *declividade* da reta. Ele influencia diretamente o ângulo de inclinação de nossa função, de modo que, quanto mais ele se aproxima de zero, mais próxima a nossa reta se aproxima de uma paralela ao eixo x, assemelhando-se a uma função constante. E quanto mais se afasta de zero, mais a reta se aproxima de uma paralela ao eixo y.

b = é o número chamado de *termo constante* ou *coeficiente linear*. É o coeficiente b que desloca nossa reta ao longo do eixo x.

Aqui estão alguns exemplos desse tipo de função.
f(x) = 8x - 4, onde a = 8 e b = - 4
f(x) = 9x, onde a = 9 e b = 0

[1] *Frames = fotogramas, cada uma das imagens estáticas que, exibidas a certa velocidade, dão a ilusão de movimento.*

Agora, em dupla ou trio, veja essa notícia:

Leblon teve o metro quadrado mais caro do País em 2012

O metro quadrado do Rio de Janeiro já é o mais caro do país. Segundo dados do índice FipeZap, o valor médio dos imóveis na cidade subiu 1,2% durante o mês de setembro, alcançando R$ 8.358. O valor desbanca o Distrito Federal como cidade mais cara para se comprar apartamento, região em que a média pesquisada foi de R$ 8.143. Bairro mais valorizado do Rio, o Leblon registrou o valor recorde de R$ 18.332. Na segunda colocação, o metro quadrado de Ipanema alcançou R$ 16.984, e em terceiro, a Lagoa Rodrigo de Freitas, com R$ 14.795.

Discuta com seu colega e responda, com o auxílio da calculadora:

a) Nesse caso, quanto custaria, aproximadamente, um apartamentinho de 60 metros quadrados?
b) Um apartamento médio, de 90 metros quadrados?
c) Um banheirinho, de dimensões 4m X 4m valeria quanto?
d) Construa uma lei de função que descreva esse fenômeno.
e) Com a ajuda de uma folha de papel quadriculado, faça o gráfico dessa função.
f) Um castelo de 3.500 metros quadrados está sendo vendido nos Estados Unidos por R$ 2.500.000,00. Este castelo tem seu valor equivalente a um imóvel de quantos metros quadrados, no Leblon?

Agora observe com seu colega a situação abaixo, e preencha a tabela:

Um **comboio de alta velocidade** ou **trem-bala** é um transporte público que circula excedendo os 250 km/h.Tipicamente, os trens-bala viajam a velocidades de cruzeiro em torno de 300 km/h. A marca mundial de velocidade para um comboio convencional com rodas foi estabelecida em 2007 por um trem-bala francês que atingiu a velocidade de 574,8 km/h.

Na velocidade de cruzeiro – 300 km/h, preencha a tabela:

Tempo	Distância percorrida
0 horas	
	600 km
3 horas	
	750 km
1 hora	
	150 km
10 horas	
	100 km

Atividade 2

- **Habilidade Relacionada: H02** – Associar pontos no plano cartesiano às suas coordenadas e vice-versa; **H38** – Identificar o gráfico de uma função, a partir da correspondência entre duas grandezas representadas em uma tabela; **H41** Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números (padrões); **H66** – Reconhecer intervalos de crescimento/decrescimento e/ou zeros de funções reais representadas em um grafico
- **Pré-Requisitos:** Equações, plano cartesiano.
- **Tempo de duração:** 100 min.
- **Recursos Educacionais Utilizados:** Laboratório de informática com o software **graph.tk** instalado.
- **Organização da turma:** Duplas ou trios.
- **Objetivos:** Apresentar os elementos de um gráfico de função polinomial de 1º grau e como eles influenciam o "comportamento" da função.
- **Metodologia:** Após a apresentação dos métodos para a construção do gráfico de uma função polinomial de 1º grau, seus elementos e composição, e de uma pequena apresentação do programa **graph.tk**, demonstrando suas funcionalidades proporemos as atividades a seguir, para análise e discussão posterior com preenchimento de relatório que será parte de nossa avaliação.

O gráfico de uma função

O gráfico de uma função é uma representação visual da função que ajuda a analisar a variação de grandezas. Para construir o gráfico de uma função, siga os passos:

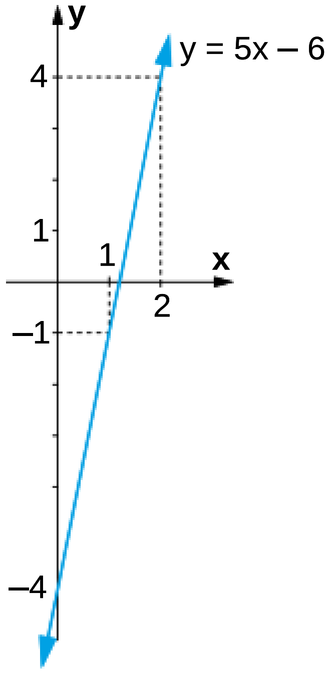
1) Construa uma tabela com valores **x** escolhidos convenientemente e seus respectivos correspondentes **y**.
2) A cada par ordenado (x,y) da tabela, associar um ponto do plano determinado pelos eixos **x** e **y**.
3) Marcar um número suficiente de pontos até que seja possível esboçar o gráfico da função.

Obs: Lembre-se que os pontos de um gráfico, no plano cartesiano, são justamente os pares ordenados que vimos anteriormente (*x*,*y*)

O gráfico de uma função afim

O gráfico de uma função afim é sempre uma reta não perpendicular ao eixo **x**.

Exemplo:



x	y = 5x – 6
1	–1
2	4

Estudo do sinal da função afim

Consiste em determinar os valores de **x** do domínio para os quais a função é positiva, negativa ou nula.

Zero da função afim

O valor de **x** para o qual a função f(x) = ax + b, a $\neq$ 0, se anula, ou seja, para o qual f(x) = 0, denomina-se *zero* da função afim. Para determinar esse valor, basta resolver a equação ax + b = 0.

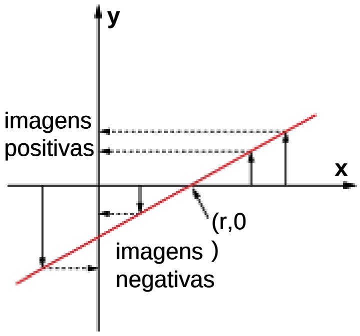
$$\mathbf{f(x) = 0 \rightarrow ax + b = 0 \rightarrow ax = -b \rightarrow x = -b/a}$$

Obs: Geometricamente, o zero da função afim é a abscissa do ponto de intersecção do gráfico da função com o eixo **x**

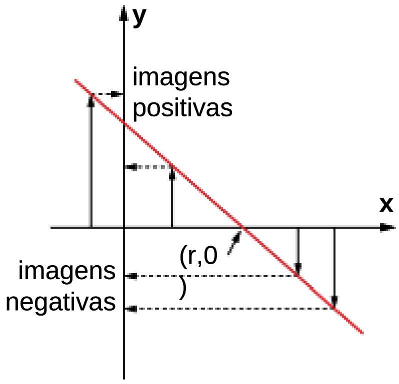
Obs$_2$: O coeficiente *b*: em y = ax + b, quando x = 0, temos que y = b, ou seja, **b** é o valor da função quando x = 0. Logo, o gráfico intersecta o eixo **y** no ponto de coordenadas **(0, b)**.

Estudo do sinal da função pela análise do gráfico

a < 0 (função crescente)



a < 0 (função decrescente)



1) Digite no campo de descrição das funções, aquelas funções com que trabalhamos na atividade 1.
2) Compare os resultados encontrados por vocês e os zeros dos gráficos das funções que digitamos no campo de discrição. Lembre-se da definição de zero da função polinomial do 1º grau que acabamos de expor.
3) Digite agora a função **y = x** no campo de descrição. Em outro campo de descrição (clique no sinal de "**+**"), digite **y = 2x**. As duas funções aparecerão sobrepostas. Digite, em um novo campo de descrição, a função **y = 5x**. Responda: Qual o coeficiente que estamos alterando? O que podemos dizer com relação ao valor do coeficiente em questão e o comportamento do gráfico da função?
4) Ainda utilizando os gráficos do tópico anterior, digite as mesmas funções em novos campos de descrição, desta vez com a coeficiente em questão com o sinal negativo. O que podemos dizer com relação ao sinal do coeficiente em questão e o comportamento do gráfico da função?
5) Agora, digite numa tela em branco, a função **y = x + 1**. Em um novo campo de descrição, altere o valor do coeficiente **b**. Faça novamente em um novo campo de descrição, com outro valor, desta vez, negativo. O que podemos dizer com relação ao valor do coeficiente em questão e o comportamento do gráfico da função?

6) Escreva agora um relatório descrevendo todas as atividades que você realizou e as conclusões tiradas para cada atividade proposta, relacionando-as com as descrições dos elementos dos gráficos e dos coeficientes das funções.

Atividade 3

- **Habilidade Relacionada: H02** – Associar pontos no plano cartesiano às suas coordenadas e vice-versa; **H38** – Identificar o gráfico de uma função, a partir da correspondência entre duas grandezas representadas em uma tabela; **H41** Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números (padrões); **H66** – Reconhecer intervalos de crescimento/decrescimento e/ou zeros de funções reais representadas em um grafico
- **Pré-Requisitos:** Equações, plano cartesiano.
- **Tempo de duração:** 100 min.
- **Recursos Educacionais Utilizados:** Folha de exercícios e papel quadriculado
- **Organização da turma:** Duplas ou trios.
- **Objetivos:** Apresentar os elementos de um gráfico de função polinomial de 1º grau e como eles influenciam o "comportamento" da função.
- **Metodologia:** Após a atividade com o programa **graph.tk**, proporemos ao aluno que reproduza em papel quadriculado os gráficos das funções apresentadas nas situações abaixo.

Situação 1

A conta mensal de uma linha de telefone do tipo econômico é composta de duas partes: uma taxa fixa de R$ 30,00, chamada assinatura, e mais uma parte variável, que é de R$ 0,25 o minuto de ligação.
Responda:

a) Como saber quanto deverá ser pago no final do mês?
b) Quanto será a conta em um mês onde nenhuma ligação tenha sido feita?
c) Preencha a tabela abaixo para termos uma idéia de quanto deve variar o valor da conta no fim do mês.
d) Construa o gráfico que define esta função no papel quadriculado.
e) Que tipo de função é essa? Crescente ou decrescente?

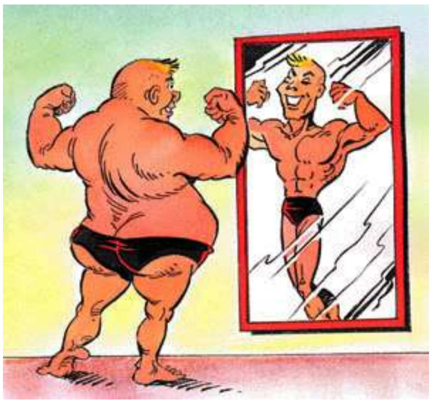
Quantidade de minutos falados	Valor da conta
10 minutos	
25 minutos	
8 minutos	
60 minutos	
1 minuto	
19 minutos	

Situação 2

Uma caixa d'água com capacidade para 1000 litros tem apenas 100 litros de água. Abre-se então uma torneira que começa a encher a caixa à razão de 20 litros por minuto.

a) Se a torneira ficar aberta por x minutos (sem encher totalmente a caixa), qual será o volume y de água na caixa?
b) Quantos minutos são necessários para que a torneira encha totalmente a caixa?
c) Faça o gráfico dessa função com o auxílio de uma folha de papel quadriculado.

Situação 3



3ª Questão: Uma pessoa, pesando atualmente 70kg, deseja voltar ao peso normal de 56kg. Suponha que uma dieta alimentar resulte em um emagrecimento de exatamente 200g por semana. Fazendo essa dieta, a pessoa alcançará seu objetivo ao fim de

a) 67 semanas
b) 68 semanas
c) 69 semanas
d) 70 semanas
e) 71 semanas

Construa o gráfico desta função no papel quadriculado e responda:

a) Que tipo de função é essa? Crescente ou decrescente?
b) Se seguir nessa dieta, quando a pessoa em questão irá emagrecer 20 kg?
c) Se a dieta fosse para emagrecer apenas 100 gramas por semana, como seria o gráfico dessa semana? Qual coeficiente foi alterado neste caso?

Avaliação:

Reconhecendo a etapa de avaliação como de vital importância para o processo ensino-aprendizagem, e de suma importância na fundamentação da boa execução do plano de trabalho, observamos que esta etapa deve não apenas envolver o conhecimento demonstrado pelo aluno na execução de um exame, mas todas as condições variantes envolvidas no processo de implementação do plano. Assim, entendemos que a avaliação deve ser tão abrangente quanto possa ser possível, de modo que professor e aluno se integrem nela conjuntamente. Observando o quanto, como, o que (e porque) se pode alcançar no desenvolvimento das competências relacionadas ao tema proposto.

Ao longo da implementação deste plano de trabalho, as atividades propostas devem ser executadas em dupla, o que exige a organização de etapas e responsabilidades na execução da atividade; há ainda uma proposta de debate de modo a incentivar a interpretação dos dados apresentados pelos gráficos. O intuito dessas discussões é justamente de construir (e posteriormente refinar) as informações e argumentos em questão, e deverão ser levadas em conta na avaliação das atividades.

Além de também utilizar o relatório proposto ao cabo dos exercícios realizados ao longo da atividade 2 como instrumento efetivo de avaliação, cabe ressaltar que as habilidades e competências a serem desenvolvidas ao longo da implementação de todo o plano de trabalho, como dito ainda na introdução, são avaliadas no âmbito da execução das tarefas (individualmente e coletivamente).

Propõe-se ainda, com base nas atividades propostas no plano, um pequeno exame escrito, com algumas questões com temas relacionados ao SAERJINHO, como maneira de preparação para esta avaliação, o que constituiria avaliação auxiliar, embora também se torne mais uma oportunidade de construção de conhecimento para o aluno, a ser realizadas individualmente, ao longo de 50 minutos. Assim, o professor poderá avaliar reação do aluno na aplicação do conhecimento construído em uma avaliação diagnóstica padrão.

Apêndice – Folha de avaliação:

1ª Questão: Em 1998, um paciente pagou $ 300,00 por um dia em um quarto de hospital semiprivativo e $ 1.500,00 por uma operação de apêndice. Expresse o total pago pela cirurgia como função do número de dias em que o paciente ficou internado.

2ª Questão: Um fabricante usa como política de vendas, colocar seu produto ao início de janeiro ao preço **p** e aumentar mensalmente esse preço em R$ 3,00. Em 1 de setembro esse preço passou a R$ 54,00. Nestas condições determine:
a. O preço inicial em janeiro
b. Qual será o preço em dezembro

3ª Questão: O valor de um carro novo é de R$9.000,00 e, com 4 anos de uso, é de R$4.000,00. Supondo que o preço caia com o tempo, segundo uma linha reta, o valor de um carro com 1 ano de uso é:
a) R$8.250,00 b) R$8.000,00 c) R$7.750,00
d) R$7.500,00 e) R$7.000,00

4ª Questão: Dada a função f(x) = – x+2, construa o gráfico desta função, e responda:

a) Ela corta o eixo x em que ponto?

b) Ela corta o eixo x em que ponto?

c) Para que valores ela é positiva?

d) Para que valores ela é negativa?

e) Ela é crescente ou decrescente?

Bibliografia:

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática – Volume único*. São Paulo: Ática, 2010.

DANTE, Luiz Roberto.*Projeto Teláris –9º ano.* São Paulo: Ática, 2012.

IEZZI, Gelson e MURAKAMI, Carlos. *Fundamentos de matemática elementar, vol. 1.* São Paulo: Atual, 2004.

IEZZI, Gelson, DOLCE, Osvaldo e MACHADO, Antonio. *Matemática e Realidade – 9º ano*. São Paulo: Atual, 2009.

MONTEIRO, Alexandrina e JUNIOR, Geraldo Pompeu. *A Matemática e os Temas Transversais*. São Paulo: Moderna, 2001.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO. *Saerjinho 2012 – Matriz de Referência*. Rio de Janeiro, 2012.