Reforço escolar · Matemática ·

Teorema de tales e semelhança de polígonos

Dinâmica 7

9º Ano | 1º Bimestre

Professor

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	Ensino Fundamental 9ª	Geométrico	Semelhança de polígonos.

DINÂMICA	Teorema de tales e semelhança de polígonos
HABILIDADE BÁSICA	Identificar propriedades e características dos polígonos regulares.
HABILIDADE PRINCIPAL	H84 - Resolver problemas utilizando oTeorema de Tales.
CURRÍCULO MÍNIMO	Utilizar o Teorema de Tales para resolver situações do cotidiano.

GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fundação CECIERJ Consórcio cederj

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhando ideias	Polígonos-definição e propriedades.	15 a 20 min	Em grupos de 3.	Individual
2	Um novo olhar...	O famoso Teorema de Tales.	20 a 25 min	Nos mesmos grupos.	Individual
3	Fique por dentro!	Semelhança de polígonos.	10 a 15 min	Nos mesmos grupos.	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise coletiva das respostas	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica.			
	Agora, é com você!	O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor deve ler antes da aula.			

Apresentação

Caro/a professor/a, esta dinâmica foi elaborada com o intuito de destacar a importância do reconhecimento de algumas propriedades dos polígonos, apresentar o Teorema de Tales e o conceito de semelhança de polígonos a serem aplicadosnos mais variados problemascontextualizados.

Primeira Etapa

Compartilhar ideias

20 MINUTOS

Atividade · Polígonos-definição e propriedades.

Objetivo

Definir polígonos e destacar algumas propriedades e características dos polígonos regulares.

1º MOMENTO

Distribua a cada grupo de alunos o conjunto de figuras e solicite que eles dividam em dois conjuntos distintos: POLÍGONOS E NÃOPOLÍGONOS, JUSTIFICANDO suas escolhas. Os grupos devem trocar as repostas e validar as respostas uns dos outros.

Resposta

POLÍGONOS (figuras 1,3,5 e 6) - são as figuras formadas por segmentos de reta unidos por seus extremos dois a dois.

NÃOPOLÍGONOS (figuras 2 e 4) –são figuras que apresentam curvas, contrariando a definição de polígono.

2º MOMENTO:

Resposta

POLÍGONOS REGULARES	PROPRIEDADES	DIAGONAIS TRAÇADAS A PARTIR DE UM VÉRTICE	NÚMERO DE DIAGONAIS DISTINTAS
	*Triângulo-3 lados iguais, 3 ângulos agudos e iguais a 60°, possui um eixo de simetria.*	*0*	*0*
	*Quadrado- quatro lados iguais, quatro ângulos de 90°.*	*1*	*2*
	*Pentágono- quatro lados iguais e cada ângulo mede 108°.*	*2*	*5*
	*Hexágono- possui 6 lados iguais e cada ângulo interno mede 120°.*	*3*	*9*

Matemática

Recursos necessários

- Cartões no encarte do aluno.
- Régua e transferidor.

Procedimentos operacionais

A turma será dividida em grupos de 3 alunos e as repostas devem ser compartilhadas e discutidas ao final pelos grupos.

Intervenção pedagógica

Professor/a:

- *É importante auxiliá-los na construção da definição de polígonos proposta no 1º momento e a perceberem, no 2º momento, que a característica de um polígono regular é possuir os lados e os ângulos com medidas iguais.*
- *No 2º momento da atividade, caso necessário, dê dicas para que os alunos identifiquem algumas propriedades dos polígonos através de palavras-chave como ângulos internos, diagonais, medidas dos lados etc.*
- *Uma boa discussão com os grupos seria a generalização do número de diagonais traçadas a partir de um vértice (n-3), onde n é o número de lados de um polígono, o número de diagonais distintas é* $\left(\frac{n(n-3)}{2}\right)$*, a soma dos ângulos internos é ((n-2).180°). A soma dos ângulos externos de qualquer polígono convexo, independentemente da quantidade de lados, é igual a 360° e para obter cada ângulo basta dividir 360 pelo número de lados do polígono* $\left(\frac{360°}{n}\right)$*.*

Professor

Segunda Etapa

Um novo olhar...

25 MINUTOS

Matemática

Atividade • O famosoTeorema de Tales.

Objetivo

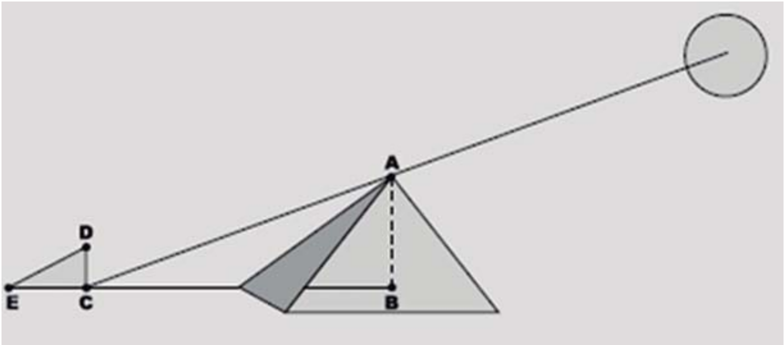
Através da recursão de um problema histórico e de medições, enunciar o Teorema de Tales.

Descrição da atividade

1º MOMENTO: Conhecendo o Desafio de Tales

Certa vez, em suas andanças pelo Egito, Tales teria sido desafiado por um faraó amedir a altura de uma de suas pirâmides. Mas havia uma condição. Ele não poderiase aproximar dela com nenhum tipo de instrumento de medida.

Para resolver o desafio, Tales utilizou a seguinte estratégia: apoiou uma estacade tamanho conhecido, 1 metro, sob a luz do Sol. Observe a figura:



O objetivo era comparar a sombra da pirâmide com aquela projetada pela estaca. Como as faces da pirâmide são inclinadas, Tales precisou fazer um ajuste. Acrescentou metade do lado da base da pirâmide à medida de sua sombra, para obter a distância até o centro da base. O passo seguinte foi estabelecer uma relação entre essas duas medidas (altura da estaca e altura da pirâmide).

A proporção pôde então ser escrita:

$$\frac{\text{altura da estaca}}{\text{medida de sombra 1}} = \frac{\text{altura da pirâmide}}{\text{medida da sombra 2}}$$

Sombra 1 - medida da sombra da estaca.

Sombra 2 - medida da sombra da pirâmide.

Como Tales conhecia a altura da estaca (1 metro) e possuía um instrumento para medir a sombra da estaca e a sombra da pirâmide, o valor desconhecido, neste caso, era a altura da pirâmide. Escrevendo a razão entre essas grandezas, ele construiu uma proporção e resolveu seu problema.

2º MOMENTO: Traçando retas paralelas e transversais

Material necessário: régua, esquadro, lápis e papel.

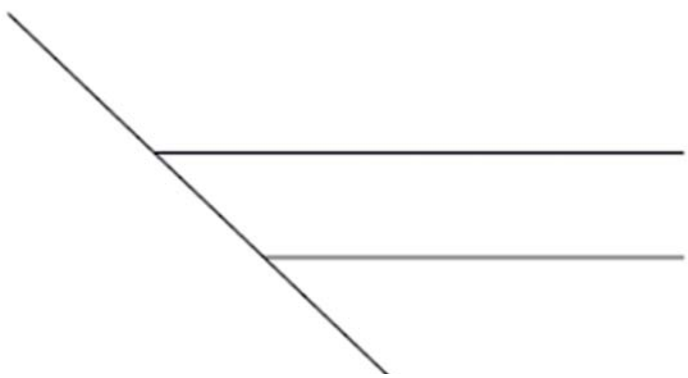
1º passo: Posicione a régua sobre o papel e desenhe um segmento de reta, de modo que ele fique na posição transversal, considerando as margens superior e inferior do papel como paralelas.

2º passo: Mantenha a régua parada. Encoste qualquer lado do esquadro na régua e marque uma semirreta a partir do segmento traçado.

3º passo: Deslize um pouco o esquadro, sempre mantendo a régua firme, e trace outra semirreta a partir do mesmo segmento inicial.

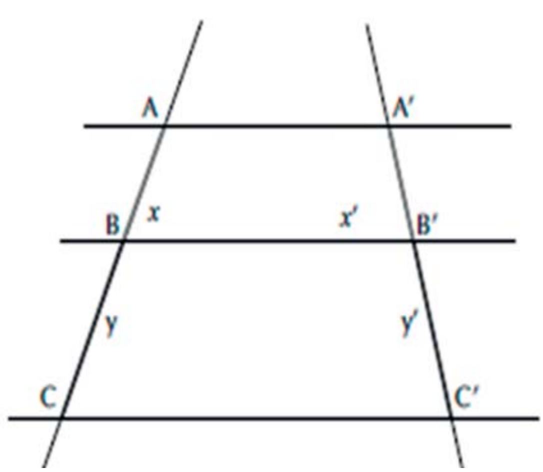
Resposta

A figura que os alunos vão obter deve ser semelhante a:



3º MOMENTO: Medições

3.1- Efetue a medição e registre as medidas dos seguintes segmentos:



Efetue a medição e registre as medidas dos seguintes segmentos:

Professor

SEGMENTO	MEDIDA
AB	
BC	
A`B`	
B`C`	

Respostas

RESPOSTAS PESSOAIS.

Agora dê a razão entre as medidas dos segmentos:

a. $\frac{AB}{BC} =$

b. $\frac{BC}{AC} =$

c. $\frac{AB}{AC} =$

d. $\frac{A`B`}{B`C`} =$

e. $\frac{B`C`}{A`C`} =$

f. $\frac{A`B`}{A`C`} =$

Resposta

RESPOSTAS PESSOAIS.

Observando as razões, você percebeu alguma particularidade entre elas?

Resposta

$$\frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{B'C'}$$
$$\frac{BC}{AC}=\frac{A'B'}{B'C'}$$
$$\frac{AB}{AC}=\frac{A'B'}{A'C'}$$

São essas relações que constituem o Teorema de Tales: "Se um feixe de retas paralelas tem duas transversais, então a razão entre dois segmentos quaisquer de uma é igual à razão entre os segmentos correspondentes na outra".

• • • • •

Recursos necessários

- Encarte do aluno.
- Régua.

Professor

Procedimentos operacionais

- *Aturma continuarádividida em grupo de 3 alunos.*
- *As outras questões podem ser feitas nos grupos e cada aluno faz os cálculos e registros no seu encarte.*

• • • • •

Intervenção pedagógica

Professor/a:

- *É importante que o estudante entenda o 1º momento e cada passo proposto nas atividades seguintes.*
- *Após serem encontradas as razões, reforçar e formalizar que se trata do famoso Teorema de Tales.*

• • • • •

Terceira Etapa

Fique por dentro!

Atividade • Semelhança de polígonos.

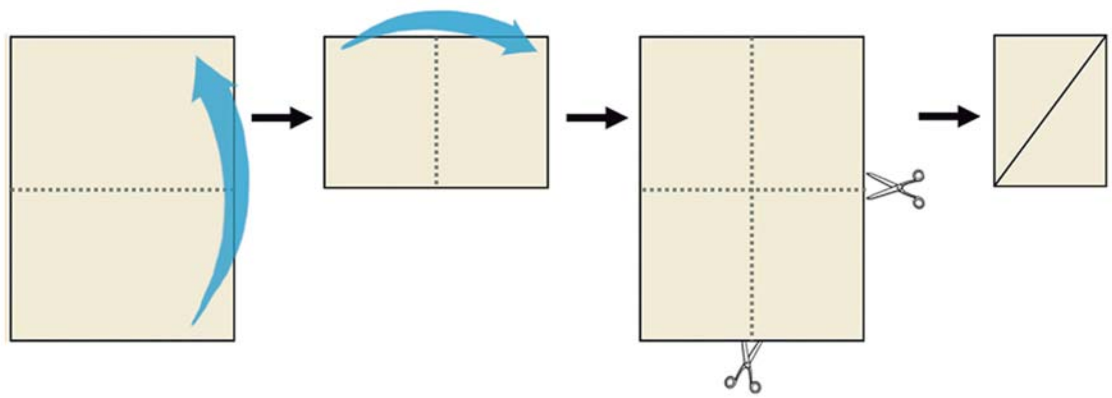
Objetivo

Construir o conceito de semelhança de polígonos.

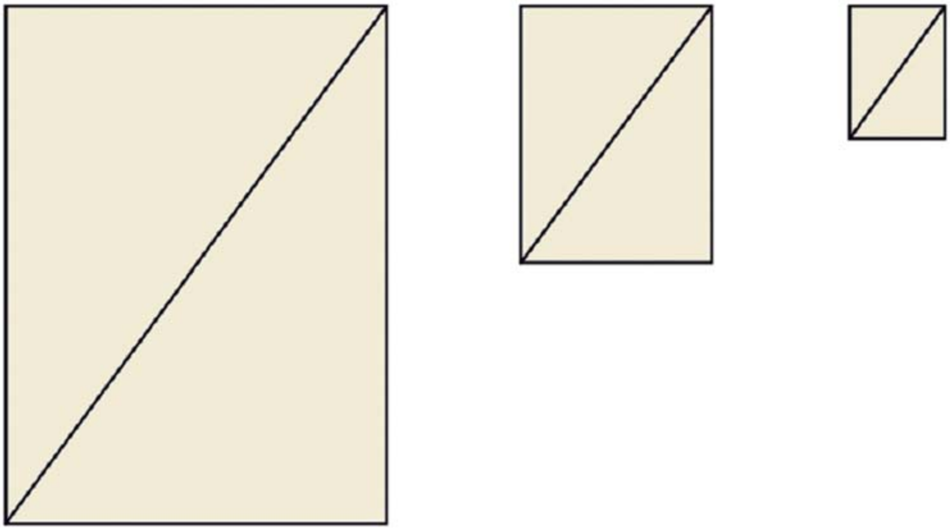
1º PASSO– Recorte no papel A4 dois retângulos iguais, ou seja, com as mesmas medidas.

2º PASSO– Tome um dos retângulos e desenhe uma de suas diagonais.

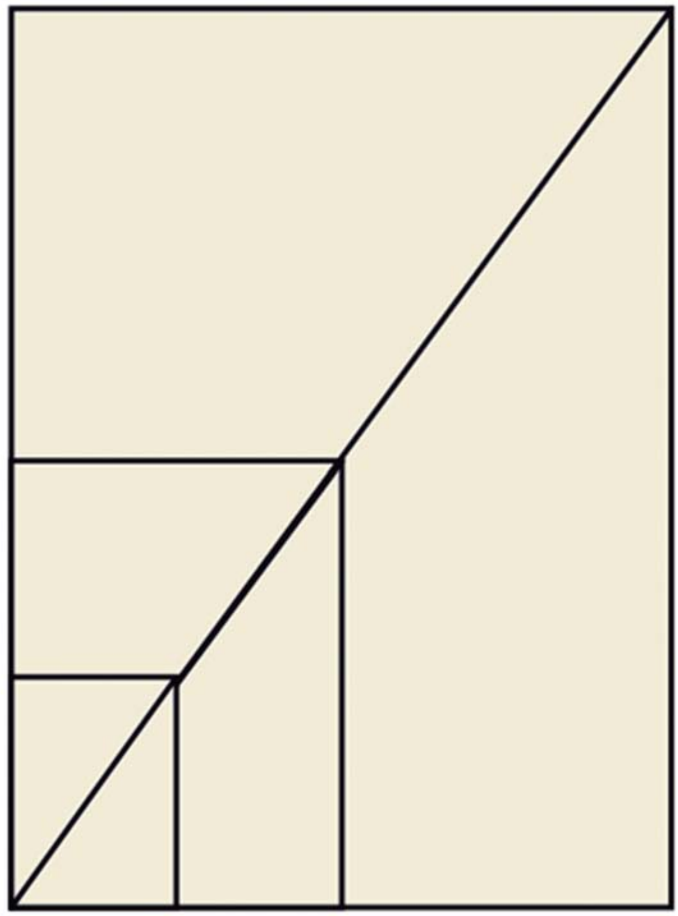
3º PASSO- Com o outro retângulo dobre-o na metade duas vezes dividindo-o em quatro partes iguais. Recorte um dos retângulos gerados pela dobradura e desenhe uma de suas diagonais, como mostra a figura a seguir.



4º PASSO - Recorte mais um retângulo gerado pelas dobraduras feitas anteriormente e realize os mesmos procedimentos de dobra indicados no item anterior. Depois recorte um dos retângulos originados desta última dobradura e trace uma de suas diagonais. Você deve obter três retângulos como os da figura a seguir.



5º PASSO - Agora sobreponha os três retângulos fazendo coincidir a base e o vértice de onde parte cada diagonal. O que você pode observar com relação às diagonais dos retângulos? Observe o que acontece com os retângulos dos seus colegas.



Agora, com o auxílio da régua, meça as bases e as alturas de cada um dos retângulos, calcule a razão entre a base e a altura de cada retângulo e preencha a tabela:

Tabela A	Base	Altura	Base/Altura
Retângulo Grande			
Retângulo Médio			
Retângulo Pequeno			

Resposta

RESPOSTAS PESSOAIS.

Professor

Recursos necessários

- Encarte do aluno.
- Régua.

Procedimentos Operacionais

- *Esta atividade está prevista para ser desenvolvida pelos mesmos grupos, por facilidade de organização.*
- *Os grupos podem discutir as questões entre si, mas pode haver uma correção coletiva.*

Intervenção Pedagógica

- *Professor/a deverá acompanhar os trabalhos dos grupos e instigar a discussão da atividade.*
- *Os resultados da tabela acima dependerão do tamanho do retângulo inicial de cada aluno. Se cada grupo fez um retângulo diferente do outro, então teremos tantas tabelas quantos forem os grupos de alunos participando desta Atividade. Apesar de inúmeros retângulos diferentes, eles perceberão que a base e a altura serão divididas por 2 a medida que reduzimos o retângulo pelas dobras. E Isso será constante em todos os retângulos. Além disso, perceberão que a razão entre a base e a altura permanece constante para cada trio de retângulos.*

Quarta Etapa

Quiz

10 MINUTOS

(ENEM-2009)

A rampa de um hospital tem na sua parte mais elevada uma altura de 2,2 metros. Um paciente, ao caminhar sobre a rampa, percebe que se deslocou 3,2 metros e alcançou uma altura de 0,8 metro. A distância em metros que o paciente ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa é:

a. 12 metros.

b. 8,8 metros.

c. 4,48 metros.

d. 5,6 metros.

e. 7,04 metros.

Resposta

Opção (D)

Solução

Esta questão tem resolução imediata, basta aplicar o Teorema de Tales, assim:

Seja x o comprimento que o paciente ainda deve caminhar, então:

$$\frac{2,2}{x+3,2} = \frac{0,8}{3,2} \rightarrow 0,8x + 2,56 = 7,04 \rightarrow 0,8 = 4,48 \rightarrow x = \frac{4,48}{0,8} \rightarrow x = 5,6\,metros$$

Quinta Etapa
Análise das Respostas ao Quiz

15 MINUTOS

Resposta

Distratores

O aluno que optou pela opção (A) provavelmente aplicou corretamente o Teorema de Tales, porém na segunda etapa adicionou 2,56 a 7,04, encontrando precipitadamente x=12 metros.

Já o que escolheu a letra (B) provavelmente errou na multiplicação de (x+3,2) por 0,8, encontrando 0,8x apenas, ou seja, esqueceu-se de multiplicar a segunda parcela, gerando, no decorrer dos procedimentos de cálculo, a resposta 8,8 m.

O aluno que escolheu a opção (C) provavelmente esqueceu-se de dividir 4,48 por 0,8.

O que escolheu a opção (E) multiplicou apenas um extremo 2,2 x 3,2, encontrando 7,04 metros ao final.

• • • • •

Etapa Flex

Para saber +

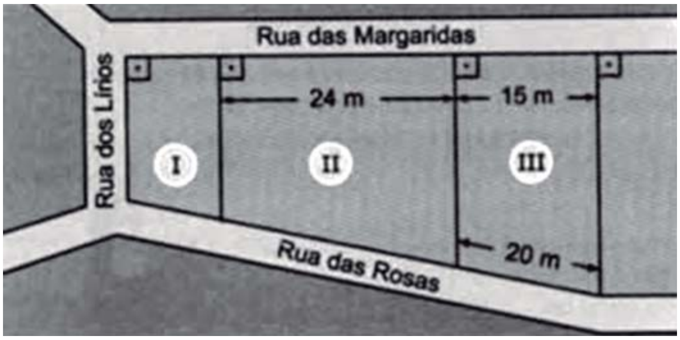
Para aprender mais o Teorema de Tales,indicamos o seguinte link:

Vídeo interativo passo a passo da demonstração do Teorema de Tales com auxílio do software GeoGebra, com representação gráfica da proporcionalidade entre os segmentos formados por três retas paralelas e duas retas transversais:**http://www.youtube.com/watch?v=-TE77a_lYSY**

Agora é com você!

Questão 1

(Saresp–SP-adaptada) No desenho abaixo estão representados os terrenos I, II e III.



Quantos metros de comprimento deverá ter o muro que o proprietário do terreno II construirá para fechar o lado que faz frente com a Rua das Rosas?

a. 28 metros

b. 30 metros

c. 32 metros

d. 34 metros

e. 36 metros

Resposta

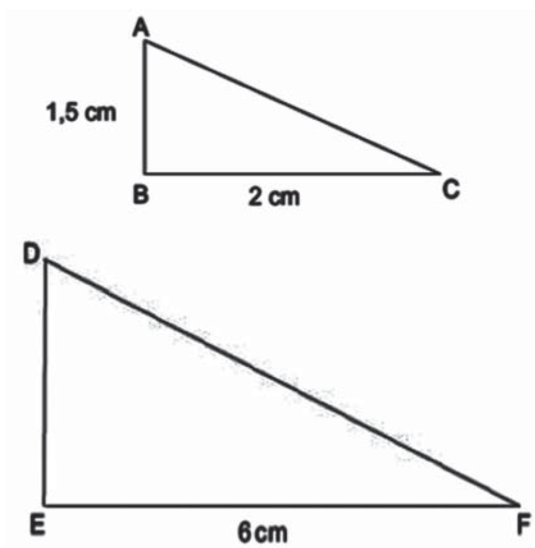
$$\frac{24}{x} = \frac{15}{20} \rightarrow 15x = 480 \rightarrow x = \frac{480}{15} \rightarrow x = 32\,metros.$$

O muro do terreno II que faz frente com a Rua das Rosas deverá ter 32 metros de comprimento.

Resposta:Opção (C).

Questão 2

(SARESP) Na figura abaixo há dois triângulos semelhantes. As figuras não estão desenhadas em escala.



A medida do lado DE é:

a. 5,6 cm

b. 8 cm

c. 4,5 cm

d. 3 cm.

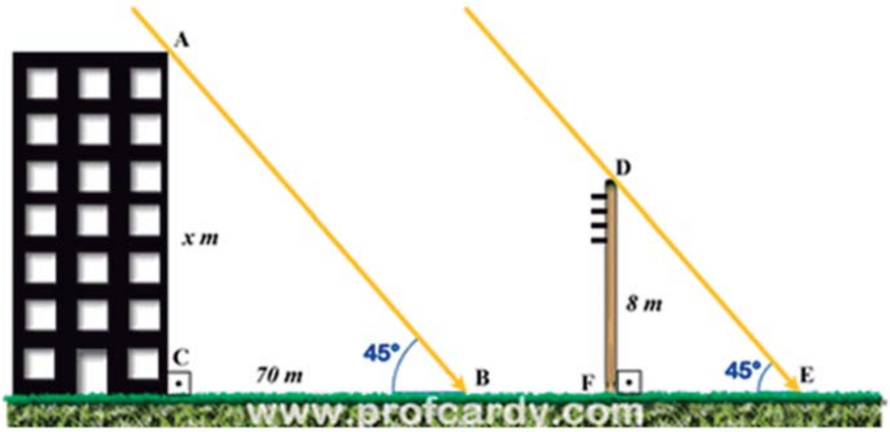
Resposta

$$\frac{1,5}{2} = \frac{x}{6} \rightarrow x = 4,5\,m$$

Resposta:Opção (C).

Questão 3

Um prédio tem sombra, pela luz solar, projetada no solo horizontal com 70 m. Simultaneamente, um poste de 8m de altura localizado nas proximidades deste prédio tem sombra do mesmo tipo com 14 m. Calcule a altura do prédio.



a. 10 m

b. 20 m

c. 35m

d. 40 m

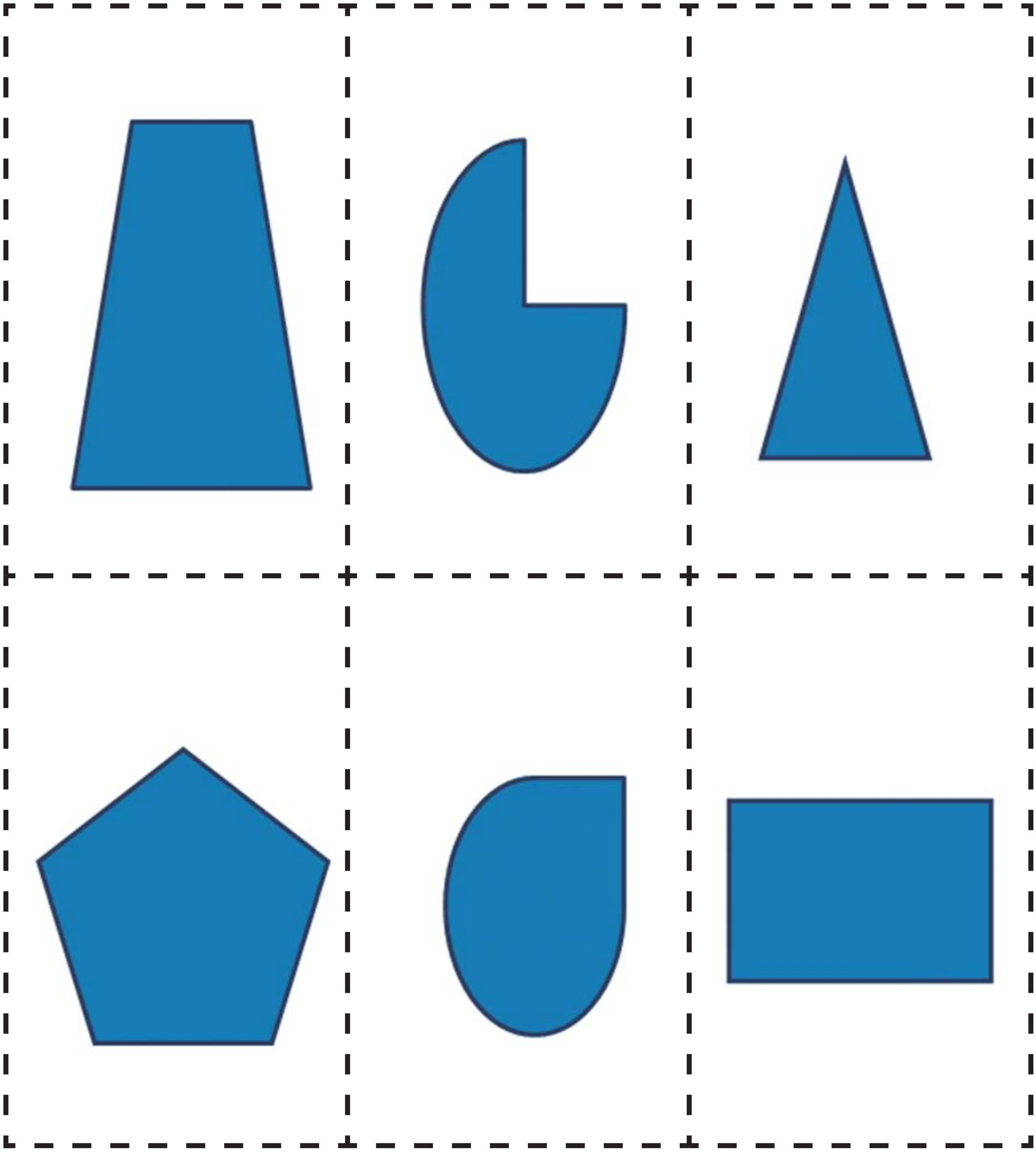
e. 80m

Resposta

$$\frac{x}{70} = \frac{8}{14} \rightarrow 14x = 560 \rightarrow x = \frac{560}{14} \rightarrow x = 40\, metros$$

Resposta:Opção (D).

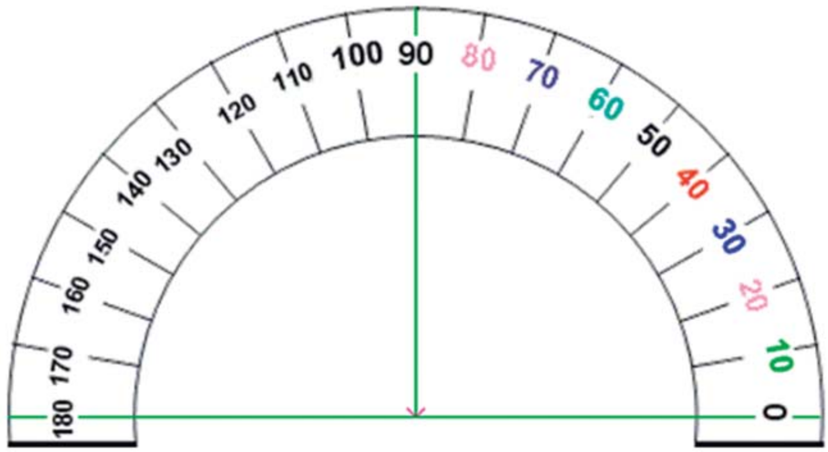
PRIMEIRA ETAPA: COMPARTILHAR IDEIAS



POLÍGONO	NÃOPOLÍGONO

Matemática

Terceira Etapa: Fique por dentro!



http://escolovar.org/mat_angulo_tranfridor3.gif