FORMAÇÃO CONTINUADA PARA ROFESSORES

DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO

CECIERJ/SEEDUC-RJ

Fractais e logaritmos

Colégio: CIEP 271 José Bonifácio Tassara

Professor: Maria do Carmo Nines Rocha Lima

Matrículas: 12082848/09422296

Série: 2º ANO – ENSINO MÉDIO

Tutora: Ana Paula S. Muniz

Formação Continuada em Matemática
Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

Matemática 2º Ano - 1º Bimestre/2013

PLANO DE TRABALHO

Fractais e logaritmos

Tarefa 1- Plano de Trabalho 1

Cursista**: Maria do Carmo Nines Rocha Lima**

Tutora:Ana Paula S. Muniz

Introdução

Este plano de trabalho não pretende ser um manual para o ensino de matemática, mas uma contribuição no sentido de romper os preconceitos que a cercam. O que se deseja realmente com este trabalho é poder aplicar os conceitos, atividades e textos aqui apresentados.

Pode-se dizer que a matemática deve preocupar-se com a educação, contribuindo para a formação global do aluno, visando um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua sensibilidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação

A meta é trabalhar conceitos ligados ao estudo de fractais e logaritmos (Roteiro de ação 1), refletindo sobre o cotidiano para que possamos dominar o conteúdo em si, motivando com isso o entendimento do mesmo. É importante propor atividades que envolvam o conteúdo, apresentando atividades para que a aprendizagem aconteça de forma concreta, auxiliando o aluno a obter um bom entendimento dos estudos.

Desenvolvimento

Fractais e logaritmos

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Fractais e logaritmos

Objetivos: Desenvolver as habilidades relacionadas às operações com o conteúdo citado.

Pré-requisitos: Potenciação
Material necessário: Folha de atividades, régua, tesoura, lápis de cor ou caneta hidrográfica .
Organização da classe: Turma disposta em duplas de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

Descritores associados: H34 – Efetuar operações utilizando as propriedades operatórias do logaritmo.

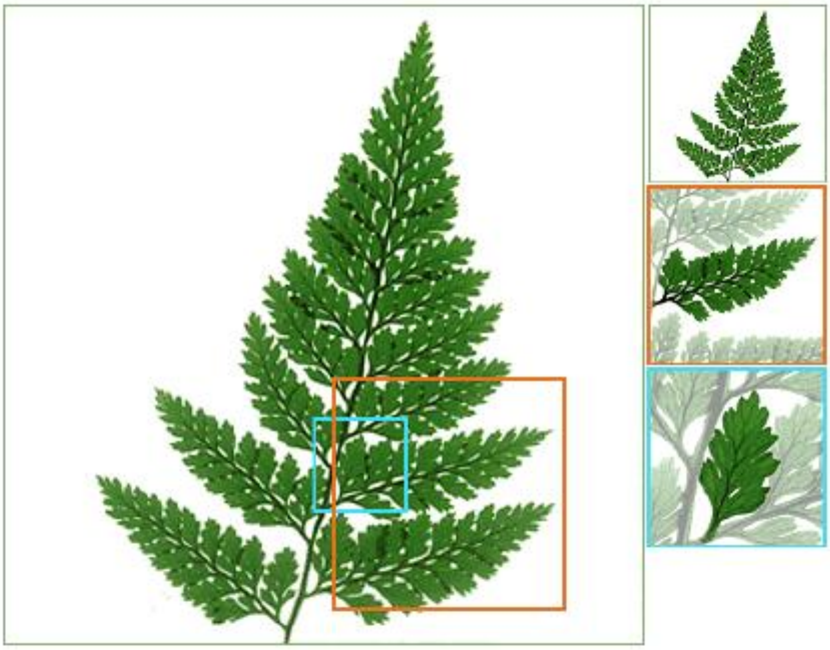
O objetivo deste plano de trabalho é trazer algumas reflexões sobre o ensino de fractais e logaritmos, onde seu papel será um meio facilitador para a estruturação e o desenvolvimento do pensamento do aluno(a), e para a formação básica de sua cidadania. É importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares.

É necessário incluir uma variedade suficiente de exemplos de fractais e logaritmos a fim de ampliar a experiência dos alunos e destacando os aspectos relevantes , construindo exemplos de forma que os alunos desenvolvam a sua compreensão a respeito do tema. Para tal, o ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios

ATIVIDADE 1

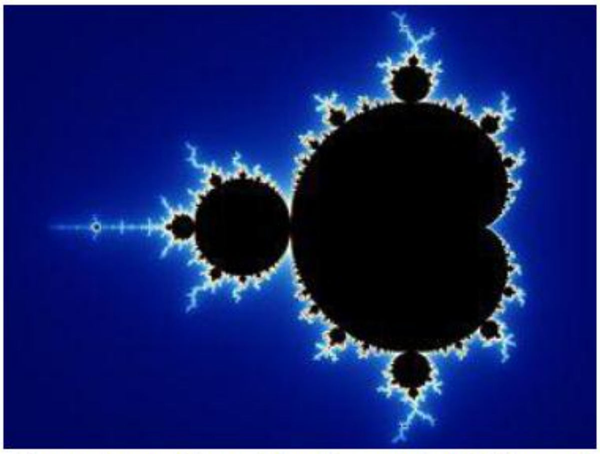
A principal característica de um fractal é a autos semelhança, ou seja, cada parte de um objeto carrega em si a mesma estrutura do objeto inteiro, de maneira que podemos obter o objeto inteiro a partir da ampliação de uma de suas partes.

Um belo exemplo que poderia expressar a ideia de autos semelhança é o de uma samambaia. Observe a estrutura de uma folha de samambaia na figura abaixo.



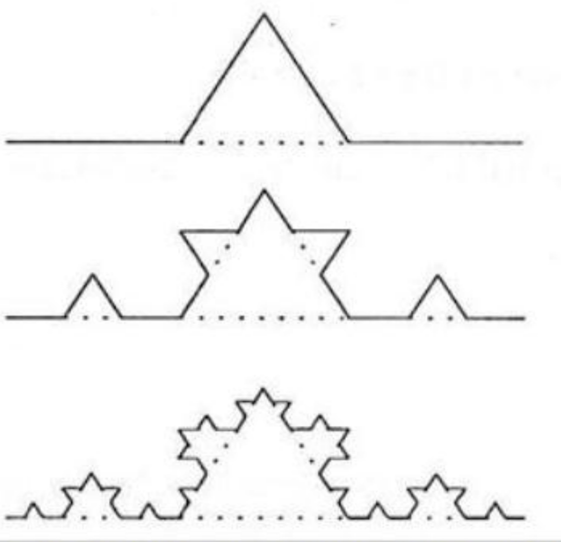
Fonte:
http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm43/exempl_f.htm

Observe agora a bela imagem a seguir. Ela é chamada *Conjunto de Mandelbrot*. Repare que, ao olharmos para uma pequena parte da figura, temos a nítida impressão de que estamos olhando para a figura inteira.



Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Fractal

Podemos também criar fractais por meio da repetição de procedimentos. A *Curva de Koch*, por exemplo, é obtida a partir de um segmento de reta que deve ser dividido em três partes iguais, de maneira que, o segmento central seja substituído por um triângulo equilátero sem a base. Repetindo esse processo com os segmentos restantes, produzimos, então, a *Curva de Koch.*



Fonte: http://www.cap.ufrgs.br/matweb/abordagem%20fractais.html

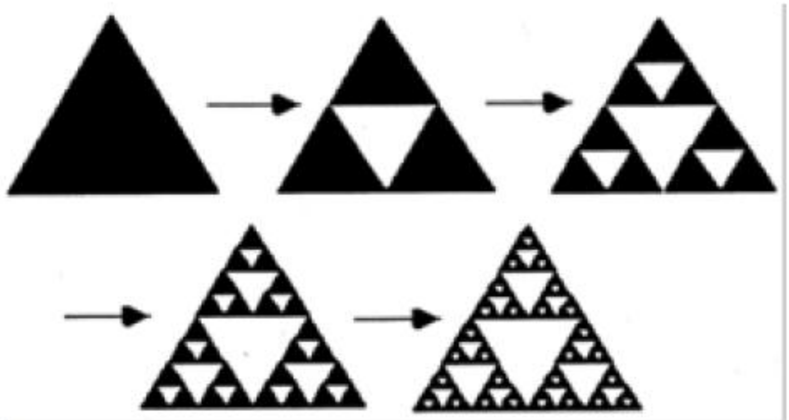
Um fractal bastante conhecido é o Triângulo de Sierpinsky. Ele é obtido a partir de um triângulo equilátero e após sucessivas repetições dos passos descritos abaixo.

1) Obtenha o ponto médio de cada um dos lados do triângulo equilátero disponibilizado pelo seu professor.

2) Trace segmentos de reta unindo os pontos médios, obtendo quatro triângulos equiláteros.

3) Com o auxílio da tesoura, recorte o triângulo central.

4) Note que, ao retirarmos o triângulo central, temos agora três novos triângulos. Repita os passos anteriores com os triângulos restantes e obtenha o Triângulo de Sierpinsky em vários estágios, conforme podemos ver na figura abaixo.



Fonte: http://www.cap.ufrgs.br/matweb/abordagem%20fractais.html

5) Agora é com você! Vamos fazer uma pequena investigação e descobrir o número de triângulos no Triângulo de Sierpinsky a cada iteração. Para tal, preencha a tabela abaixo:

Iteração	0	1	2	3	4	5	6
Número de Triângulos	1	3	9				

6) Você seria capaz de escrever uma fórmula que relacione o número de triângulos na n-ésima iteração?

Professor, caso seus alunos tenham dificuldades em preencher a tabela, intervenha de forma que o aluno perceba que o número de triângulos é expresso por uma sequência de potências de 3, como mostra a tabela a seguir.

Iteração	0	1	2	3	4	5	6
Número de Triângulos	1	3	9	27	81	243	729

Dessa forma, espera-se que o aluno relacione o número de triângulos com a interação n por meio da expressão $Número\ de\ Triângulos = 3^n$.

Atividade

A brilhante ideia de Stifel consiste na organização de uma tabela que associa duas sequências numéricas. Vamos utilizar a tabela, que construímos juntos, para entender melhor como podemos obter o resultado das multiplicações.

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049	177147	531441	1594323

7) Efetue as seguintes operações e veja se você percebe algum padrão, observando a tabela:

a) 2 187 X 27 =
b) 6 561 X 243 =
c) 177 147 ÷ 6 561 =

É importante verificar se os alunos identificam os números da primeira linha da tabela como os expoentes, quando os números correspondentes na segunda linha são escritos como potência de 3.

Os alunos deverão encontrar 5 049 como produto de 2 187 por 27 e observar, na tabela, que os números da 1ª linha correspondentes a 2 187 e 27são, respectivamente 7 e 3 e que o número correspondente a 5 049 é 10 e, ainda, que 3 + 7 = 10.

Repare que na multiplicação, por exemplo, entre 27 e 2187 o produto é 59049. Note ainda que os números correspondentes na tabela de 27 e 2187 são, respectivamente, 3 e 7, assim como 3 + 7 = 10 que é o número correspondente a 59049 na tabela.

Repare que para encontrarmos o resultado do produto de 243 e 6561, basta somar os números da primeira sequência correspondentes a 243 e 6561 (5 + 8 = 13). O resultado esperado será o número correspondente a 13 na segunda sequência.

De forma similar, os alunos deverão encontrar o resultado da divisão entre os dois números. Por exemplo, ao dividir 177 147 por 6 561, deverão encontrar 27. Observando a tabela, deverão perceber que os números da 1ª linha correspondentes a 177147 e 6 561 são, respectivamente 11 e 8 e que o número correspondente a 27 é 3 e, ainda, que 11 – 8 = 3. Resumindo, deverão perceber que

$$3^3 \times 3^7 = 3^{3+7} = 3^{10}$$

$$3^5 \times 3^8 = 3^{5+8} = 3^{13}$$

$$3^{11} \div 3^8 = 3^{11-8} = 3^3$$

8) Agora, lembrando do que você aprendeu, utilize a tabela para efetuar as seguintes multiplicações e divisões:

a) $59049 \div 6561 =$

b) $243 \times 729 =$

c) $2187 \times 81 =$

d) $531541 \div 19683 =$

O termo *logaritmos* também foi inventado por Napier e é a combinação de duas palavras gregas – *logos* e *arithmos* – a primeira significa razão e a segunda significa número.

A grande percepção de Stifel e Napier foi a observação de que o trabalho com o expoente dos números, quando escritos na forma de potência, se torna bastante simples.

Assim,

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
3^0	3^1	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6	3^7	3^8	3^9	3^{10}	3^{11}	3^{12}	3^{13}
1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049	177147	531441	1594323

Como, em nosso exemplo, a base das potências é 3, dizemos que:

- 2 é o logaritmo de 9 na base 3, ou seja, $\log_3 9 = 2$
- 5 é o logaritmo de 243 na base 3, ou seja, $\log_3 243 = 5$
- 10 é o logaritmo de 59049 na base 3, ou seja, $\log_3 59\,049 = 10$
- 13 é o logaritmo de 1594323 na base 3, ou seja, $\log_3 1\,594\,323 = 13$

9) A partir dessas informações, preencha a seguinte tabela:

$\log_3 531\,441 =$ __________	O logaritmo de 81 na base 3 é ____
O logaritmo de 177 147 na base 3 é ____	$\log_3 6\,561 =$ __________
$\log_3 729 =$ __________	O logaritmo de 3 na base 3 é ____

10) Complete a tabela logarítmica abaixo com as potências de base 2 e responda às seguintes questões:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	2	4											

a) O logaritmo de 256 na base 2 é ______
b) $512 \times 16 =$ ______
c) $\log_2 1\,024 =$ _________
d) $32 \times 256 =$ _____
e) O logaritmo de 2 048 na base 2 é ______
f) $\log_2 4\,096 =$ _________
g) $4\,096 \div 256 =$ _______

Esperamos que o aluno preencha a tabela do item 10 da seguinte forma:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1 024	2 048	4 096	8 192

Avaliação

Em uma visão inovadora, este plano de trabalho buscou contemplar a temática que venho me aprofundando em relação à fractais e logaritmos, nas buscas por constantes por mudanças na prática educativa. Pressupõe-se que o ensino eficiente exige um enorme esforço criativo, desenvolvendo a capacidade criativa dos alunos que nesse sentido se torna parecido com a inteligência , funcionando como agente estimulador de uma criatividade que está para emergir nos indivíduos..

Dentro desta perspectiva, busquei oportunizar a compreensão da matéria, com idéias, atividades e exemplos, fomentados pelas pesquisas mais recentes no ensino da Matemática.São sugestões de trabalho, destinados a estabelecer uma parceria com o conhecimento, experiência e prática efetiva em sala de aula.É uma tentativa, portanto, de primar pela construção de um educando crítico e inovador.

Esse entendimento sobre avaliação concorda com os Parâmetros Curriculares Nacionais e Matriz Saerj, buscando trabalhar o Currículo Mínimo; e se concretiza na possibilidade de que instrumentos com esse fim possibilitem a criação de novos investimentos de trabalho e a retomada de aspectos que devem ser revistos, ajustados ou reconhecidos e adequados ao processo de aprendizagem individual ou em grupo.

Referências Bibliográficas

CARVALHO, P. C. P. Introdução à Geometria Espacial. Coleção do Professor de Matemática V. 10, Rio de Janeiro: SBM, 2002.

DOLCE, O. e POMPEO, J. N. Geometria Espacial, Posição e Métrica, 5ª Ed., Coleção Fundamentos de Matemática Elementar, V. 10. São Paulo: Atual, 1998.

ELON LAGES LIMA, Medida e Forma em Geometria, Coleção do Professor de Matemática, Rio de Janeiro: SBM, 1991.

KALEFF, A. M. e REI, D. M. Varetas, canudos, arestas e sólidos geométricos, Revista do Professor de Matemática, Nº.28, Rio de Janeiro: SBM

Revista do Professor de Matemática, toda a coleção, Rio de Janeiro: SBM.

Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio./Ministério da educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica, -- Brasília: Ministério da educação, 1999.