



Ampliando os horizontes geométricos

Dinâmica 8

9º Ano | 1º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	9º Ano do Ensino Fundamental	Geométrico.	Semelhança de Polígonos.

DINÂMICA	Semelhanças do cotidiano.
HABILIDADE PRINCIPAL	Razão e proporcionalidade.
HABILIDADES ASSOCIADAS	H02 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.
CURRÍCULO MÍNIMO	Identificar figuras semelhantes.

Professor/a, nesta dinâmica você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar ideias.	De olho no tanque de combustível.	De 15 a 25 min.	Em duplas ou trios.	Individual.
2	Um novo olhar...	E quando não for quadrado perfeito?	De 20 a 25 min.	Em duplas.	Individual.
3	Fique por dentro!	Aproximando raízes.	De 20 a 25 min.	Em duplas.	Individual.
4	Quiz.	Quiz.	10 min	Individual.	Individual.
5	Análise das respostas ao Quiz.	Análise das respostas ao Quiz.	15 min	Coletiva.	Individual.
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor se tiver dúvidas.			

APRESENTAÇÃO

Esta dinâmica explora a ampliação e redução de figuras a partir de uma razão dada. Na Atividade 2 usaremos a malha quadriculada para ampliar ou reduzir figuras e, a partir daí, tirar conclusões sobre o perímetro e áreas de figuras semelhantes. Na atividade 3 usaremos um ponto auxiliar, por meio de uma transformação geométrica chamada homotetia, para ampliar ou reduzir figuras, e, a partir daí, tirar conclusões importantíssimas sobre o perímetro e áreas de figuras semelhantes.

PRIMEIRA ETAPA COMPARTILHAR IDEIAS

ATIVIDADE • QUEBRANDO A CABEÇA COM OS SEMELHANTES...

Objetivo

Identificar ampliação e redução de figuras.



Descrição da atividade:

Você já ouviu falar em Romero Britto?

É um artista plástico brasileiro, consagrado no mundo inteiro pela sua arte Pop.

Você já deve ter visto suas obras por aí, como nessas das fotos:



Fonte: <http://www.cedae.com.br/>



Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Romero_Britto_Best_Buddies_Friendship_Bear_Vorderseite.jpg

Mas você deve estar se perguntando que relação isso tem com o assunto de hoje... Se você reparar bem, Romero Britto costuma usar figuras geométricas em suas obras!

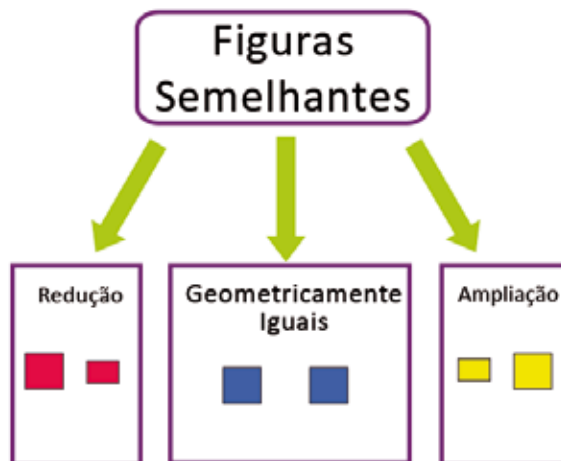
Observe essa obra:



Fonte: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Welcome_-_Romero_Britto.JPG?uselang=pt-br

Para construir a figura anterior, Romero Britto usou várias figuras geométricas que podem ser ampliadas e reduzidas mantendo a sua semelhança.

Você lembra o que são figuras semelhantes?



Fonte: <http://baudamatematica.wordpress.com/>

Dizemos que a figura foi ampliada se a razão entre os lados correspondentes é maior que 1. E que foi reduzida se a razão entre os lados correspondentes é menor que 1.

Pode-se provar isso realizando cálculos, mas será que você consegue perceber quando duas figuras são semelhantes observando sua forma?

Que tal montar um quebra-cabeça através do reconhecimento de figuras semelhantes?

Após a montagem, você vai descobrir mais uma obra de Romero Britto. Será que ela tem figuras geométricas?

Vamos tentar?

Obs.: Os anexos devem ser recortados antes da atividade.

Recursos necessários:

- Encarte do aluno.
- Peças do quebra-cabeças (em anexo).

Procedimentos Operacionais

- Há 1 quebra-cabeça, um com 27 peças. Por isso, organize a turma em grupos de 3 ou 4 alunos.
- A proposta é montar o quebra-cabeça com o auxílio do lançamento do dado com as figuras geométricas. O objetivo é pegar uma peça semelhante a que saiu no lançamento do dado e montar o quebra-cabeça.
- Há 4 tipos de triângulos (equilátero, isósceles, escaleno e retângulo), 2 retângulos com dimensões diferentes.
- Os anexos devem ser cortados antes do início da aula de reforço.



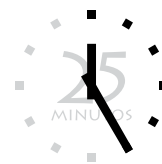
Intervenção Pedagógica

- Professor/a, nessa atividade será trabalhada a identificação de figuras semelhantes com a observação de suas formas, quanto ao ângulo e à medida dos lados. Na próxima etapa, essa identificação será mediante a homotetia que preserva os ângulos, as razões entre os segmentos de reta e o paralelismo.



SEGUNDA ETAPA

UM NOVO OLHAR...



ATIVIDADE • AMPLIANDO E REDUZINDO NA MALHA!

Objetivo

Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade. Ampliação e redução de figuras planas usando razões.

Você sabia que a ampliação ou redução de uma figura produzirá uma nova figura semelhante à primeira?

Pois é. Isso só acontece porque numa ampliação todos os comprimentos são multiplicados por um número k maior do que 1 ($k > 1$) e numa redução todos os comprimentos são multiplicados por um número positivo k menor do que 1 ($k < 1$). Esse número k é a razão de semelhança.

Nas atividades seguintes trabalharemos com duas ótimas maneiras de ampliar ou reduzir uma figura, conhecendo a razão. Na Atividade 2 usaremos a malha quadriculada para ampliar ou reduzir figuras e, a partir daí, tirar conclusões importantíssimas sobre o perímetro e áreas de figuras semelhantes. Na atividade 3 usaremos um ponto auxiliar, por meio de uma transformação geométrica chamada homotetia, para ampliar ou reduzir figuras, e, a partir daí, tirar conclusões importantíssimas sobre o perímetro e áreas de figuras semelhantes.

Descrição da atividade:

Observe na figura a seguir que o retângulo $A'B'C'D'$ é uma ampliação do retângulo $ABCD$, na razão $k = 2$.

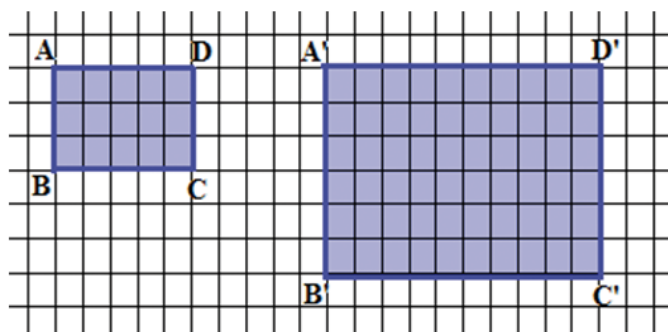


Figura elaborada pelo conteudista.

Isso é verdade, pois as medidas de todos os lados do retângulo $A'B'C'D'$ é o **dobro** da medida de seus respectivos correspondente no retângulo $ABCE$. Assim temos:

$$\overline{A'B'} = 2 \cdot \overline{AB}, \quad \overline{B'C'} = 2 \cdot \overline{BC}, \quad \overline{C'D'} = 2 \cdot \overline{CD}, \quad \text{e} \quad \overline{D'A'} = 2 \cdot \overline{DA}$$

Agora é com você!

No final deste encarte há uma folha de papel com uma malha quadriculada, onde o lado de cada quadradinho será considerado como a unidade de medida de comprimento (**u.c.**). Resolva os itens a seguir registrando suas respostas na malha quadriculada.

1. Observe na figura a seguir o desenho de uma casa. Obtenha uma ampliação desse desenho na razão $k = 2$.

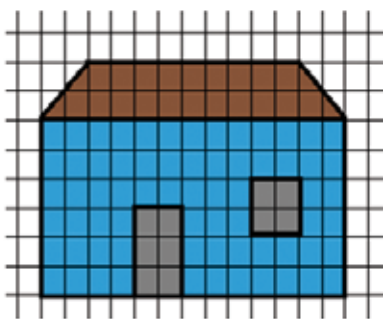


Figura elaborada pelo conteudista.

Resposta

Após a correta ampliação, o aluno deverá apresentar como resposta uma figura como o modelo a seguir.

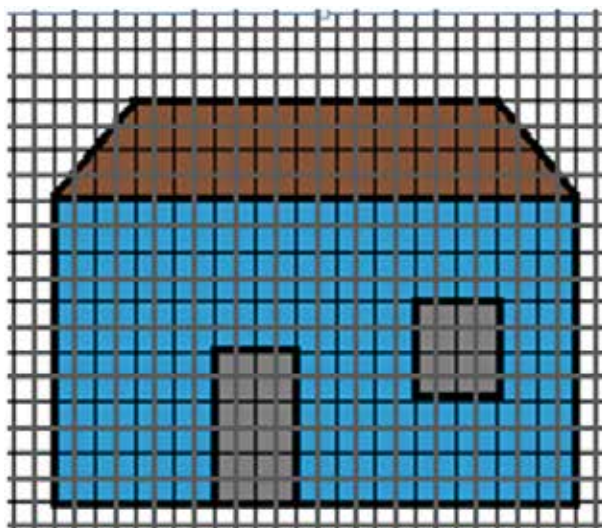


Figura elaborada pelo conteudista.

2. Quais são as medidas dos perímetros da figura original e da ampliada? (use $\sqrt{2} = 1,4$)

Resposta

Os perímetros pedidos são:

Figura original: $13 + 6 + 6 + 9 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 34 + 4 \cdot 1,4 = 39,6$ u.c.

Figura ampliada: $26 + 12 + 12 + 18 + 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 68 + 8 \cdot 1,4 = 79,2$ u.c.



3. Qual é a relação entre o perímetro da figura original e da figura ampliada?

Resposta

O perímetro da figura ampliada é o dobro do perímetro da figura original.



4. Quais são as medidas das áreas da figura original e da ampliada?

Resposta

Sem usar fórmulas das áreas das figuras planas, é possível obter a área das figuras apenas contando a quantidade de quadradinhos. Assim teremos:

Área da figura original: $78 + 22 = 100$ u.a.

Área da figura ampliada: $312 + 88 = 400$ u.a.



5. Qual é a relação entre a área da figura original e da figura ampliada?

Resposta

A área da figura ampliada é quatro vezes a área da figura original.



6. Observe na figura a seguir o desenho de um barquinho. Obtenha uma redução desse desenho na razão $k = \frac{1}{3}$.

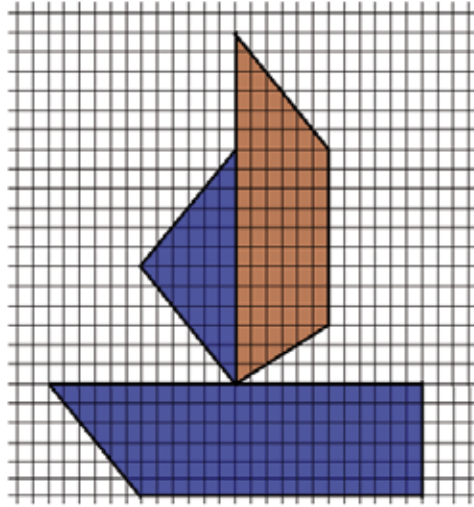


Figura elaborada pelo conteudista.

Resposta

O aluno deve ser capaz de concluir que, para realizar essa redução, cada 3 unidades de medida do contorno dessa figura serão reduzidas em 1 unidade de medida. Realizando essas conversões e preservando a mesma forma da figura original, teremos como resposta a seguinte figura:

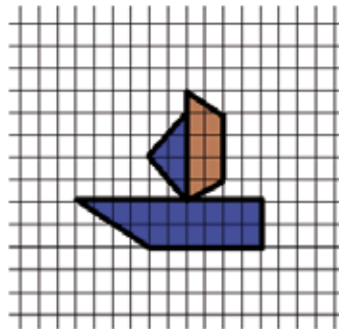


Figura elaborada pelo conteudista.



7. Quais são as medidas dos perímetros das figuras original e reduzida? (use $\sqrt{2} = 1,4$, $\sqrt{5} = 2,2$)

Resposta

Os perímetros pedidos são:

Figura original:

$$18 + 6 + 24 + 18 + 9 + 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 3\sqrt{5} = 73 + 24 \cdot 1,4 + 3 \cdot 2,2 = 115,2 \text{ u.c.}$$

Figura Reduzida

$$6 + 2 + 8 + 6 + 3 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + \sqrt{5} = 25 + 8 \cdot 1,4 + 2,2 = 38,4 \text{ u.c.}$$



8. Qual é a relação entre o perímetro da figura original e da figura reduzida?

Resposta

O perímetro da figura reduzida é a terça parte do perímetro da figura original.



Recursos necessários:

- Encarte do aluno

Procedimentos Operacionais

- A atividade poderá ser feita dupla de alunos e o registro individual.



Intervenção Pedagógica

- Espera-se com essa atividade que os alunos estabeleçam as relações de proporcionalidade entre figuras geométricas a fim de reconhecer as figuras semelhantes obtidas através de a ampliação ou redução de uma figura.

- Em algum momento eles serão obrigados a usar o teorema de Pitágoras no cálculo de medidas. Caso necessário, lembre com eles a aplicação desse teorema.



TERCEIRA ETAPA: FIQUE POR DENTRO!



ATIVIDADE • MAS QUE ATIVIDADE HOMOTÉTICA!

Objetivo

Ampliação e redução de figuras planas usando razões.

Descrição da atividade:

Você já ouviu falar no termo homotetia? Não?!

Homotetia é uma transformação geométrica que converte uma figura qualquer numa figura semelhante, a partir de um ponto de referência fixo e uma razão. Observe a figura a seguir:

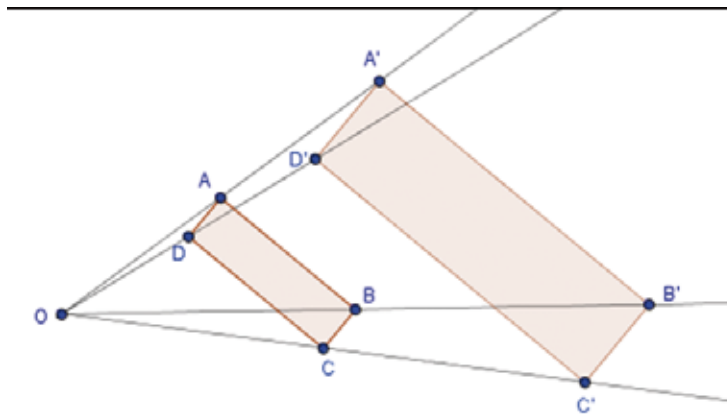


Figura elaborada pelo conteudista.

Na figura anterior o retângulo $A'B'C'D'$ foi obtido através do retângulo $ABCD$ por meio de uma homotetia de razão 2. Como já foi abordado, essa homotetia produz uma ampliação ($k > 1$). Assim temos:

$$\overline{A'B'} = 2 \cdot \overline{AB}, \quad \overline{B'C'} = 2 \cdot \overline{BC}, \quad \overline{C'D'} = 2 \cdot \overline{CD} \quad \text{e} \quad \overline{D'A'} = 2 \cdot \overline{DA}$$

Podemos reescrever a linha anterior da seguinte maneira:

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{D'A'}}{\overline{DA}} = 2$$

Agora vamos praticar!

O primeiro desafio é ampliar o polígono ABCD representado na figura a seguir através de uma homotetia de razão 3 e origem O. (Realize essa ampliação na folha que você recebeu de seu professor.)

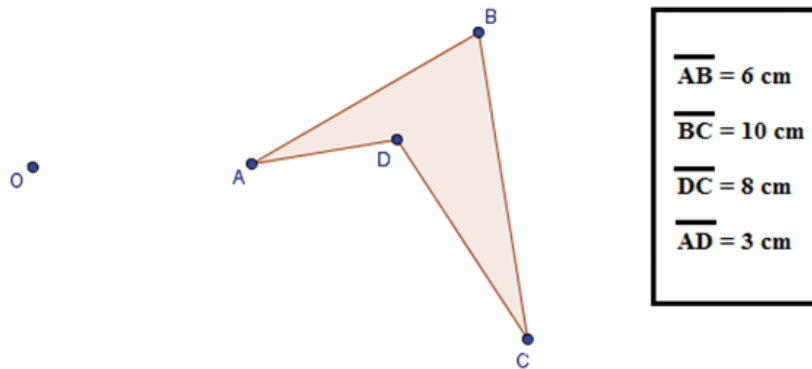


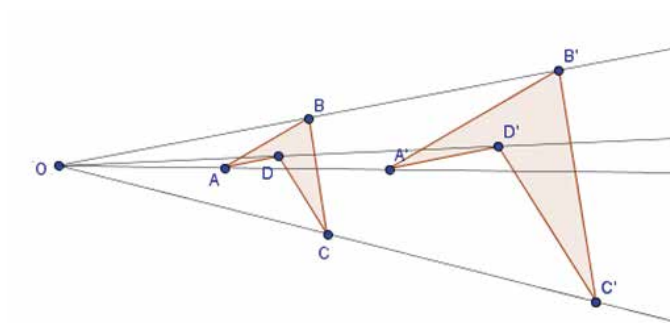
Figura elaborada pelo conteudista.

Siga os passos descritos a seguir para realizar a ampliação. Depois, resolva os itens 1 e 2.

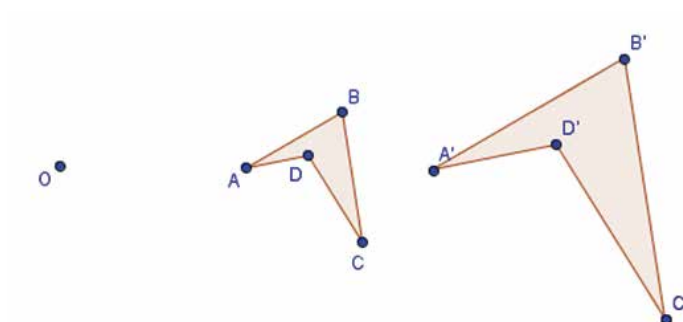
- 1º) Trace os segmentos \overline{OA} , \overline{OB} , \overline{OC} e \overline{OD} e, com uma régua, meça cada um desses segmentos.
 - 2º) Trace os segmentos $\overline{OA'}$, $\overline{OB'}$, $\overline{OC'}$ e $\overline{OD'}$ de forma que sejam o triplo de \overline{OA} , \overline{OB} , \overline{OC} e \overline{OD} .
 - 3º) Ligue os pontos A', B', C' e D' obtendo o polígono ABCD ampliado.
1. Registre na folha de resposta, que está no final desse encarte, a figura do polígono ampliado.

Resposta

Seguindo os três passos, o aluno deverá obter a seguinte construção



Tendo como resposta final:



2. Qual é a medida do perímetro do polígono original?

Resposta

A medida do perímetro do polígono ABCD é igual a $6 + 10 + 8 + 3 = 27$ cm.



3. Quais são as medidas dos lados do polígono ampliado?

Resposta

As medidas dos lados do polígono A'B'C'D' são:

$$\overline{A'B'} = 3 \cdot \overline{AB}, \Leftrightarrow \overline{A'B'} = 3 \cdot 6 = 18 \text{ cm}$$

$$\overline{B'C'} = 3 \cdot \overline{BC}, \Leftrightarrow \overline{B'C'} = 3 \cdot 10 = 30 \text{ cm}$$

$$\overline{C'D'} = 3 \cdot \overline{CD} \Leftrightarrow \overline{C'D'} = 3 \cdot 8 = 24 \text{ cm}$$

$$\overline{D'A'} = 3 \cdot \overline{DA} \Leftrightarrow \overline{D'A'} = 3 \cdot 3 = 9 \text{ cm}$$



4. Qual é a medida do perímetro desse polígono?

Resposta

Como o perímetro do polígono ABCD é igual a $6 + 10 + 8 + 3 = 27 \text{ cm}$ e a razão de ampliação é $k = 2$, temos que o perímetro do polígono ampliado $A'B'C'D'$ será igual a $3 \times 27 = 81 \text{ cm}$.



Talita e Rafael desejam ampliar em 5 vezes uma foto de seu casamento, cujas dimensões estão descritas na figura a seguir, e colocá-la numa moldura.



5. Quais serão as dimensões da moldura que eles deverão comprar a fim de colocar essa ampliação?

Resposta

A razão dessa ampliação é $k = 5$. Logo, todos os lados da foto original (10 cm x 15 cm) serão multiplicados por 5. Sendo assim, a nova foto ampliada terá dimensão 50 cm x 75 cm.



6. A foto ampliada é quantas vezes maior que a figura original?

Resposta

Dividindo a área da figura ampliada pela área da figura original, temos

$$3750 \div 150 = 25$$

Assim, a foto ampliada é 25 vezes maior que a figura original



A partir das ideias obtidas através da resolução dos itens anteriores, indique com V as sentenças verdadeiras e com F as sentenças falsas, no item a seguir.

7. Uma figura A é ampliada na razão k obtendo-se a uma figura B. Então:

Resposta

(V) O perímetro de B é igual a k vezes o perímetro de A.

(F) O perímetro de A é igual a k vezes o perímetro de B.

(F) O perímetro de B é igual a $\frac{1}{k}$ vezes o perímetro de A.

(V) O perímetro de A é igual a $\frac{1}{k}$ vezes o perímetro de B.

(V) A área de B é igual a k^2 vezes a área de A.

(F) A área de B é igual a k vezes a área de A.

(F) A área de A é igual a $\frac{1}{k}$ vezes a área de B.

(V) A área de A é igual a $\frac{1}{k^2}$ vezes a área de B.



Recursos necessários:

- Encarte do aluno.
- Régua.

Procedimentos Operacionais

- Professor/a, mantenha a organização da atividade anterior.
- Entregue ao seu aluno a folha do Anexo 1.



Intervenção Pedagógica

- Professor/a, nessa atividade será trabalhado o conceito de ampliação e redução de figuras geométricas por meio da homotetia, transformação geométrica que preserva os ângulos, as razões entre os segmentos de reta e o paralelismo.
- Não se esqueça de entregar aos alunos as folhas dos anexos 1 e 2, necessárias para a realização das atividades.

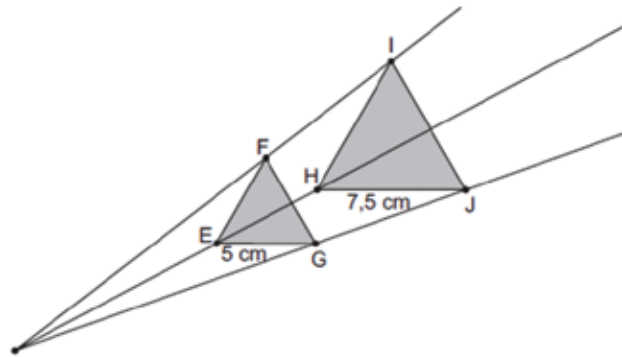


QUARTA ETAPA

Quiz

(SAERJINHO)

Observe o desenho abaixo, em que o triângulo EFG é semelhante ao triângulo HIJ.



A razão de semelhança entre os triângulos HIJ e EFG é

- a. 1,5
- b. 2,5
- c. 7,5
- d. 12,5



QUINTA ETAPA

ANÁLISE DAS RESPOSTAS AO QUIZ

Resposta

Note que é dado um dos lados de cada triângulo. Pela homotetia, sabemos que os lados do triângulo ampliam ou reduzem na mesma razão. Dessa forma, as razões dos três lados serão iguais (proporção).

Ou seja:

$$\frac{\overline{IH}}{\overline{FE}} = \frac{\overline{IJ}}{\overline{FG}} = \frac{7,5}{5} = 1,5$$

Gabarito: A.

Distratores

O aluno pode ter escolhido a opção (b) por ter subtraído as dimensões dos triângulos, ou escolhido a alternativa (d) por ter somado essas dimensões. O aluno que escolheu a opção (c) possivelmente não compreende a ideia de semelhança de figuras.



ETAPA FLEX

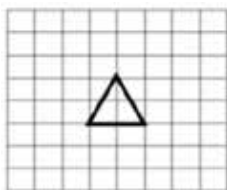
PARA SABER +

Para entender um pouco mais de semelhança, veja o vídeo do Telecurso – Razão e Proporção: Semelhança

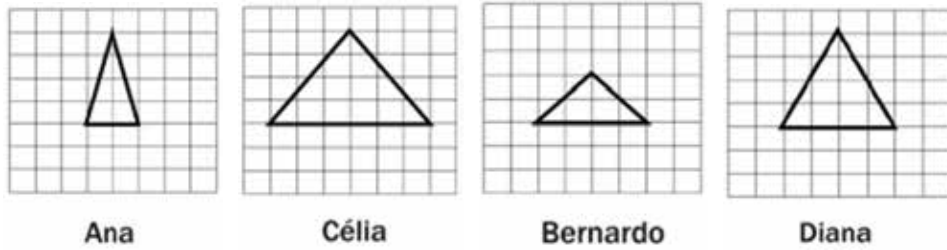
■ http://www.youtube.com/watch?v=ABWHWj_nrh8

AGORA É COM VOCÊ!

(Prova Brasil – 2011) A figura abaixo foi dada para os alunos e algumas crianças resolveram ampliá-la.



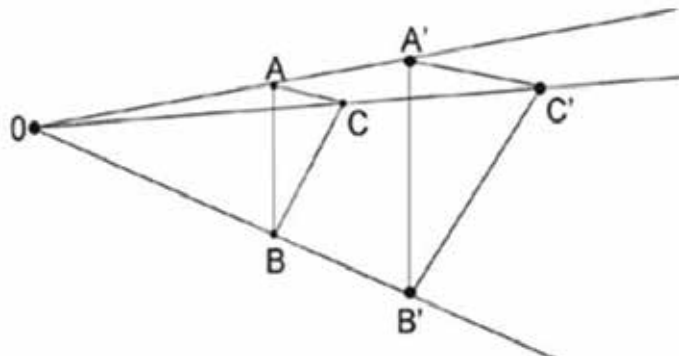
As ampliações feitas por quatro crianças.



Quem ampliou corretamente a figura?

- a. Ana
- b. Bernardo
- c. Célia
- d. **Diana**

(Prova Brasil) Ampliando o triângulo ABC, obtém-se um novo triângulo $A'B'C'$, em que cada lado é o dobro do seu correspondente em ABC.

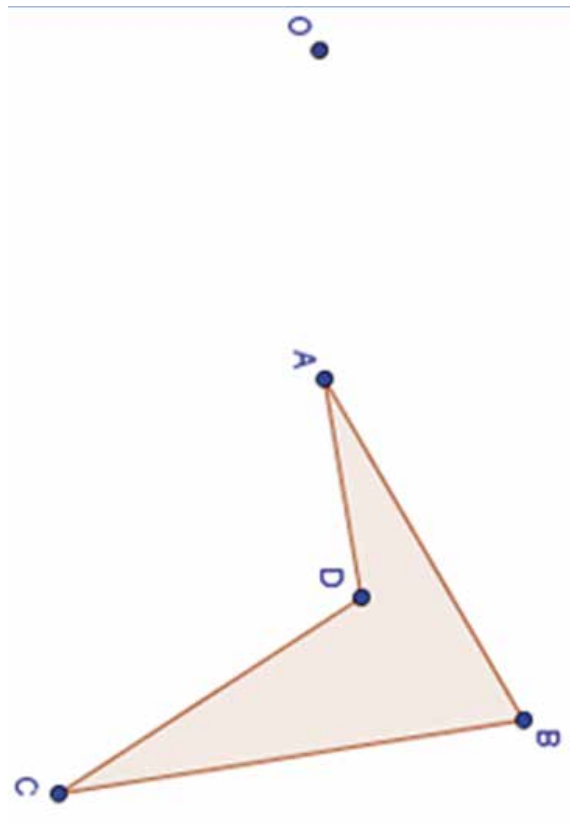


Em figuras ampliadas ou reduzidas, os elementos que conservam a mesma

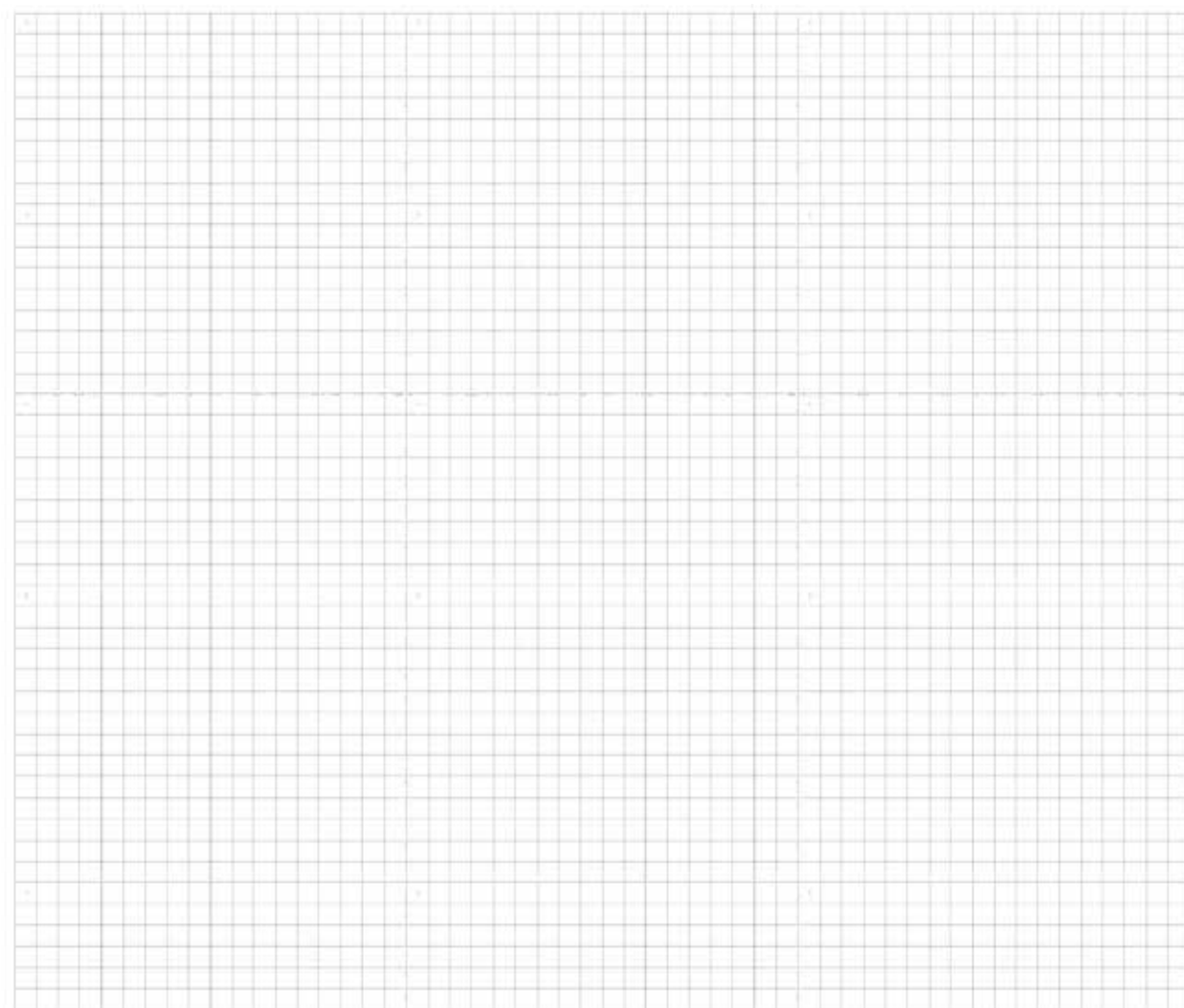
medida são:

- a. as áreas.
- b. os perímetros.
- c. os lados.
- d. os ângulos.

ANEXO 1 – ATIVIDADE 2



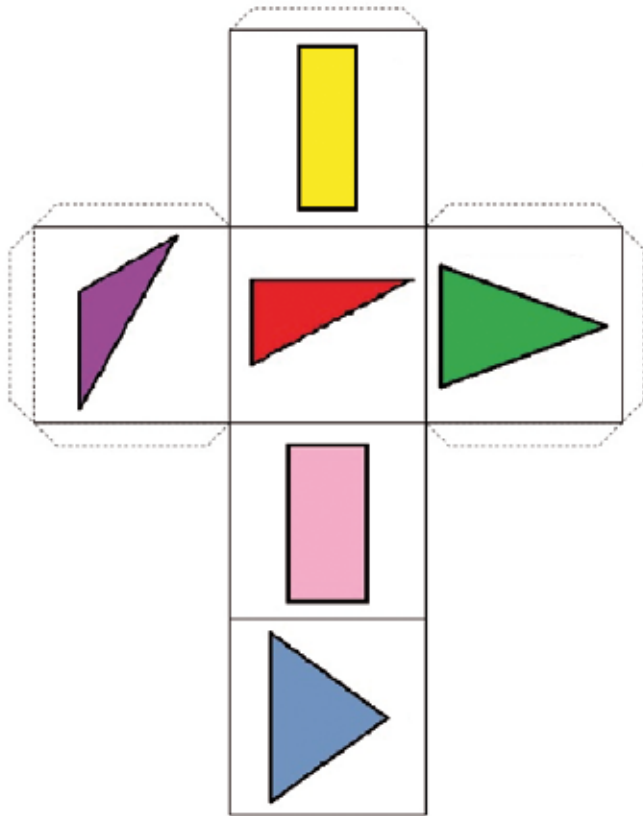
ANEXO 2 – MALHA QUADRICULADA



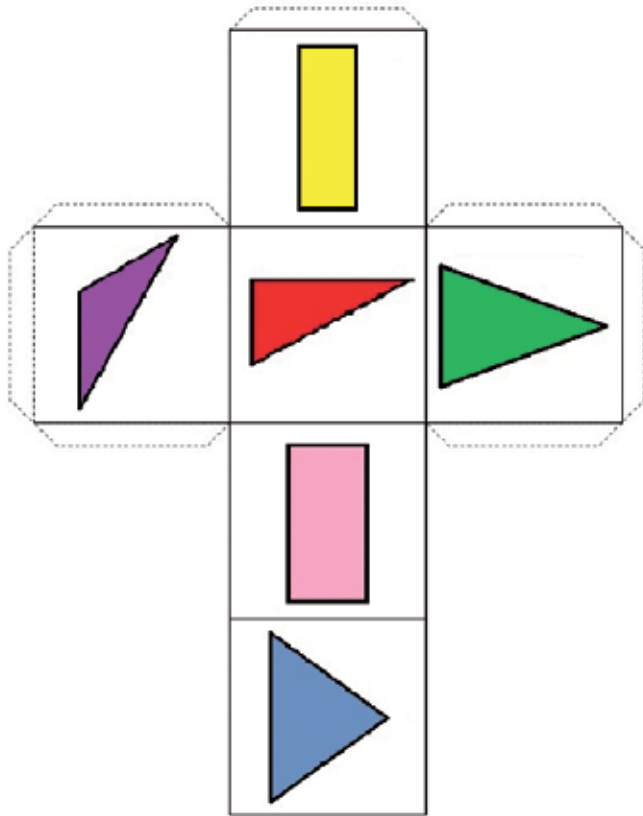
ANEXO 3

Anexo III

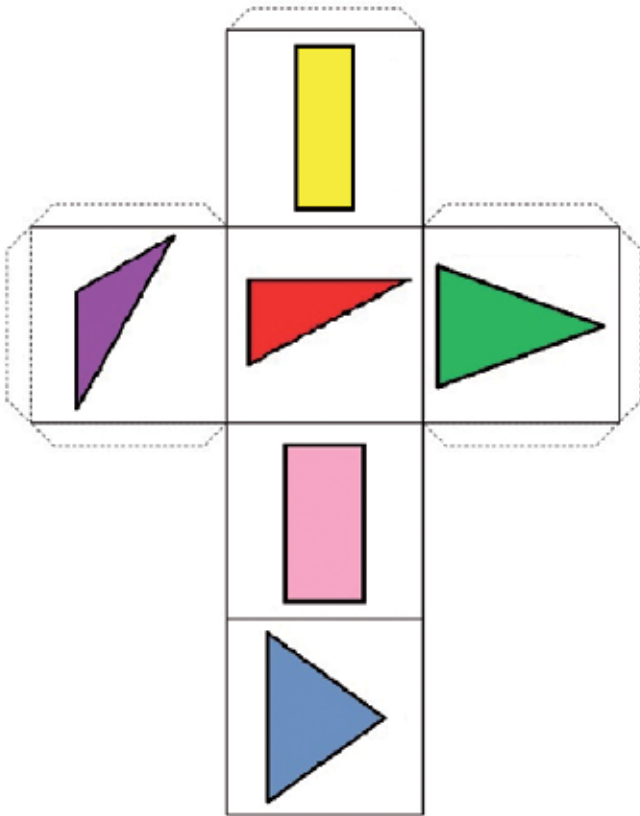
Anexo III



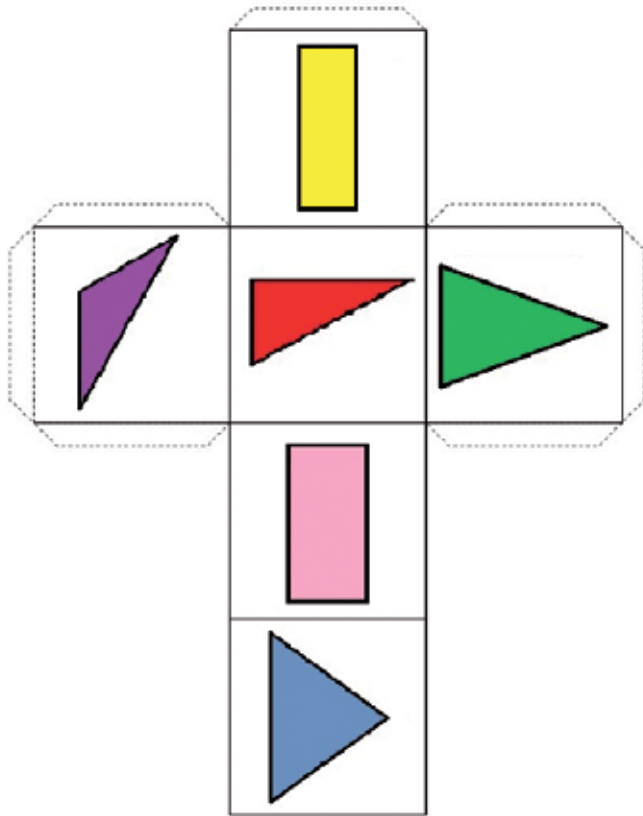
Anexo III

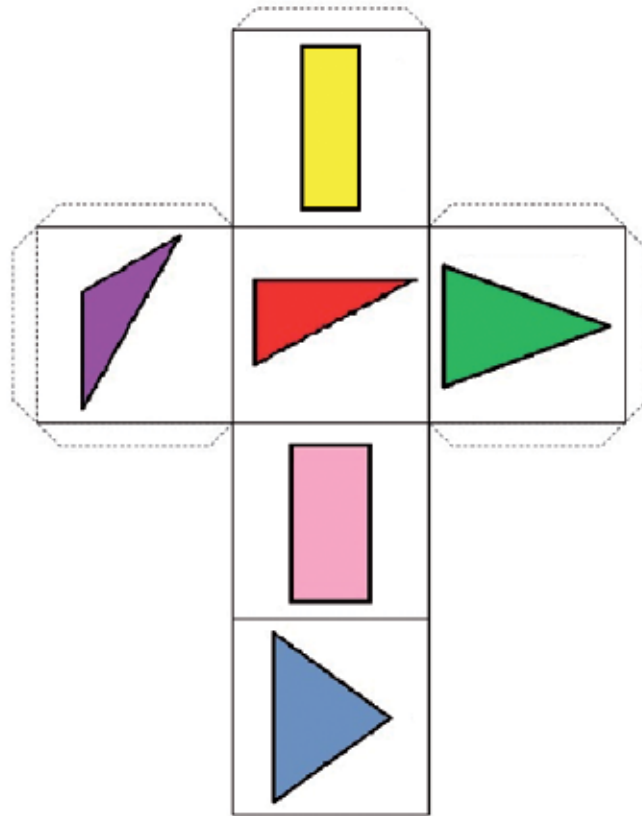


Anexo III



Anexo III





ANEXO 4

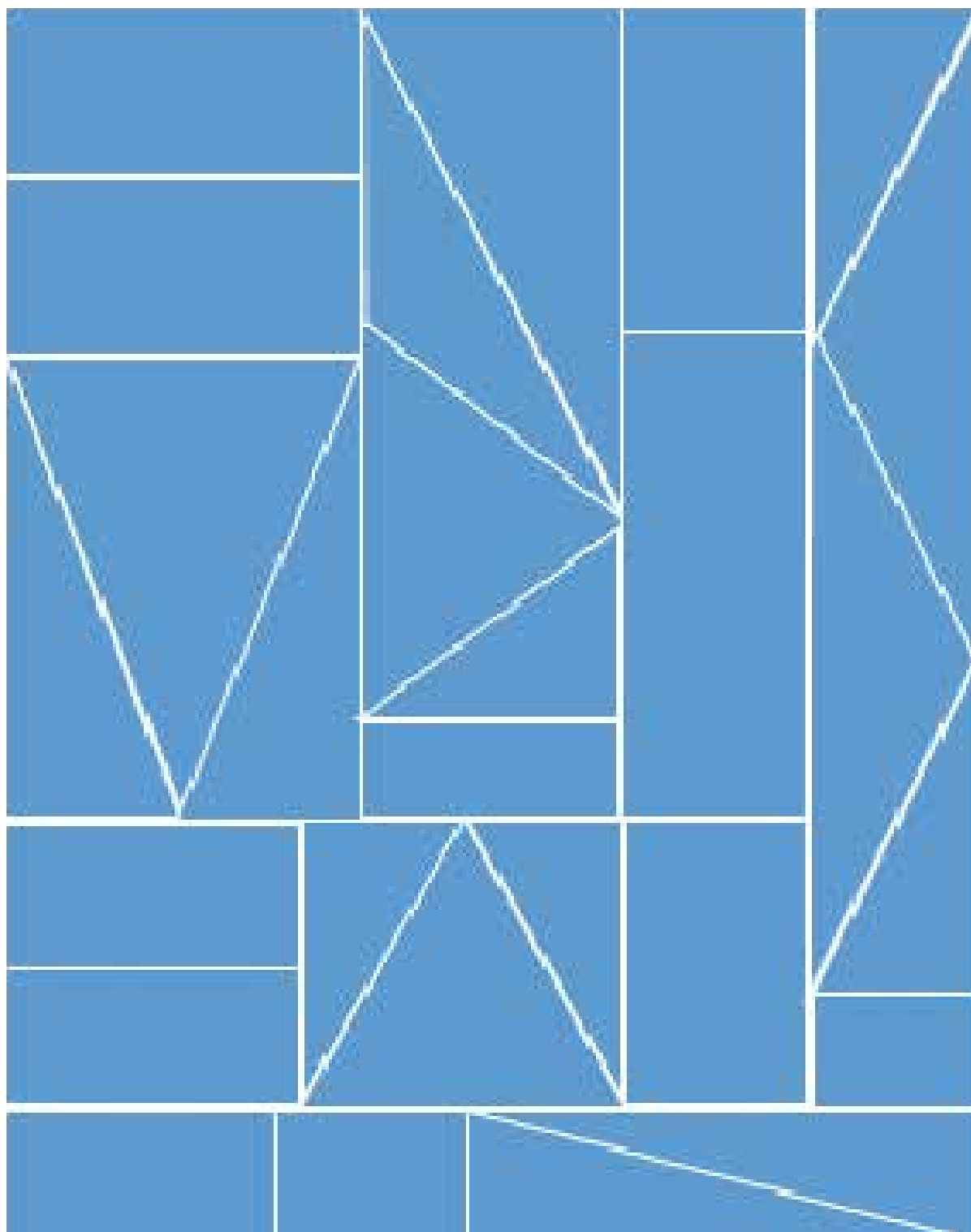
Frete do quebra-cabeça:



Anexo V

ANEXO 5

Verso do quebra-cabeça:



Matemática

