



Vamos resolver problemas?

Dinâmica 6

1ª Série | 1º Bimestre

Professor

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	1ª do Ensino Médio	Algébrico simbólico	Funções

DINÂMICA	Vamos resolver problemas?
HABILIDADE PRINCIPAL	H88 - Associar pontos num plano cartesiano às suas coordenadas e vice-versa.
HABILIDADES ASSOCIADAS	H81 Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.
CURRÍCULO MÍNIMO	Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade ou padrão. Representar pares ordenados no plano cartesiano. Construir gráficos de funções, utilizando tabelas de pares ordenados.

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos:

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar Ideias	Plano Carte-siano	15 a 20 min	Grupos de 2 alunos	Individual
2	Um novo olhar	Plano de saúde	25 a 30 min	Grupos de 2 alunos	Individual
3	Fique por den-tro	Fábrica de brinquedos	20 a 25 min	Grupos de 3 ou 4 alunos	Escolha do Professor.
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise das respostas ao Quiz	10 a 15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica.			
	Agora, é com você!	O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor deve ler antes da aula.			

APRESENTAÇÃO

Esta dinâmica pretende representar e identificar pontos no plano cartesiano por meio de suas coordenadas e busca-se compreender a função e suas representações algébrica e geométrica.

O Plano Cartesiano Ortogonal é utilizado para representar graficamente a localização de pontos no plano. Ele possui inúmeras atribuições, desde a construção de um simples gráfico, até os trabalhos relacionados à cartografia, a localizações geográficas, a pontos estratégicos de bases militares, a localizações no espaço aéreo, terrestre e marítimo, entre outros.

Com o Plano Cartesiano Ortogonal podemos representar diversos fatos de nosso cotidiano como calcular uma dívida, custo de uma corrida de táxi, saber em quanto tempo exatamente chegaremos a determinado lugar etc. Assim, esta dinâmica, ao associar cada uma dessas ações a variáveis e suas relações matemáticas, representadas em tabelas e gráficos, contribui para uma melhor compreensão de função.

PRIMEIRA ETAPA COMPARTILHAR IDEIAS



ATIVIDADE • PLANO CARTESIANO

Objetivo

Representar pontos no plano cartesiano e identificar as coordenadas de pontos representados no plano cartesiano.

Descrição da atividade

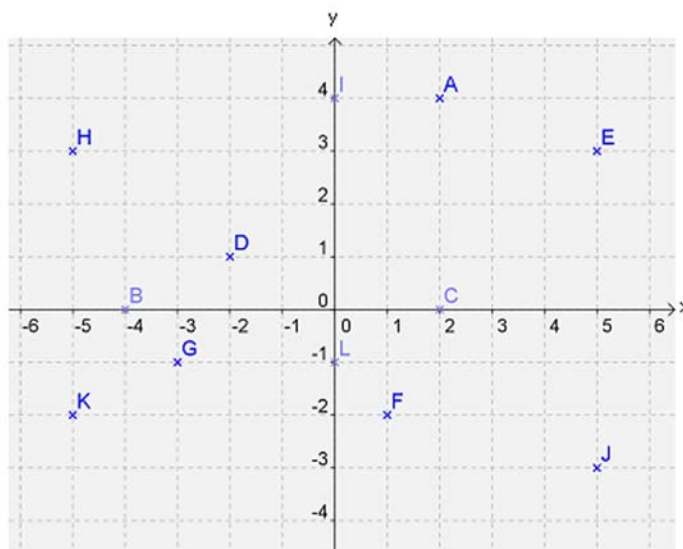
A compreensão do significado de função está relacionada tanto à interpretação de sua representação algébrica como o da representação gráfica. Alguns alunos apresentam dificuldade para marcar pontos no plano comprometendo a aprendizagem do conceito de função. Assim, nesta atividade, cada aluno deverá representar graficamente alguns pontos no plano cartesiano e, em seguida, eles serão solicitados a identificar as coordenadas de outros pontos, previamente representados.

Professor veja a proposta para o aluno a seguir.

ATIVIDADE 1

Representando pontos no Plano Cartesiano

1. Nesta atividade, procure identificar os pontos por sua coordenada e pela letra maiúscula que o identifica.
- b. No plano abaixo, estão representados alguns pontos, identifique suas coordenadas.



PONTO	COORDENADA
A	(2,4)
B	(-4,0)
C	(2,0)
D	(-2,1)
E	(5,3)
F	(1,-2)
G	(-3,-1)
H	(5,-3)
I	(0,4)
J	(5,-3)
K	(-5,-2)
L	(0,1)

• • • • •

- c. Quais destes pontos pertencem ao eixo das abscissas, ou seja, o eixo OX?
Qual a característica especial deste par ordenado?

Resposta

B e C. Possui ordenada nula ($y=0$)

• • • • •

- d. Quais destes pontos pertencem ao eixo das ordenadas, ou seja, o eixo OY?
Qual a característica especial deste par ordenado?

Resposta

I e L. Possui abscissa nula ($x=0$)

• • • • •

- e. Identifique em que quadrante está situado cada ponto da tabela abaixo?

Resposta

PONTO	QUADRANTE
(1,5)	1º
(-7,-3)	3º
(-4,8)	2º
(2,-5)	4º

• • • • •

- f. Identifique a variação do sinal da abscissa e da ordenada de acordo com a localização do quadrante em que está o ponto (x,y):

Resposta

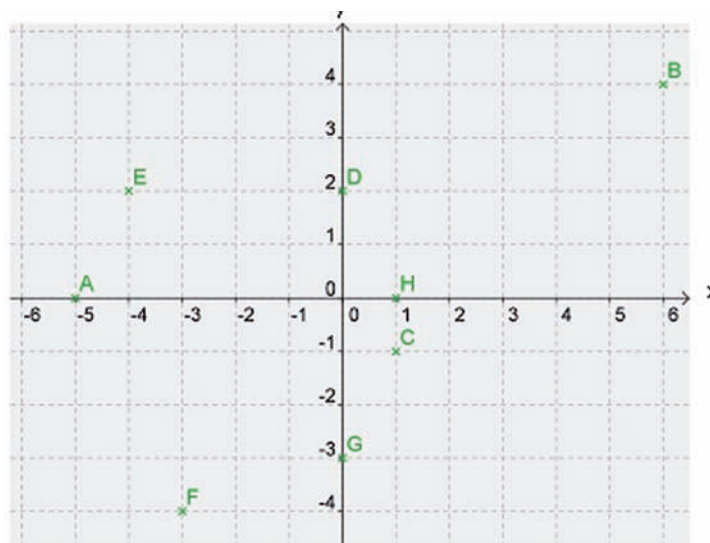
QUADRANTE	ABSCISSA (X)	ORDENADA (Y)
1º	Positiva	Positiva
3º	Negativa	Positiva
2º	Negativa	Negativa
4º	Positiva	Negativa

• • • • •

- g. Agora vamos praticar um pouco mais. Represente os pontos abaixo no Plano Cartesiano a seguir:

A (-5,0) B(6,4) C(1,-1) D(0,2) E (-4,2) F(-3,-4) G(0,-3) H(1,0)

Resposta



• • • • •

Recursos necessários:

Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais:

- A atividade será realizada em duplas, mas o registro será individual. Caso ocorra a sobra de algum aluno monte um trio.
- Após realização da atividade, os componentes da dupla devem trocar seus encartes e cada um irá rever o procedimento efetuado pelo outro colega.



Intervenção Pedagógica:

- Professor, esteja atento aos alunos que trocam o valor da abscissa pela ordenada, na identificação do par ordenado, para que possa orientá-los.
- Professor, os pontos sobre os eixos costumam oferecer mais dificuldade de marcação a certos alunos, em geral eles os marcam sobre o eixo errado. Neste caso, aproveite para levantar algumas perguntas que ajudem os alunos na identificação do eixo.
- Vale a pena fazer discriminações de sinais nos pares ordenados, de forma a identificar mais rapidamente o quadrante em que o ponto se encontra. Algo como a representação geral da forma $(+a, +b)$ para o primeiro quadrante. Faça o mesmo para os outros quadrantes.



SEGUNDA ETAPA

UM NOVO OLHAR ...

ATIVIDADE • PLANO DE SAÚDE

Objetivo: Descrever a expressão algébrica que representa uma função, calcular valores das variáveis e representar graficamente esta função. Compreender a Matemática como um recurso que auxilia na tomada de decisão.



Descrição da atividade:

A utilização de funções está intimamente ligada à dependência entre variáveis. Em situações cotidianas encontramos um ambiente fértil para explorar este conceito, bem como revelar o potencial de intervenção da Matemática na tomada de decisão. Nesta atividade os alunos devem resolver e registrar suas perspectivas em busca da solução mais adequada ao perfil de certa família.

Professor, veja a proposta de atividade para o aluno a seguir.

Leia com atenção o problema abaixo e responda os itens a seguir.

Para contratar um plano de saúde para sua família, Marcos fez uma pesquisa sobre os valores e os custos de serviços similares de dois planos de saúde de sua região. Após catalogar os dados de várias empresas Marcos chegou aos seguintes resultados:

Plano 1

Será cobrada uma taxa de R\$ 250,00 por mês. Dando direito as quantas consultas forem necessárias.

Plano 2

Será cobrado o valor de R\$ 75,00 para manutenção, e a cada consulta será cobrado valor de R\$ 25,00, pago no ato da consulta.

Na análise e solução das questões a seguir, chamaremos de "x" o número de consultas, e "y" o valor total a ser pago.

1. Você saberia descrever a expressão algébrica que utilizaremos para calcular o valor a ser pago no "plano 1"?

Resposta

A expressão que representa o valor pago no "plano 1" será $y = 250$.



2. Complete a tabela abaixo, utilizando as informações do "plano 1".

Resposta

NÚMERO DE CONSULTAS	EQUAÇÃO DA FUNÇÃO	VALOR A SER PAGO
1	$y = 250$	R\$ 250,00
2	$y = 250$	R\$ 250,00
3	$y = 250$	R\$ 250,00
4	$y = 250$	R\$ 250,00
5	$y = 250$	R\$ 250,00

3. Você saberia descrever a expressão que utilizaremos para calcular o valor pago pelo "plano 2"?

Resposta

A expressão que representa o valor pago no "plano 2" será $y = 75 + 25x$.



4. Complete a tabela abaixo utilizando as informações do "plano 2"

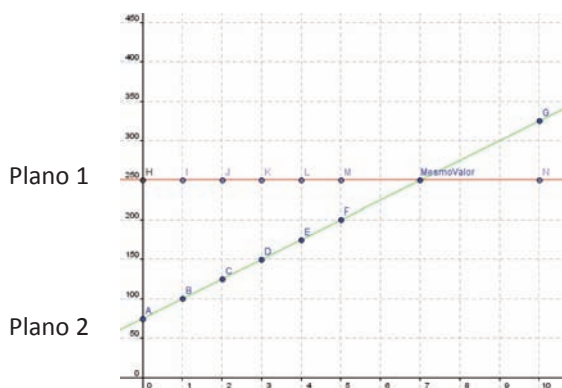
Resposta

NÚMERO DE CONSULTAS	EQUAÇÃO DA FUNÇÃO	VALOR A SER PAGO
0	$y = 75 + 25(0)$	R\$ 75,00
1	$y = 75 + 25(1)$	R\$ 100,00
2	$y = 75 + 25(2)$	R\$ 125,00
3	$y = 75 + 25(3)$	R\$ 150,00
4	$y = 75 + 25(4)$	R\$ 175,00
5	$y = 75 + 25(5)$	R\$ 200,00



5. Agora, utilize as tabelas feitas nas questões (1) e (2) e, num mesmo plano cartesiano, usando cores diferentes, faça os gráficos e responda às próximas perguntas.

Resposta



6. Se Marcos utilizar 3 consultas ao mês, qual será o plano mais favorável?

Resposta

O plano 2.

No "Plano 2", pagará R\$ 150,00, ou seja, R\$ 100,00 a menos que no "Plano 1".

$$y = 75 + 25(3) = 150,00$$



7. E se Marcos utilizar 10 consultas ao mês, qual será o plano mais em conta?

Resposta

O plano 1.

No "Plano 1", pagará R\$ 250,00, um valor fixo, enquanto no "plano 2", Marcos pagará R\$ 325,00 ($y = 75 + 25(10) = 325,00$)



8. Com quantas consultas, ao mês, o plano 1 e o plano 2 teriam o mesmo valor?

Resposta

Com 7 consultas, pois, como o valor no "Plano 1" não muda, independente do número de consulta, temos: $y = 250$

Calculando o mesmo valor a pagar, na equação do "plano 2", temos:

$$75 + 25x = 250$$

$$25x = 175$$

$$x = 7$$



Recursos necessários:

Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais

Estas atividades foram organizadas para que a turma seja organizada em duplas, como na etapa anterior. Cada uma delas deve discutir e confrontar os resultados, passo a passo. Caso ocorra a sobra de algum aluno monte um trio.

- O registro, porém, deve ser feito de forma individual.



Intervenção pedagógica

- Caro professor, esperamos que na questão 1 o aluno perceba que independente do número de consultas, o valor continuará o mesmo. Trata-se de uma função constante.
- Professor, na questão 2 é um bom momento para explicar aos alunos sobre o termo independente da função e também sobre a taxa de variação (neste caso, representado pelo valor 75 e pelo valor 25 respectivamente), diferenciando-os.
- Na questão 3 é importante destacar, para os alunos, as intersecções da reta com os eixos cartesianos. Nesse sentido, você poderia fazer as seguintes perguntas:
 - O Gráfico “corta” (intercepta) o eixo das Abscissas? (Fazer o aluno perceber que para isso, o número de consultas estaria “negativo”, o que não seria possível).
 - Onde o Gráfico “corta” (intercepta) o Eixo das Ordenadas? (Voltar para o assunto coeficiente linear, e fazê-lo perceber que quando o valor de $x = 0$, ele cortará o eixo y).
 - Existe algum ponto comum aos gráficos? Ou em qual ponto os gráficos se “encontram” (interceptam)? Discuta o significado deste ponto com a turma de forma a auxiliar a solução da questão 6.
- Professor, esperamos nos itens 4, 5 e 6 os resultados possam auxiliar o estudante na tomada de decisão e na valorização da representação gráfica da função, visto que ela nos oferece as respostas mais rapidamente.



TERCEIRA ETAPA:

FIQUE POR DENTRO!



ATIVIDADE • FÁBRICA DE BRINQUEDOS

Objetivo: Resolver um problema envolvendo função afim, de forma que o aluno reconheça e trabalhe com funções, utilizando um processo de descoberta dedutivo e prático.

Descrição da atividade:

A atividade propõe a resolução de um problema sobre o custo de produção de uma fábrica, utilizando custo fixo e variável, na produção de brinquedos.

Cada aluno deverá, por meio de resolução de problemas, resolver os itens solicitados. Em seguida, os alunos devem registrar as respectivas soluções encontradas.

Professor, veja a proposta para os alunos a seguir.

Leia com atenção o problema abaixo e responda os itens a seguir.

9. Num determinado país, a moeda, chamada de real, é muito valorizada em relação ao dólar. Este lugar é conhecido como o "País dos Brinquedos" e praticamente toda a produção mundial deste produto é realizada por lá. Neste local, há uma fábrica de brinquedos que tem um custo de produção composto de duas partes: um custo fixo de R\$ 380,00 mensais e um custo variado de R\$ 35,00 por brinquedo (peça) produzido. Sabemos que esse mês a fábrica gastou R\$ 2.130,00 com a produção desses brinquedos. Para auxiliar o sistema contábil e administrativo dessa fábrica deve-se preencher os dados da tabela abaixo. Vamos ajudar?
- a. Para facilitar o raciocínio, complete a tabela abaixo:

Resposta

Nº DE BRINQUEDOS PRODUZIDOS	CUSTO FIXO	Nº DE BRINQUEDOS x 35,00	CUSTO FINAL
1	380,00	$1 \times 35,00 = 35,00$	415,00
10	380,00	$10 \times 35,00 = 350,00$	730,00
20	380,00	$20 \times 35,00 = 700,00$	1080,00
30	380,00	$30 \times 35,00 = 1050,00$	1430,00
40	380,00	$40 \times 35,00 = 1400,00$	1780,00
50	380,00	$50 \times 35,00 = 1750,00$	2130,00

- b. Sabe-se que para o Natal a fábrica recebeu uma encomenda de 1000 brinquedos de uma loja situada em um Shopping da Zona Norte e de mais 800 brinquedos de outro situado na Zona Sul. Qual será o custo de produção em cada encomenda?

Resposta

Zona sul: $\text{Custo} = 380 + 1000 \times 35 = \text{R\$ } 35800,00$

Zona norte: $\text{Custo} = 380 + 800 \times 35 = \text{R\$ } 28380,00$



- c. Você seria capaz de determinar a expressão algébrica que permite calcular a quantidade x de brinquedos produzidos nesse mês?

Resposta

Nessa atividade, espera-se que o aluno utilize o raciocínio já utilizado nas atividades anteriores. Preenchendo a tabela, o aluno perceberá que há um crescimento à medida que há medida que o número de peças aumenta. Chamaremos de " x " o número de peças que serão fabricados ao longo do mês.

Na tabela, o aluno deve perceber que o custo fixo é um valor inicial que será aplicado independente do número de peças fabricado. Perceberá, ainda, que o valor não muda, portanto, será o termo independente.

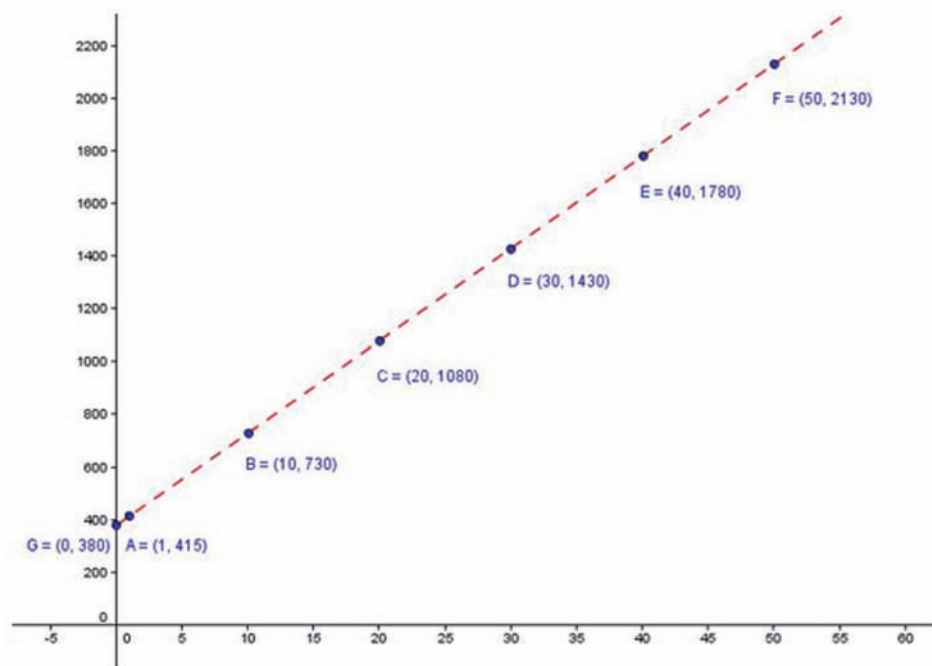
Se cada peça custará R\$ 35,00 para fábrica, o aluno logo perceberá que se deve multiplicar o número das peças pelo valor de custo de cada uma delas. É importante fazer com que o aluno chegue à conclusão o custo final de fábrica, será calculado pela soma do custo fixo pelo preço gasto para se fabricar cada peça.

Nessa altura, o aluno já percebeu que o número de peças que foram produzidas naquele mês é 50. Agora, você pode ajudá-lo a montar o problema com o seguinte questionamento: "Se o número de peças for ' x ', e o valor total gasto pela fábrica R\$ 2130,00, qual seria a expressão que utilizaríamos para calcular o número de peças?". Automaticamente, por associação, o aluno perceberá que se substituir o valor de peças "50" pelo valor " x ", encontrará o resultado esperado:

$$35x + 380 = 2130$$



- d. Para facilitar a apresentação dos resultados ao administrador da empresa, seu grupo deve esboçar o gráfico da tabela preenchida no item (a)?



Recursos necessários:

Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais:

- Estas atividades foram organizadas para que a turma seja dividida em grupos de três ou quatro alunos que devem discutir e confrontar os resultados, passo a passo.
- O registro, porém, deve ser individual.



Intervenção Pedagógica:

Professor, no item (a) explique aos alunos o conceito de custo fixo e custo variável, para depois falar sobre custo total.

Solicite que o grupo generalize a expressão algébrica e verifique se os valores da tabela estão corretos.

Na tabela do item (d) solicite que os alunos descubram o valor para nenhuma produção de brinquedos.

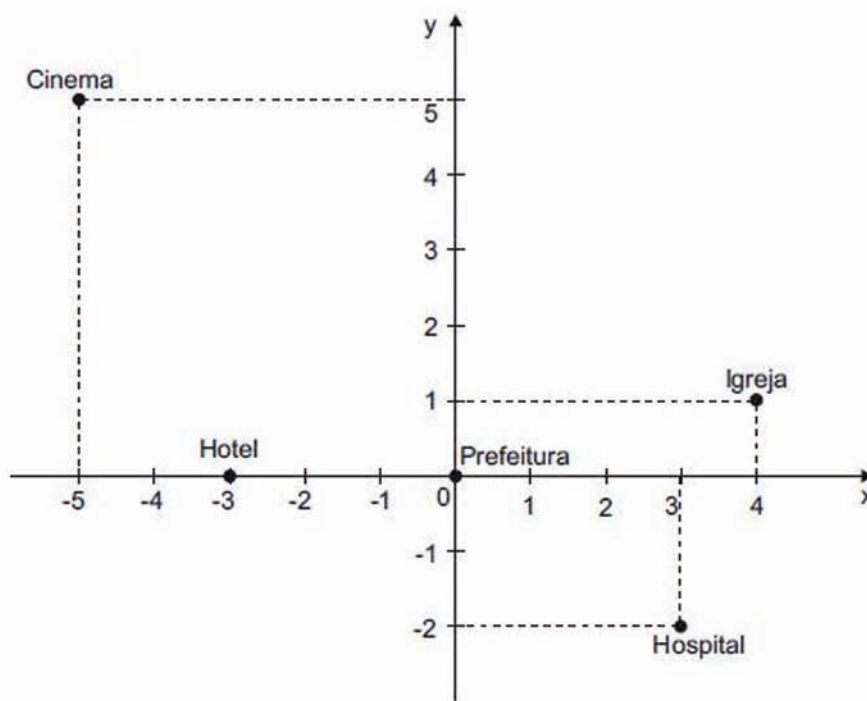


QUARTA ETAPA

Quiz



(Saerjinho – 2011 - adaptada) Marcos viajou de férias para uma cidade turística. Ele usou um sistema de coordenadas cartesianas para representar alguns pontos importantes dessa cidade.



Qual é o conjunto de coordenadas, nesse plano, que identifica: o cinema, a igreja, o hotel e o hospital respectivamente?

- a. A) $(-5, 5)$; $(4, 1)$; $(-3, 0)$; $(-2, 3)$.
- b. B) $(-5, 5)$; $(4, 1)$; $(-3, 0)$; $(3, -2)$.
- c. C) $(5, 5)$; $(4, 1)$; $(-3, 0)$; $(3, -2)$.
- d. D) $(5, -5)$; $(1, 4)$; $(0, -3)$; $(-2, 3)$.
- e. E) $(5, -5)$; $(1, 4)$; $(0, 0)$; $(-2, 3)$.

QUINTA ETAPA

ANÁLISE DAS RESPOSTAS AO QUIZ

Resposta

Letra B

O Aluno que marcou a letra (A) inverteu a abscissa com a ordenada do ponto referente ao hospital.

Aluno que marcou a letra (C) possivelmente identificou a abscissa como positiva e não reconheceu que a ordenada nesse quadrante é negativa.

O aluno que marcou a letra (D) inverteu os valores das abscissas com os da ordenada em todos os pontos que identificam os locais solicitados.

O aluno que marcou a letra (E) inverteu a abscissa com a ordenada e confundiu a localização do Hotel com o da Prefeitura, este último ocorreu provavelmente por falta de atenção.



ETAPA FLEX

PARA SABER +

A utilização da tecnologia computacional em sala de aula propicia um contexto simbólico onde os alunos e professores podem se relacionar sobre diversas ideias da matemática. É vislumbrando este ambiente que apresentamos, a seguir, dois softwares para que possa explorar suas potencialidades em sua aula.

O Geogebra é um programa livre, de geometria dinâmica, criado por Markus Hohenwarter para ser utilizado em sala de aula. Nele além de podermos traçar elementos geométricos, podemos também, utilizá-lo para nos ajudar a construir gráficos no plano cartesiano.

Software: Geogebra

- Disponível em: <http://www.baixaki.com.br/site/dwnld61655.htm>
- No site http://www.geogebra.org/help/docuPT_PT.pdf você encontra um bom tutorial para este programa.

Outro software gratuito e interessante é o **WINPLOT**. Ele é um programa da categoria dos "free softwares", elaborado por Richard Parris, da Phillips Exeter Academy. Ele tem a vantagem de ser simples, utiliza pouca memória, mas por outro lado dispõe de vários recursos que o torna atraente para os diversos níveis de ensino-aprendizagem.

Software: **WINPLOT**

- Disponível em: www.baixaki.com.br/download/winplot.htm
- No site <http://www.mat.ufpb.br/sergio/winplot/winplot.html> você encontra um bom tutorial para este programa.

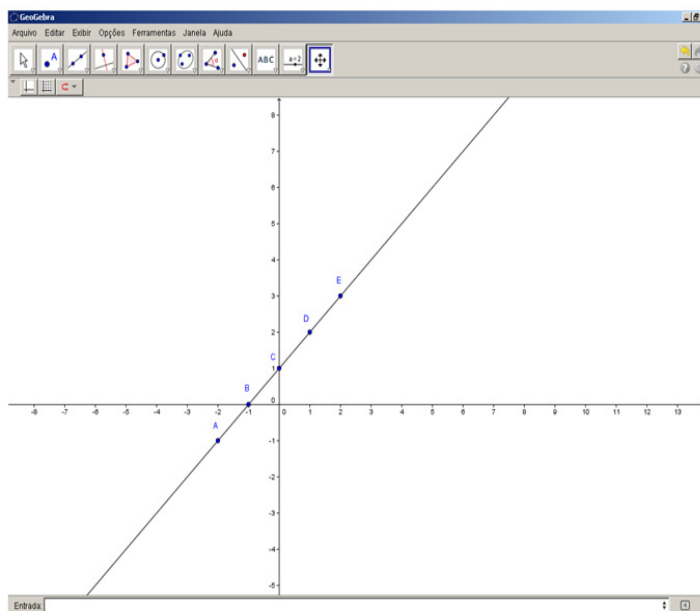
AGORA, É COM VOCÊ!

Traçar um gráfico, usando a expressão da função: Como você pode ver nos exercícios anteriores, muitas vezes, é necessário construir uma tabela, com as informações fornecidas no problema. Essa tabela irá facilitar a construção do gráfico. Neste exercício, complete a tabela. Com os pontos, trace no plano cartesiano e trace o gráfico.

a. $y = x + 1$

Resposta

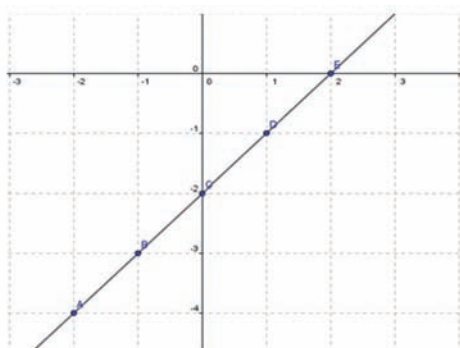
VALOR DE X	$y = x + 1$	VALOR DE Y	(x,y)
-2	$y = (-2) + 1$	-1	(-2,-1)
-1	$y = (-1) + 1$	0	(-1,0)
0	$y = (0) + 1$	1	(0,1)
1	$y = (1) + 1$	2	(1,2)
2	$y = (2) + 1$	3	(2,3)



b. $y = x - 2$

Resposta

VALOR DE X	$y = x - 2$	VALOR DE Y	(x,y)
-2	$y = (-2) - 2$	-4	(-2,-4)
-1	$y = (-1) - 2$	-3	(-1,-3)
0	$y = (0) - 2$	-2	(0,-2)
1	$y = (1) - 2$	-1	(1,-1)
2	$y = (2) - 2$	0	(2,0)



• • • • •

c. $y = 2x + 1$

Resposta

VALOR DE X	$y = 2x + 1$	VALOR DE Y	(x,y)
-2	$y = 2(-2) + 1$	-3	(-2,-1)
-1	$y = 2(-1) + 1$	-1	(-1,0)
0	$y = 2(0) + 1$	1	(0,1)
1	$y = 2(1) + 1$	3	(1,3)
2	$y = 2(2) + 1$	5	(2,5)

