Reforço escolar • Matemática •

Quebra-Cabeça de Cartões

Dinâmica 2

2ª Série | 1º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	2ª do Ensino Médio	Campo Algébrico Simbólico	Função Logarítmica

Aluno

Primeira Etapa
Compartilhando Ideias

Atividade • Potências e Xadrez

Leia a história!

A Lenda do tabuleiro de xadrez

Fonte: Adaptado de http://www.historyforkids.org/learn/islam/literature/chesswheat.htm.

Cerca de 1260 a. C. Ibn Khallikan, um historiador curdo escreveu uma enciclopédia com biografias de muitos homens famosos. Uma das biografias inclui uma história, passada na Índia, sobre a invenção do xadrez. De acordo com essa história, o rei Shihram era um tirano que oprimia os seus súditos. Um homem sábio chamado Sissa ibn Dahir, para lhe mostrar que um rei precisa de todos os seus súditos, devendo cuidar bem de todos eles, inventou um jogo para o rei jogar – o xadrez. O rei decidiu recompensar Sissa pela sua dedicação e perguntou-lhe o que ele gostaria de receber. Sissa respondeu que não queria nenhuma recompensa, mas o rei insistiu.

GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fundação CECIERJ Consórcio cederj

— Eu gostaria que colocasse um grão de trigo na primeira casa do meu tabuleiro, dois na segunda casa, quatro na terceira casa, oito na quarta e assim por diante.

Assim, o rei deveria duplicar o número de grãos de trigo ao preencher cada uma das 64 casas do tabuleiro.

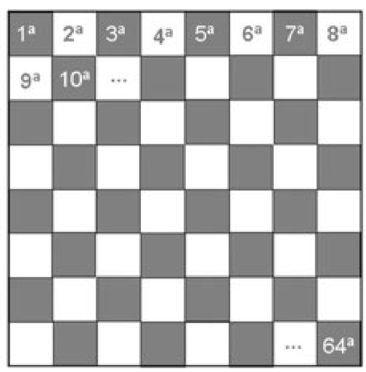
— Que parvo! — pensou o rei. — Essa é uma pequena recompensa, eu ter-lhe-ia dado muito mais!

O rei ficou espantado com a simplicidade do pedido, porém ainda mais surpreso ficou quando constatou que não conseguiria satisfazê-lo, pois o número total de grãos no tabuleiro seria enorme. Quando os escravos começaram a preencher a segunda metade do tabuleiro de xadrez, o rei Shihram percebeu que não poderia pagar mais...

Agora Sissa não parece assim tão parvo, aos olhos do rei. Na verdade, para preencher todas as casas do tabuleiro, ele precisaria de tanto trigo como seis vezes o peso de todos os seres vivos na Terra.

Sissa foi bem mais esperto do que o rei pensava!

Veja um tabuleiro de Xadrez.



Fonte: http://nautilus.fis.uc.pt/cab/5/xadrez.php.

O tabuleiro tem 64 casas.

Após a leitura da história, responda aos questionamentos a seguir.

1. Complete a cartela com o número de grãos de trigo das casas do tabuleiro da história:

1ª CASA	2ª CASA	3ª CASA	4ª CASA	5ª CASA	6ª CASA	7ª CASA

a. Quantos grãos de trigo são necessários para preencher a 10ª casa?

2. Organize, na tabela a seguir, as informações obtidas na questão 1.

NÚMERO DA CASA	NÚMERO DE GRÃOS		POTÊNCIAS DE BASE 2
1		1	2^0
2			
3			
4	8		
5	16	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$	
6			2^5
7			

3. Você deve ter reparado que a tabela é formada apenas por potências de base 2. Será que podemos pensar em “reduzir” a quantidade de casas? A tabela a seguir representa algumas potências de base 2 menores do que 1, complete-a.

POTÊNCIAS DE 2	OPERAÇÃO	FRAÇÃO	DECIMAL
2^{-1}	$1 \div 2^1$	$\frac{1}{2}$	
2^{-2}			0,25
2^{-3}	$1 \div 2^3$		
2^{-4}			

Segunda Etapa

Um novo olhar...

Atividade • Log-Figurinhas

Você recebeu de seu professor figurinhas (cartas) que formam cinco Log-Álbuns diferentes. Observe a figurinha com a inscrição “INÍCIO” e a equação logarítmica nela escrita. Organize as demais figurinhas desse conjunto, a fim de que a tira que se forme represente a solução dessa equação logarítmica.

Observe um Log-Álbum completo como exemplo.

INÍCIO	$\log_3 9 = x$	$3^x = 9$	$3^x = 3^2$	$x = 2$	FIM

Após montar os cinco Log-Álbuns, registre as sequências obtidas.

INÍCIO	$\log_{17} 1 = x$				FIM

INÍCIO	$\log_3 \frac{1}{9} = x$							FIM

INÍCIO	$\log_2 256 = x$				FIM

INÍCIO	$\log_4 8 = x$				

Aluno

			FIM

INÍCIO	$\log_3 81 = x$					FIM

Terceira Etapa

Fique por dentro!

Atividade • Corrente Logarítmica

Observe a Corrente Logarítmica com a resolução da equação $\log_3 x^4 = 8$.

INÍCIO	$\log_3 x^4 = 8$	$x^4 = 3^8$	$x^4 = \left(3^2\right)^4$	$x = 3^2 = 9$	FIM

Discuta com seus colegas sobre a formação das demais correntes e complete as etapas de resolução. Não há problema se você utilizar mais ou menos elos da corrente.

INÍCIO	$\log_x 32 = 5$				FIM
INÍCIO	$\log_x 125 = 3$				FIM
INÍCIO	$\log x^5 = 10$				FIM
INÍCIO	$\log_2 x^2 = 6$				FIM

Quarta Etapa

QuiZ

ENEM 2011 • Questão 137 • Prova Azul • Adaptada

A Escala e Magnitude de Momento (denotada como M_W) é uma escala logarítmica para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada que relaciona M_W e M_0 pela fórmula:

$$M_W = -10{,}7 + \frac{2}{3} log_{10}(M_0)$$

onde M_0 é o momento sísmico.

O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve 7,3 de magnitude M_w.

Qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe?

a. $10^{-5{,}10}$

b. $10^{-0{,}73}$

c. $10^{12{,}00}$

d. $10^{21{,}65}$

e. $10^{27{,}00}$

Aluno

Quinta Etapa

Análise das Respostas ao Quiz

Etapa Flex
Para saber +

Os logaritmos foram inventados no início do século 17, a fim de simplificar as trabalhosas operações aritméticas dos astrônomos, com vistas à elaboração de tabelas de navegação.

Com efeito, a regra

$$\log(xy) = \log x + \log y$$

e suas consequências, tais como

$$\log\left(\frac{x}{y}\right) = \log x - \log y$$

e

$$\log(x^n) = n \cdot \log x$$

permitem reduzir cada operação aritmética (exceto, naturalmente, a adição e a subtração) a uma operação mais simples, efetuada com os logaritmos. Esta maravilhosa utilidade prática dos logaritmos perdurou até recentemente, quando foi vastamente superada pelo uso das calculadoras eletrônicas.

A função logaritmo, entretanto, juntamente com sua inversa, a função exponencial, permanece como uma das mais importantes na Matemática, por uma série de razões que vão muito além da sua utilidade como instrumento de cálculo aritmético. Propriedades operatórias como essas são importantes para resolver algumas equações logarítmicas. Por exemplo, para resolver a equação

$$\log_2(x-3) + \log_2(x-2) = 1$$

no universo dos números reais, primeiro utilizamos a propriedade operatória que transforma a adição de logaritmos em multiplicação de logaritmandos

$$\log_2(x-3)\cdot(x-2) = 1$$

Em seguida, usamos a definição de logaritmos

$$(x-3)(x-2) = 2^1$$

Isso transforma o nosso problema inicial em uma equação do segundo grau, cujas raízes são 1 e 4. O valor de x = 1 transforma o logaritmando em valores negativos, logo deve ser descartado, devido à condição do logaritmo.

Assim, a única solução dessa equação logarítmica é x = 4.

Etapa Flex

Agora, é com você!

1. Escreva números nos quadrinhos em branco. Você sabe que pode discutir o assunto com seus colegas e, se houver dúvidas, recorra ao seu professor.

$10^1 = \square$	$10^{\square} = 10 \cdot 10$	$\square^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10$
$2^{\square} = \frac{1}{2}$	$2^{\square} = 1$	$2^2 = \square \cdot \square$
$2^{\square} = 8$	$\square^5 = 32$	$2^{\square} = 64$
$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \square$	$\square^{-1} = \frac{1}{3}$	$3^{\square} = 9$
$3^3 = \square$	$3^{\square} = 81$	$3^{\square} = 3 \cdot 3 \cdot 3$

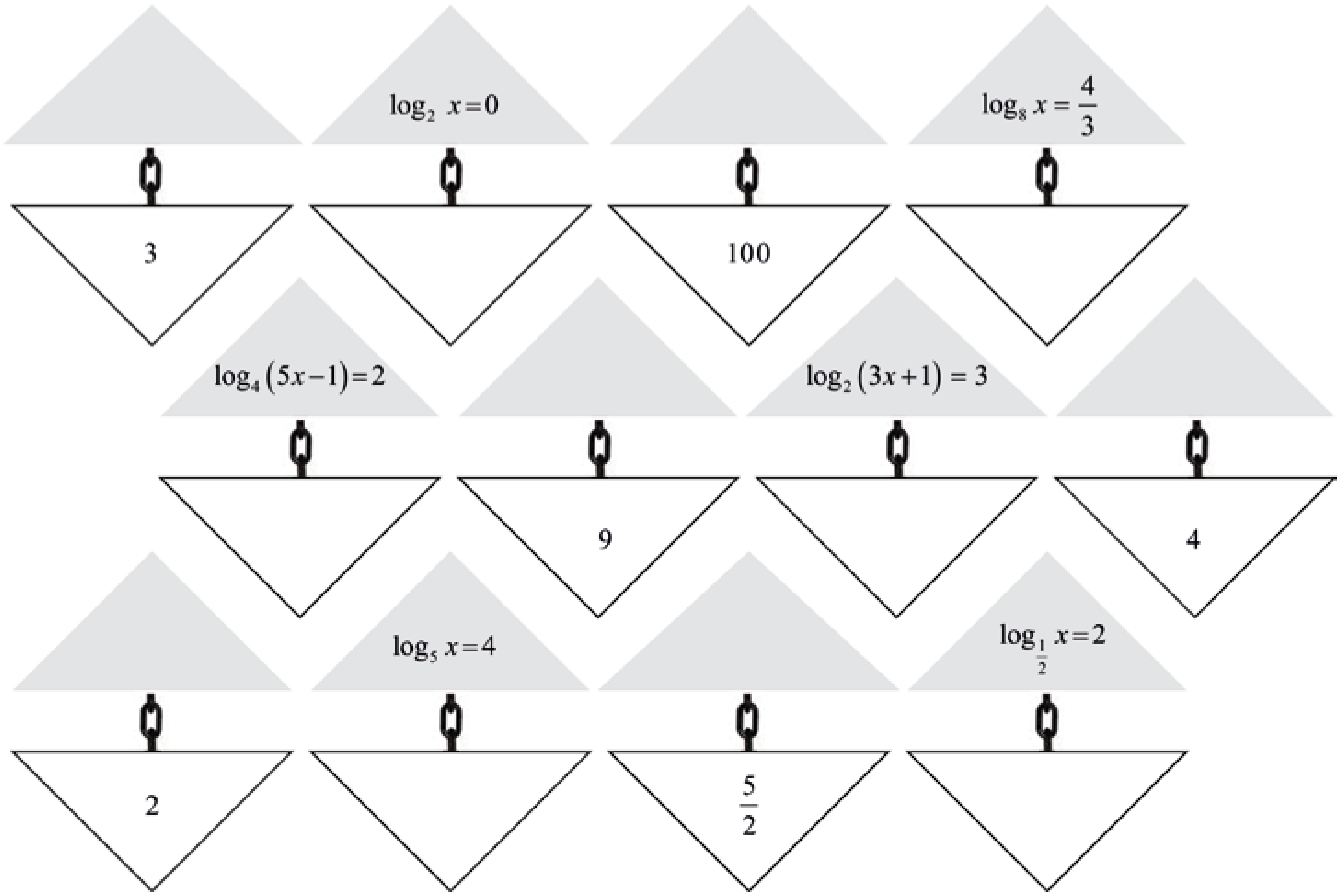
Agora, um desafio!

Complete o mosaico de funções, considerando que cada hipotenusa é o elo entre uma equação logarítmica e seu possível resultado. Você precisa usar todas as expressões da lista a seguir:

$\log_4(x-1) = \frac{1}{2}$	$\frac{7}{3}$	$\log_x 32 = 5$	1
$\log x = 2$	$\frac{17}{5}$	$\log_2(3-x) = -1$	625
$\log_x \frac{1}{9} = -1$	16	$\frac{1}{4}$	$\log_{x-2} 4 = 2$

Matemática

Aluno


$\log_2 x = 0$
$\log_8 x = \frac{4}{3}$
3
100
$\log_4(5x-1) = 2$
$\log_2(3x+1) = 3$
9
4
$\log_5 x = 4$
$\log_{\frac{1}{2}} x = 2$
2
$\frac{5}{2}$