



Embrulhando uma Esfera!

Dinâmica 6

2ª Série | 4º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	2ª do Ensino Médio	Geométrico.	Geometria Espacial: Esferas.

Aluno

PRIMEIRA ETAPA COMPARTILHAR IDEIAS

ATIVIDADE • PARECE, MAS NÃO É!

Parecido ou semelhante? O que você acha?

Considere três garrafas de refrigerante de tamanhos diferentes e da mesma marca.

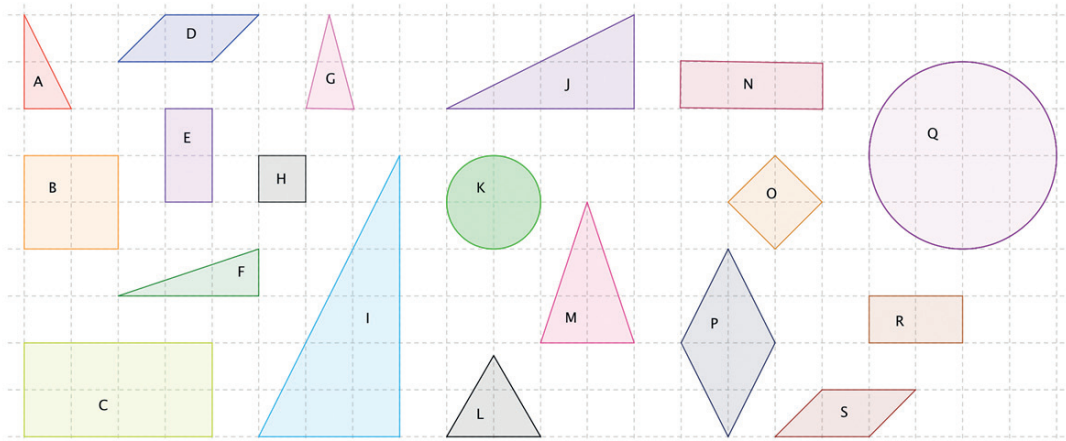


Quando ouvimos a expressão “figuras semelhantes” podemos pensar em figuras que se assemelham, ou seja, figuras parecidas, de mesma aparência. No entanto, matematicamente figuras semelhantes são aquelas que têm a mesma forma, mas não necessariamente o mesmo tamanho. E é por isso que podemos associar a ideia de figuras semelhantes a ampliações ou reduções.

1. E aí? As três garrafas são semelhantes?

Discuta com seus colegas e explique por que vocês fizeram tal afirmação.

2. Seu grupo recebeu de seu professor uma folha com formas geométricas em uma malha retangular, como na figura a seguir. Vocês devem recortar cada uma dessas figuras.



3. Separe os círculos.

Eles são semelhantes?

Imagine um outro círculo com raio bem pequenino e outro com raio bem grande. Eles são semelhantes aos círculos que você recortou?

- 4. Separe agora os quadriláteros.
 - a. Agrupe os semelhantes.
Indique os grupos formados.

- b. Algum quadrilátero ficou sem grupo?

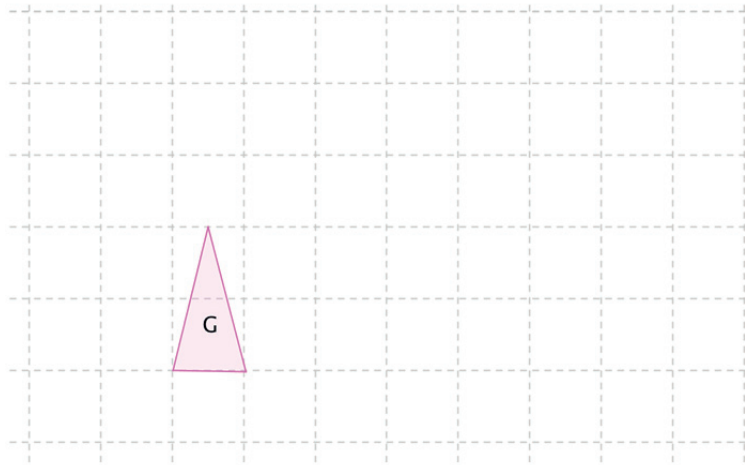
- c. Pegue um quadrado e um retângulo e observe-os atentamente.

Levando em conta essa observação, podemos garantir que dois polígonos são semelhantes se seus ângulos correspondentes são congruentes?

- 5. Agora separe os triângulos.
 - a. Agrupe os semelhantes.
Quais os grupos que você obteve?

- b. Quais triângulos não foram agrupados?

- c. Desenhe um triângulo semelhante ao triângulo G, cuja medida da base seja de duas unidades.



SEGUNDA ETAPA

UM NOVO OLHAR

ATIVIDADE • EMBRULHANDO UMA BOLA!

Você já tentou embrulhar uma bola para presente?

Não é uma tarefa simples, certo?

O desafio aqui proposto é que você e seus colegas façam um “embrulho” de uma bola, cobrindo sua superfície toda e utilizando o mínimo de papel.

A única regra que deve ser seguida é que toda a superfície da bola seja coberta pelo papel.

Siga os passos indicados a seguir e use sua criatividade!

1. Seu professor entregou para o seu grupo uma bola e papel para que ela seja embrulhada. Faça o embrulho tentando utilizar o mínimo de papel.
2. E aí? Foi fácil? Seu grupo conseguiu cobrir a esfera perfeitamente?

3. E se o objeto a ser “embrulhado” fosse uma caixa de sapato? Seria mais fácil? Ou melhor, seria possível?

Lembre-se: esse “embrulho” não é como os de presente, ele é apenas para cobrir a caixa.

4. Levando em consideração a experiência realizada, troque ideias com seus colegas e decidam se é ou não possível cortar um papel do tamanho exato de uma esfera.

TERCEIRA ETAPA

FIQUE POR DENTRO!

ATIVIDADE • DE π EM π !

Na etapa anterior, você e seus colegas buscaram uma aproximação para a superfície de uma bola. Poderíamos considerar, então, que a medida da área de uma superfície esférica é dada pela área do papel utilizado para “embrulhá-la”, desde que esse fosse o mínimo possível. Como vimos, na prática, isso é difícil. Na verdade, é impossível!

A partir de cálculos matemáticos mais avançados, é possível determinar que a medida da área de uma superfície esférica é dada por

$$A = 4\pi r^2$$

onde r é seu raio.

Nesta etapa, você e seus colegas devem preencher uma tabela e responder a algumas perguntas. Vamos lá?

1. Preencha a tabela a seguir com as medidas das áreas das superfícies esféricas, considerando a fórmula $A = 4\pi r^2$.

Raio (em cm)	Área da superfície esférica (em cm ²)
$\frac{1}{2}$	$4\pi r^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 4\pi \cdot \frac{1}{4} = \pi$
1	
2	
$\frac{5}{2}$	
3	
4	

2. Observando os valores obtidos anteriormente, você e seus colegas devem chegar a uma importante relação. Para isso, observem a tabela a seguir.

Relação entre os raios		Relação entre as áreas	
$r = 1$	$r = 2$	$S = 4\pi$	$S = 16\pi$
2 vezes		4 vezes	
$r = 1$	$r = 3$	$S = 4\pi$	$S = 36\pi$
3 vezes		9 vezes	
$r = 2$	$r = 4$	$S = 16\pi$	$S = 64\pi$
2 vezes		4 vezes	
$r = 1$	$r = \frac{1}{2}$	$S = 4\pi$	$S = \pi$
metade		quarta parte	
$r = 1$	$r = 4$	$S = 4\pi$	$S = 64\pi$
4 vezes		16 vezes	

a. Você percebe alguma relação? Qual?

b. E se a razão entre os raios for igual a 10, qual é a razão entre as superfícies esféricas?

3. Agora, você e seus colegas devem determinar o raio da esfera conhecendo a medida da área da sua superfície.

a. Qual é o raio da esfera cuja superfície tem a área igual a $256\pi \text{ cm}^2$?

b. Qual é o raio da esfera cuja superfície tem a área igual a $169\pi \text{ cm}^2$?

QUARTA ETAPA

QUIZ

Considerando o Planeta Terra como uma esfera de raio 6 371 km, qual é a área superficial da Terra?

- a. $50\,968\pi \text{ Km}^2$
- b. $25\,484\pi \text{ Km}^2$
- c. $40\,589\,641\pi \text{ Km}^2$
- d. $162\,358\,564\pi \text{ Km}^2$
- e. $649\,434\,256\pi \text{ Km}^2$

QUINTA ETAPA

ANÁLISE DAS RESPOSTAS DO QUIZ



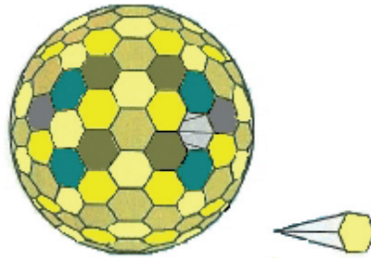
ETAPA FLEX

PARA SABER +

Área da superfície esférica

Na etapa 2 dessa dinâmica, discutimos um pouco sobre aproximações da superfície de uma bola. Fazendo o mesmo para uma superfície esférica, podemos imaginar vários pedacinhos de papel justapostos, cobrindo toda a superfície. Quanto menores esses pedaços de papel, melhor a aproximação obtida.

De forma análoga, podemos imaginar uma aproximação da esfera por várias pirâmides, cujos vértices são o centro da esfera e cujas alturas têm a medida do raio, e de maneira que as bases de todas as pirâmides juntas cubram a superfície esférica, conforme indica a figura a seguir.



Deste modo, o volume da esfera se aproxima da soma dos volumes de todas as pirâmides utilizadas, enquanto a medida da superfície da esfera é aproximadamente igual à soma das áreas de todas as bases das pirâmides. Como o volume de uma pirâmide é dado por $V = \frac{1}{3}Bh$, onde B é a área da base e h é a altura da pirâmide, podemos escrever uma aproximação para o volume da esfera como

$$\frac{1}{3}B_1 \cdot r + \frac{1}{3}B_2 \cdot r + \frac{1}{3}B_3 \cdot r + \dots + \frac{1}{3}B_n \cdot r \quad (1)$$

Onde $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$, são as medidas das áreas das bases das pirâmides.

Colocando o termo $\frac{1}{3} \cdot r$ em evidência, temos:

$$\frac{1}{3} \cdot r(B_1 + B_2 + B_3 + \dots + B_n) \quad (2)$$

Por outro lado, sabemos que o volume da esfera é dado por

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \quad (3)$$

De (2) e (3) temos:

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cong \frac{1}{3} \cdot r (B_1 + B_2 + B_3 + \dots + B_n) \quad (4)$$

Observando que a área da superfície esférica, A_{esfera} , é aproximada pela soma das áreas de todas as bases das pirâmides, isto é, $B_1 + B_2 + B_3 + \dots + B_n \cong A_{\text{esfera}}$, concluímos que $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{1}{3} \cdot r \cdot A_{\text{esfera}}$ (5)

Deste modo, simplificando a equação acima, é possível escrever:

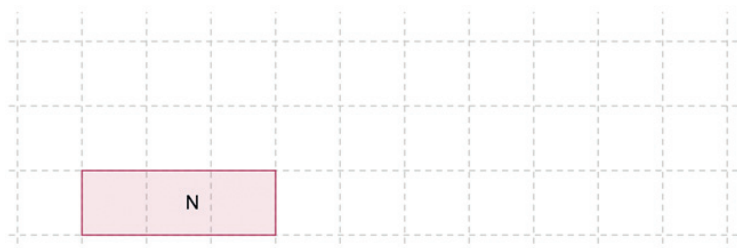
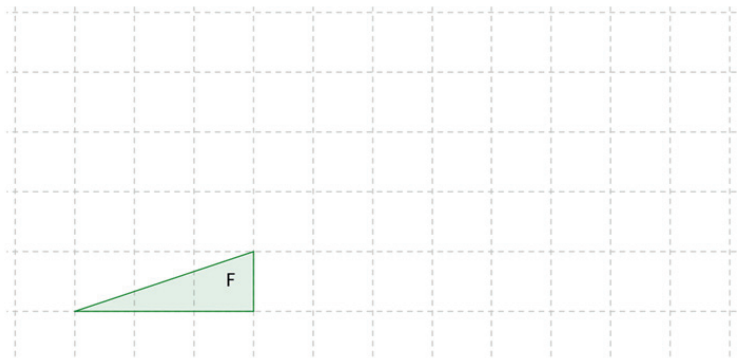
$$A_{\text{esfera}} = 4\pi r^2 \quad (6)$$

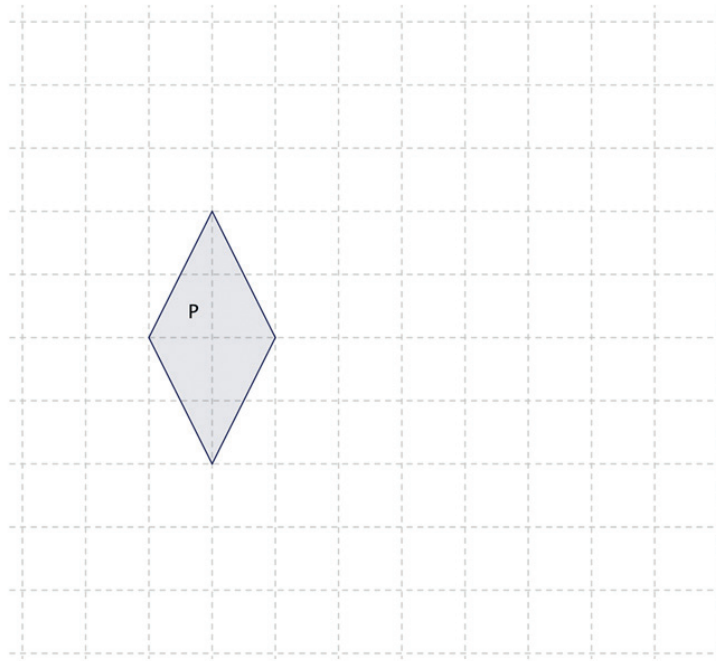
Sendo $4\pi r^2$ a fórmula que nos permite calcular a medida da área da superfície esférica de raio r .

AGORA É COM VOCÊ!

1. Na malha quadriculada a seguir, desenhe polígonos F' , N' e P' , semelhantes aos representados pelas letras F , N e P , respectivamente, com razão de semelhança igual a 2.

Dica: Se o lado de uma figura mede 6 e o lado correspondente da figura semelhante mede 12, então a razão de semelhança é 2.





2. Uma laranja tem a forma de uma esfera, cujo diâmetro mede 8 cm. Então, a área aproximada da casca dessa laranja é: (Faça $\pi \cong 3,14$.)

3. Determine a área da superfície esférica de uma esfera de raio 10 cm.
