FUNDAÇÃO CECIERJ/CONSÓRCIO CEDERJ

FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

1º SÉRIE – 2º BIMESTRE/2014

PLANO DE TRABALHO 2

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Por: William Duarte de Carvalho

Tutor: Rodolfo Gregório

Grupo 01

Rio de Janeiro

2014

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Ao longo desse plano de trabalho iremos apresentar o tema razões trigonométricas no triângulo retângulo. As atividades serão desenvolvidas de modo a aprimorar os conceitos estudados em séries anteriores. É importante que as definições sobre triângulos estejam bem claras para os alunos, por isso a primeira atividade será uma revisão sobre o teorema de Pitágoras e os triângulos retângulos.

A segunda atividade desenvolve o conceito da trigonometria no triângulo retângulo usando por base um roteiro a ser desenvolvido no software Geogebra. Nessa atividade, conceituaremos através do roteiro as principais razões trigonométricas no triângulo retângulo. A terceira atividade pretende destacar as principais razões trigonométricas e destacar o estudo dos ângulos notáveis. Definir leis dos senos e cossenos é o principal objetivo da quarta atividade.

O conhecimento prévio sobre relações métricas no triângulo retângulo, semelhança de triângulos e o teorema de Pitágoras facilitará o estudo sobre os temas propostos neste plano. Em algumas das atividades o uso de softwares como o Geogebra e do data show facilitarão a abordagem e compreensão do tema, além de enriquecer as aulas. Em virtude da dificuldade de finalizar o conteúdo já que esse bimestre está bem curto, nenhum roteiro será utilizado por enquanto. O roteiro 4 pode vir a ser utilizado dependendo dos tempos disponíveis. Trata-se de uma aplicação bastante interessante do assunto estudado.

DESENVOLVIMENTO

Serão apresentadas a seguir algumas das atividades propostas para a sala de aula:

Atividade 1:

Habilidade: Resolver problemas significativos que envolvam triângulos retângulos.

Objetivos: Aprimorar o conteúdo teorema de Pitágoras; Classificar os lados de um triângulo;

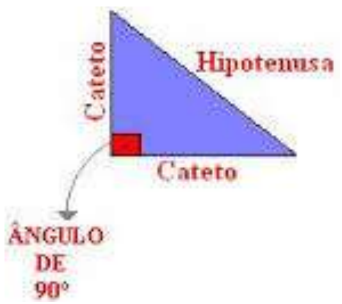
Pré-requisitos: Semelhança de triângulos;

Recursos utilizados: Quadro negro e caderno

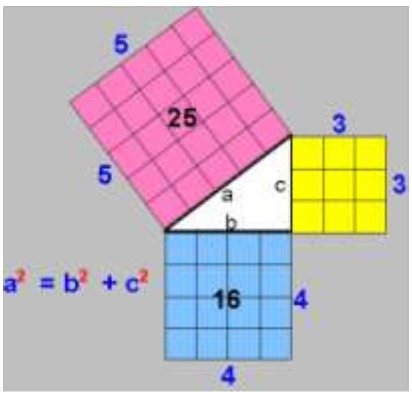
Tempo de duração: 100 minutos (2 aulas)

Metodologia:

Essa primeira atividade pretende caracterizar os triângulos retângulos e aplicar o teorema de Pitágoras nestes triângulos. Para isso pretende-se através da análise de um triângulo apresentado no quadro negro definir o teorema e identificar os seus lados.



Além de defini-lo vamos demonstrá-lo geometricamente:

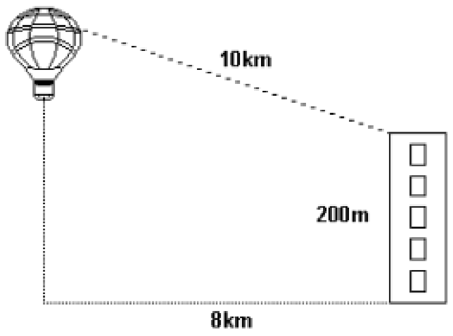


Após essas abordagens e alguns exemplos os alunos farão alguns exercícios breves para fixar o teorema.

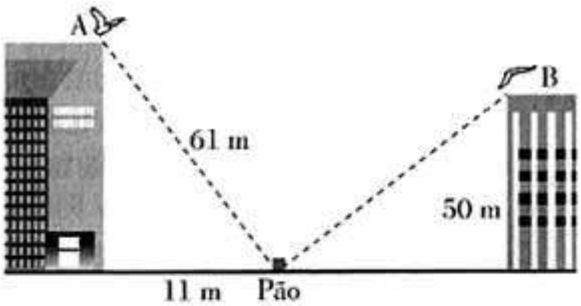
Exercícios:

1. Os lados de um triângulo ABC medem 10cm, 24cm e 26cm. Você pode afirmar que esse triângulo é retângulo?
2. Um terreno triangular tem frentes de 12m e 16m em duas ruas que formam um ângulo de 90º. Quanto mede o terceiro lado desse terreno?
3. O perímetro de um quadrado é 20 cm. Determine sua diagonal.
4. **(Uflavras 2000)** Qual deve ser a altitude do balão para que sua distância ao topo do prédio seja de 10 km?

   a) 6 km
   b) 6.200 m
   c) 11.200 m
   d) 4 km
   e) 5 km



5. Nos telhados de dois edifícios encontram-se duas pombas.



É atirado um pouco de pão para o chão: ambas as pombas se lançam sobre o pão à mesma velocidade e ambas chegam no mesmo instante junto do pão.

a) A que distância do edifício B caiu o pão?
b) Qual a altura do edifício A?

Atividade 2:

Habilidade: Utilizar as razões trigonométricas para calcular o valor do seno, cosseno e tangente.

Objetivo: Definir as principais razões trigonométricas

Pré- requisitos: Proporção

Recursos utilizados:

Data show, Geogebra.

Tempo de duração: 150 minutos (3 aulas)

Metodologia:

A segunda atividade irá introduzir as relações trigonométricas com o uso do Geogebra. Serão duas propostas e seus roteiros estão disponibilizados a seguir:

1) Abrir o software GeoGebra.

2) Criar um seletor de intervalo 1 a 10.

3) Criar outro seletor para o ângulo de intervalo 1° a 89°.

4) Clicar no ícone Segmento com comprimento fixo, digitar a letra “a” no seletor e aplicar.

5) Clicar em Ângulo com amplitude fixa no B e no A, digitar “?” no seletor e aplicar.

6) Traçar uma perpendicular passando por B.

7) Traçar uma “reta passando por dois pontos” (no A e no B’).

8) Fazer a intersecção entre as retas para criar o ponto C.

9) Com o ícone Polígono, desenhar o triângulo retângulo.

10) Excluir as retas, as letras, os pontos que sobram, deixando apenas os pontos A, B, C, clicando com o botão direito do mouse sobre o que se quer esconder (rótulo e objeto).

11) Com o ícone Ângulo, medir o ângulo ACB.

12) Com o ícone Distância, colocar as medidas dos três lados do triângulo.

Proposta 1

a) Com o ícone Mover no primeiro seletor, movimente livremente e analise o que acontece.

b) Com o ícone Mover no segundo seletor, movimente livremente e analise o que acontece.

c) Deixe o triângulo com as medidas de 20° e 70°.

d) Usando a calculadora, encontre a razão entre os segmentos: BC e AC; AB e AC; BC e AB, anotando os resultados.

e) Movimente o primeiro seletor (a) encontrando um triângulo semelhante, com medidas maiores e repita os cálculos entre os segmentos.

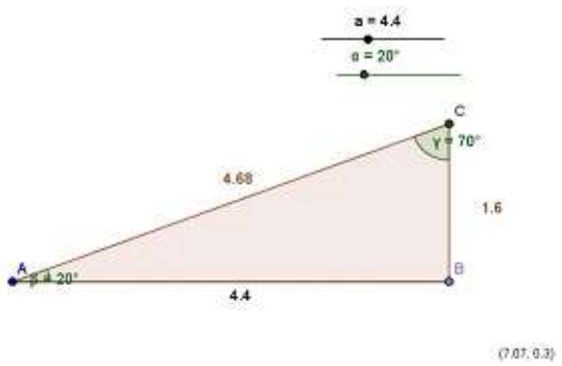
f) Repita o procedimento tantas vezes quantas forem necessárias.

g) Movimente o segundo seletor (do ângulo) e deixe na medida de 30º, repetindo as operações entre os segmentos. Mude o tamanho dos lados e repita a operação.

h) Realizar esse procedimento com vários ângulos e tamanhos de triângulos.

i) O que podemos perceber?

Os alunos deverão perceber que não importa o tamanho dos lados, desde que o ângulo permaneça o mesmo, as razões serão iguais.



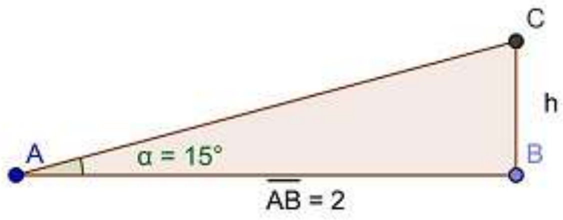
A partir dessa experiência, nomear as razões entre os catetos e a hipotenusa, apresentando o seno como a razão entre o cateto oposto ao ângulo pela hipotenusa; o cosseno, como a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa; e a tangente, como a razão entre o cateto oposto e o adjacente; e ainda, a tabela trigonométrica.

Mostrar que os resultados obtidos pelos alunos já foram encontrados há muito tempo, com a finalidade de resolver problemas práticos relacionados à navegação e à Astronomia, e até hoje são utilizados, principalmente, por astrônomos e agrimensores, para medir distâncias muito grandes ou de difícil acesso, como medir largura de um rio, altura de uma montanha, etc.

Proposta 2

Resolver o problema: Um avião decola do aeroporto (A) e sobe segundo um ângulo constante de 15º com a horizontal. Na direção do percurso do avião, a 2 Km do aeroporto, existe uma torre retransmissora de televisão de 40 m de altura. Verifique se existe a possibilidade de o avião se chocar com a torre. (Nesse caso, ele deveria desviar-se da rota)

Resolução



Procedimento

a) Traçar um segmento de reta com comprimento fixo e colocar medida 2 (representando 2 Km).

b) Clicar em Ângulo com amplitude fixa do B para A e colocar 15º.

c) Traçar a semirreta passando por dois pontos, A e B'.

d) Traçar uma perpendicular passando por B.

e) Fazer a intersecção entre a perpendicular e a semirreta para encontrar o ponto C.

f) Desenhar o triângulo pelos pontos A, B, C.

g) Excluir, com o botão direito do mouse, os rótulos e os objetos, deixando apenas o triângulo ABC.

h) Medir o segmento AB (2).

i) Inserir texto para representar a altura BC (h).

Tendo o desenho pronto, questionar para descobrir qual das três razões deverá ser usada para descobrir a medida h da altura. (no caso a tangente)

Procurar na tabela o valor da tangente de 15º (0,27) e efetuar o cálculo:

tg 15º = h/2

0,27 = h/2

h = 540 m

Verificar no desenho, medindo o segmento BC (0,54)

Portanto, o avião poderá seguir sua rota, pois não vai se chocar com a torre.

Atividade 3:

Habilidade: Utilizar as razões trigonométricas para calcular o valor do seno, cosseno e tangente, dos ângulos de 30°, 45° e 60°

Objetivos: Resolver problemas significativos que envolvam razões trigonometrias; Fixar a tabela trigonométrica dos ângulos notáveis.

Pré-requisitos: Razões trigonométricas; proporção.

Tempo de duração: 150 minutos (3 aulas)

Recursos utilizados: Quadro negro, data show e caderno.

Metodologia:

Nesta atividade, dando sequência ao tema, aprofundaremos as relações trigonométricas, destacando os ângulos notáveis.

$$Seno = \frac{\text{cateto oposto}}{hipotenusa}$$

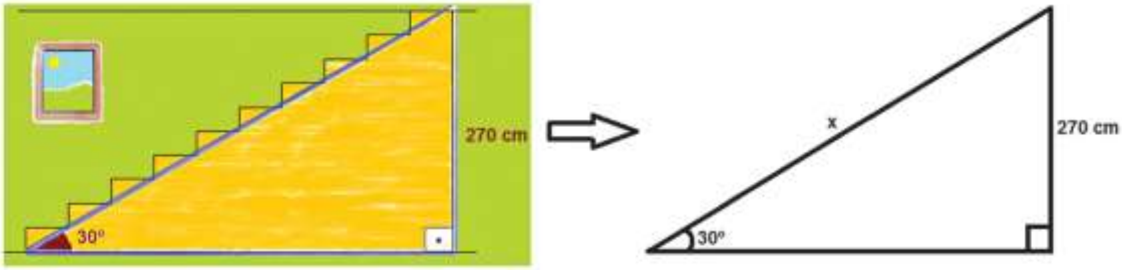
$$Cosseno = \frac{\text{cateto adjacente}}{hipotenusa}$$

$$Tangente = \frac{\text{cateto oposto}}{cateto\ adjacente}$$

A situação abaixo será apresentada a turma e os meios para resolve-la serão apontados pelos alunos.

A escada da casa de Bruno deveria ter uma inclinação de 30º em relação ao solo e o pé direito da casa (a altura entre os andares da casa) era de 270 cm. Qual deveria ser a medida da escada da casa de Bruno?

Sendo assim, temos a seguinte figura:



Para calcular qual deve ser a medida da escada podemos utilizar a relação seno que é a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa. Sabendo que o sen 30° = 1/2, temos:

$$\frac{cateto\ oposto}{hipotenusa} = \frac{270}{x}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{270}{x}$$

$$x = 270 \,.\, 2$$

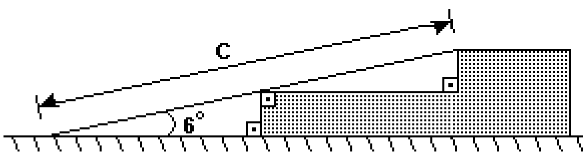
$$x = 540\ cm$$

Após esse exemplo, realizaremos alguns exercícios para fixar o assunto.

1. O acesso a um edifício é feito por uma escada de dois degraus, sendo que cada um tem 16 cm de altura. Para atender portadores de necessidades especiais, foi construída uma rampa. Respeitando a legislação em vigor, a rampa deve formar, com o solo, um ângulo de 6°, conforme figura.

Qual a medida **c** do comprimento da rampa?

Dados
sen 6° = 0,10
cos 6° = 0,99

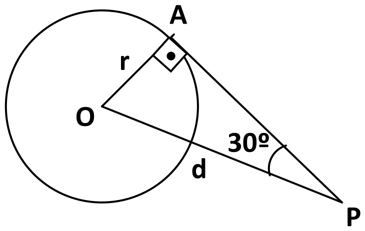


Para resolver as questões de 2 a 4, utilize as informações da tabela abaixo.

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

2. Na figura temos PA = 24 cm.

Determine o comprimento do raio OA da circunferência.



3. Uma rampa lisa forma com o solo um ângulo de 45°. Sua altura é de 25 m. Determine a altura dessa rampa.

4. (UEMG) Na figura a seguir, um fazendeiro *F* dista 600 m da base da montanha (ponto *B*). A medida do ângulo AFB é igual a 30º.Ao calcular a altura da montanha, em metros, o fazendeiro encontrou a medida correspondente a:

a) $200\sqrt{3}$
b) $100\sqrt{2}$
c) $150\sqrt{3}$
d) $250\sqrt{2}$

Atividade 4:

Habilidade: Utilizar os teoremas do seno e do cosseno para resolver problemas significativos.

Objetivos: Definir as leis do seno e cosseno; Aplicar essas leis em triângulos quaisquer

Pré-requisitos: Razões trigonométricas no triângulo retângulo; ângulos notáveis

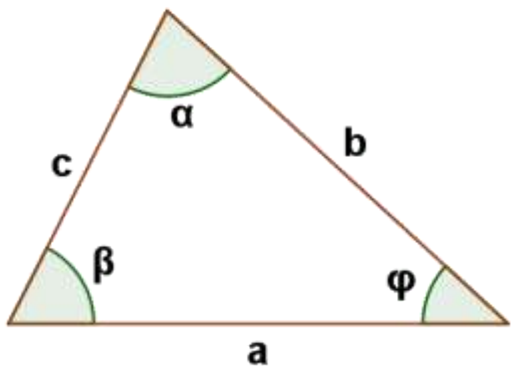
Tempo de duração: 150 minutos (3 aulas)

Recursos utilizados: Data show, quadro negro e caderno

Metodologia:

Essa última atividade visa a utilização das leis dos senos e cossenos em triângulos quaisquer. Para começar, as definições sobre tais leis serão apresentadas de forma expositiva no quadro negro e alguns exemplos serão abordados contando com a participação cooperativa dos alunos.

Lei dos cossenos

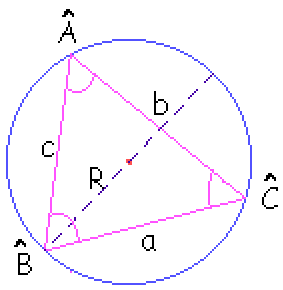


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos\beta$$

$$c^2 + a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos\varphi$$

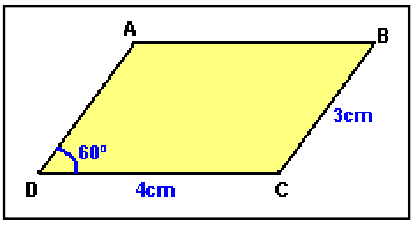
Lei dos senos



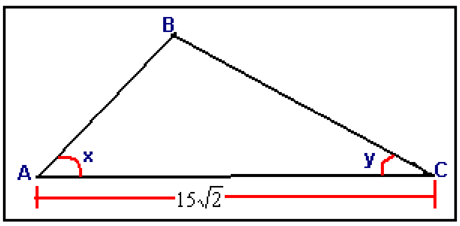
$$\frac{a}{\text{sen}\hat{A}} = \frac{b}{\text{sen}\hat{B}} = \frac{c}{\text{sen}\hat{C}} = 2R$$

Exemplos:

1. No paralelogramo desenhado abaixo, obtenha a medida da diagonal maior.



2. No triângulo da figura, **x** = 30°, **y** = 15° e AC mede $15\sqrt{2}$. Calcule o lado BC.



Exercícios

1. Considere um triângulo cujos lados medem 5cm, 6cm e 9cm. Qual a área de um quadrado cujo lado é a mediana relativa ao maior lado do triângulo considerado em centímetros quadrados?

2. Uma certa propriedade rural tem o formato de um trapézio como na figura. As bases WZ e XY do trapézio medem 9,4 km e 5,7 km, respectivamente, e o lado YZ margeia um rio. Se o ângulo XYZ é o dobro do ângulo XWZ, a medida, em km, do lado YZ que fica à margem do rio é:

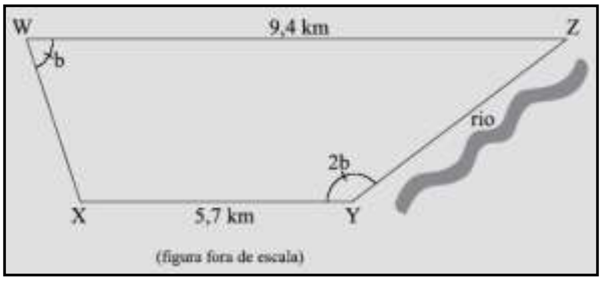
(A) 7,5.

(B) 5,7.

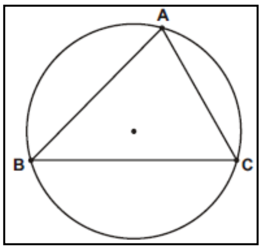
(C) 4,7.

(D) 4,3.

(E) 3,7.



3. Na figura mostrada, os ângulos A e B medem, respectivamente, 75º e 45º. O raio da circunferência circunscrita ao triângulo ABC mede 6cm. Determine as medidas dos lados AB e AC.



4. Dado um triângulo de lados 4 cm, 5 cm e 6 cm, determine a altura desse triângulo relativa ao maior lado.

AVALIAÇÃO

Os alunos estarão sendo avaliados em todos os momentos, principalmente durante a execução das atividades. Durante a atividade 2, que sugere a utilização do software GeoGebra, haverá também após a sequencia do roteiro proposto a possibilidade de manuseio do mesmo de modo a surgirem novas observações sobre o caso. Será atribuída uma nota pela participação e o envolvimento dos alunos (2,0 pontos)

A participação nas demais atividades também será fundamental. Ao final das atividades, os exercícios propostos para a verificação da aprendizagem serão pontuados como trabalho (1,0 pontos cada).

O Saerjnho e uma prova escrita completarão os 5,0 pontos restantes, totalizando 10,0 pontos que serão somados aos 10,0 sobre o tema função do 1º grau e dividido por dois para se obter a média bimestral.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIROS DE ACÃO – Razões trigonométricas no triângulo retângulo – Formação Continuada em Matemática. 2º Bimestre 2014. http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ Acesso em: 28/04/2014.

IEZZI, Gelson [et al]. **Matemática – Volume Único – Ensino Médio.** 5. ed. São Paulo: Atual, 2011.

BIANCHINNI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. **Matemática, volume 1: versão beta.** 2 ed. São Paulo: Moderna, 1995.

JORGE, Miguel [et al]. **Matemática para o ensino médio, volume 1**. 1 ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2009

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto & Aplicações, volume único (Ensino Médio).** São Paulo: Ed. Ática, 2010.

SEJA < http://cejarj.cecierj.edu.br/pdf_mod2/Unidade09_Mat.pdf>. Acesso em 07/05/2014

PEREIRA, Marize Cossa. Secretaria da Educação do Paraná. Introdução à trigonometria.<http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=193>.Acesso em: 13/05/2014.