Reforço escolar • Matemática •

Pingue-Pongue

Dinâmica 8

3ª Série | 1º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	3ª do Ensino Médio	Numérico Aritmético	Introdução à Probabilidade

DINÂMICA	Pingue-Pongue
HABILIDADE BÁSICA	H45 – Reconhecer / Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.
HABILIDADE PRINCIPAL	H67 - Resolver problemas, envolvendo probabilidade.
CURRÍCULO MÍNIMO	Calcular a probabilidade de um evento.

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

Professor

GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fundação CECIERJ Consórcio cederj

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar Ideias	Pingue-pongue numérico	20 a 25 min.	Grupos de 4 alunos ou 6 grupos, no máximo.	Individual
2	Um novo olhar...	Jogo dos Pares	20 a 25 min	Nos mesmos grupos, com correção coletiva.	Do grupo
3	Fique por dentro!	Qual a cor da bolinha?	15 a 25 min	Nos mesmos grupos, com correção coletiva.	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise das respostas ao Quiz	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor se tiver dúvidas.			

Apresentação

Esta dinâmica apresenta mais um problema de cálculo de probabilidades, já apontando para situações mais elaboradas como eventos complementares.

Aproveitando o cálculo das probabilidades, em que as frações estão sempre presentes, é feita uma revisão da transformação de fração para a forma decimal e vice-versa. A revisão aqui proposta não chega à obtenção das geratrizes de dízimas periódicas, a fim de dar tempo ao estudante para desenvolver todas as tarefas propostas.

Como nas outras ocasiões, você, professor, terá oportunidade de administrar o tempo gasto a fim de atender melhor à sua turma.

Primeira Etapa
Compartilhar ideias...

Atividade · Pingue-pongue numérico

Objetivo

Explorar um exemplo de transformação de fração em decimal e vice-versa.

Descrição da atividade

Dona Márcia vai passar um final de semana na praia e está levando 9 litros de leite para consumir em 4 dias. Ela quer dividir esse leite em 4 porções iguais, uma para cada dia. Vamos ajudá-la a resolver esse problema?

1. Qual a operação matemática envolvida?

( ) adição ( ) subtração ( ) multiplicação (x) divisão

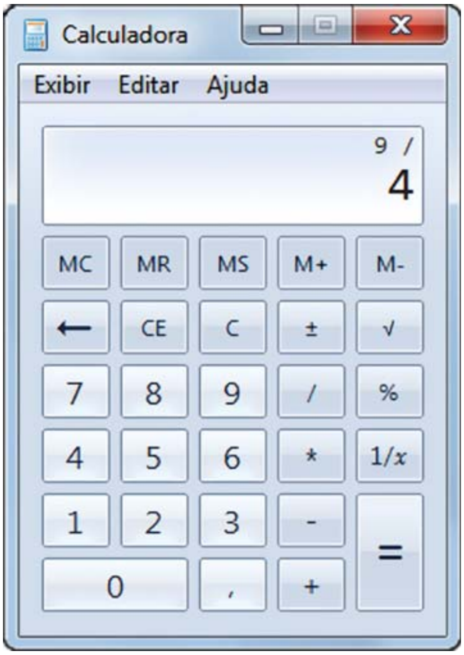
2. Como você representa essa operação com números e símbolos?

Resposta

O aluno pode usar uma das seguintes expressões: 9 ÷ 4 ou 9 : 4. Pode ser que ele use já a forma de fração: $\frac{9}{4}$*, mas isso será construído agora.*

Você já sabe fazer esse cálculo. Use uma calculadora e digite:

9	/	4	=



Ou faça o cálculo manualmente.

Matemática

Resposta

Ao calcular diretamente, o aluno terá que prolongar a divisão até os centésimos para chegar ao resto 0:

$$
\begin{array}{r|l}
9 & 4 \\ \cline{2-2}
-8 & 2,25 \\ \cline{1-1}
10 & \\
-8 & \\ \cline{1-1}
020 & \\
-20 & \\ \cline{1-1}
00 &
\end{array}
$$

• • • • •

3. O resultado dessa operação é um número inteiro?

Resposta

Não, pois houve resto na divisão. O resultado é um número racional não inteiro.

• • • • •

Quando Dona Márcia percebeu que 9 não era divisível por 4, ela não soube o que fazer. Márcia tinha faltado à aula, justamente no dia em que o professor ensinou essa operação. E agora? Ela dividiu cada litro em 4 partes iguais, e, dessa forma, usando garrafinhas menores, fez 4 porções iguais de cada litro e juntou 9 dessas porções para cada dia. Pronto, ela conseguiu dividir os 9 litros em 4 partes iguais. O que ela não sabia é que ela estava usando o mesmo número escrito de outra forma. Vejamos qual a forma que descreve o que Dona Márcia fez.

4. Que parte do litro é representada por cada uma dessas 4 garrafinhas? Como você escreve essa parte na forma de fração?

Resposta

Se ela dividiu cada litro em 4 partes iguais, cada uma delas é $\frac{1}{4}$ *do litro.*

• • • • •

5. E, agora, qual é a fração que descreve a quantidade de leite que Dona Márcia reservou para cada dia na praia?

Resposta

Como eram 9 litros e ela reservou $\frac{1}{4}$ *de cada um deles para cada dia, a quantidade de leite para cada dia será igual a* $\frac{9}{4}$.

• • • • •

6. Viu? Esse raciocínio nos mostrou que, em $\frac{9}{4}$, o traço de fração representa também a divisão de 9 por 4. Qual a conclusão que você pode tirar desses resultados?

Resposta

Que $\frac{9}{4} = 2{,}25$.

• • • • •

7. Como você lê o número obtido como resultado da divisão?

Resposta

Dois inteiros e vinte e cinco centésimos.

• • • • •

8. E, agora, você se lembra de como podemos multiplicar esse número na forma decimal por uma potência de 10 para se chegar a um número inteiro?

Resposta

A menor potência de 10 pela qual se pode multiplicar 2,25 para se obter um resultado inteiro é 100, pois $100 \times 2{,}25 = 225$.

• • • • •

9. Agora, como representar esse número na forma de uma fração decimal? Lembre-se de que toda fração decimal tem no denominador uma potência de base 10, ou seja, 10, 100, 1000, 10000, etc.

Resposta

$$2{,}25 = \frac{225}{100}$$

10. Simplifique a fração obtida, dividindo o numerador e o denominador pelo mesmo número, até não poder mais.

Resposta

$$\frac{225}{100} = \frac{45}{20} = \frac{9}{4}$$

Viu, como no pingue-pongue, fomos e voltamos!

Recursos necessários

- Encarte do aluno
- Calculadora simples

Procedimentos operacionais

- *Antes de iniciar esta atividade, a turma deve ser organizada em grupos de quatro alunos ou, no máximo, em 6 grupos para atender ao que será solicitado na etapa seguinte.*
- *O trabalho deve ser realizado com a participação de todos os membros do grupo, porém o registro será individual.*

Professor:

- *Os alunos podem encontrar dificuldade em efetuar a divisão solicitada no item 2. Se não trabalharam a dinâmica anterior, em que este tema é tratado, precisam ser orientados quanto à colocação da vírgula no quociente e dos zeros nos restos.*
- *A história da Dona Márcia tem o objetivo de justificar a identificação do traço de fração com a operação de divisão. O aluno precisa perceber que se chega à fração $\frac{9}{4}$, tanto pela definição conhecida da fração como 9 partes de uma unidade que foi dividida igualmente em 4 partes, no caso, essa unidade é o litro de leite, como quando a Dona Márcia dividiu igualmente os 9 litros por 4. Sempre vale a pena lembrar que este processo pode ser generalizado mais ou menos com esse mesmo raciocínio, mas o caso aqui apresentado não é uma prova, pois é um caso particular.*
- *A transformação do número na forma decimal em fração usa os mesmos argumentos já utilizados nas operações com números decimais: que a multiplicação pelas potências de 10 pode arrastar a vírgula para a direita, até que ela desapareça e que a divisão e a multiplicação são operações inversas, uma desfaz o que a outra faz.*

Segunda Etapa
Um novo olhar...

Atividade • Jogo dos Pares

Objetivo

Sistematizar a transformação de fração em decimal e vice-versa.

Descrição da Atividade

Você já viu que para escrever uma fração na forma decimal, basta fazer a divisão do numerador (número acima do traço) pelo denominador (número abaixo do traço).

E para escrever um número decimal com um número finito de algarismos em forma de fração, como você pode fazer?

Uma dica: Lembre-se do que você fez na etapa anterior, multiplicando e dividindo o número pela mesma potência de 10.

Resposta

Basta "apagar" a vírgula do número, contar o número de casas depois da vírgula para saber qual foi a potência de 10 pela qual ele foi multiplicado com o corte da vírgula. O numerador da fração é o número sem a vírgula e o denominador é a potência de 10 que tem tantos zeros quantas foram as casas decimais do número dado.

E, agora, vamos praticar?

Você e seus colegas vão jogar um Jogo dos Pares com os cartões que seu professor vai entregar ao seu grupo. Você pode fazer os cálculos que considerar necessários.

Recursos necessários

- Encarte do aluno
- Um conjunto de cartões para o jogo dos Pares para cada grupo, disponível para recorte em anexo

Professor

Procedimentos operacionais

- *Mantenha a turma organizada nos mesmos grupos. A limitação de 6 grupos atende ao material disponível em anexo: 6 conjuntos de cartões do jogo dos Pares que devem ser previamente recortados e separados.*
- *Ao entregar os cartões para seus alunos, você pode conferir se eles conhecem a regra desse tipo de jogo:*
  1. *Cada grupo recebe 36 cartões embaralhados e deve reunir os pares que representem o mesmo número.*
  2. *Ganha o grupo que formar os 18 pares em menos tempo ou o grupo que formar mais pares no tempo disponível para o jogo.*
- *Você estabelece quando deve terminar o jogo: se quando os grupos "casarem" todos os cartões ou pela contagem do tempo.*
- *Se algum grupo não completar os pares, vale a pena dar mais alguns minutos no final para que todos os grupos virem os cartões e juntem os pares que não foram encontrados durante a partida.*

Professor:

- *Os cartões para o jogo são os seguintes, em que os pares estão, um ao lado do outro, na mesma linha:*

$\frac{1}{2}$	0,5	$\frac{14}{7}$	2	$\frac{3}{2}$	1,5
$\frac{5}{8}$	0,625	$\frac{3}{8}$	0,375	$\frac{5}{2}$	2,5
$\frac{5}{4}$	1,25	—	0,75	$\frac{1}{4}$	0,25
$\frac{7}{10}$	0,7	$\frac{5}{100}$	0,05	$\frac{3}{5}$	0,6
$\frac{3}{25}$	0,12	$\frac{321}{321}$	1	$\frac{9}{4}$	2,25
$\frac{1}{3}$	0,333... (sem fim)	$\frac{2}{3}$	0,666... (sem fim)	$\frac{4}{3}$	1,333... (sem fim)

- *É importante que os alunos façam as contas nos 2 sentidos: ora façam uma divisão, ora reduzam um decimal a fração decimal e, daí, por simplificação, reconheçam 2 representações diferentes do mesmo número racional.*
- *É recomendável circular pela sala de aula, acompanhando os grupos e sanando as eventuais dúvidas que surgirão.*
- *Nesta dinâmica, não foi abordado o procedimento de cálculo para encontrar a geratriz de uma dízima periódica. O assunto é mais delicado e pouco frequente nos temas que serão desenvolvidos nesta série. Se houver oportunidade, ele poderá ser revisto por ocasião de uma eventual revisão das equações do 1º grau a uma incógnita. Neste jogo, então, os alunos que não saibam como achar essa geratriz poderão estabelecer a igualdade necessária, fazendo a divisão e verificando que o algarismo do quociente vai se repetir, indefinidamente.*

Terceira Etapa

Fique por dentro!

Atividade • Qual a cor da bolinha?

Objetivo

Examinar um problema de cálculo de probabilidade, diretamente pela contagem das possibilidades.

Descrição da atividade

O passatempo favorito de Marcelo, depois de estudar Matemática, é claro, é jogar pingue-pongue. Ele ganhou de seu pai um pacote com 6 bolinhas: 2 bolinhas brancas, 2 verdes e 2 azuis. Ele usa uma bolinha em cada partida e acredita que tem mais sorte nos dias em que usa bolinhas de cores diferentes, uma cor para cada partida. Ele tira as bolinhas do pacote sem olhar, joga a partida e descarta aquela bolinha.

Hoje, Marcelo vai jogar 2 partidas.

1. Qual é a probabilidade que ele tem de jogar com bolinhas de cores diferentes?

   Você pode começar por contar quantas são as possibilidades de retirar 1 bolinha do pacote e depois outra. Se achar por bem, pode usar as figuras de bolinhas para recorte no anexo do seu encarte.

Resposta

Na 1ª retirada, Marcelo tem 6 bolinhas no pacote e pode sortear uma qualquer delas. Na 2ª retirada, ele só terá 5 bolinhas, pois já descartou uma. Serão, então, 6 × 5 = 30 possibilidades ao todo.

Para essa verificação, os estudantes podem usar os cartões com as bolinhas que estão disponíveis para recorte no anexo do Encarte do aluno:

• • • • •

2. Estão contados, nessas possibilidades, pares de bolinhas da mesma cor e pares de bolinhas de cores diferentes. O que você prefere contar: quantos são os pares de bolinhas de mesma cor ou aqueles de bolinhas de cores diferentes? Escolha um deles e você vai saber quantos são os outros.

Resposta

Indicadas as bolas Brancas por B, as verdes por V e as azuis por A, os pares de mesma cor serão: BB, VV ou AA. Lembrando que há 2 bolinhas de cada cor e que a bola retirada é descartada, há 2 possibilidades de sorteio da 1ª bola B e 1 só possibilidade para o sorteio da 2ª bola B, logo serão 2 × 1 = 2 possibilidades de sorteio de um par BB. O mesmo vale para os pares VV e AA. São, portanto, ao todo 2 + 2 + 2 = 6 possibilidades de sorteio de pares de mesma cor. Sendo 30 o total das possibilidades de pares, deve ser de 30 – 6 = 24 o número de possibilidades de pares de cores diferentes.

Ou, contando diretamente os pares de cores diferentes. Eles serão: BV ou BA ou VB ou VA ou AB ou AV. Ora, por exemplo, contando as possibilidades de sair o par BV: são 2 as possibilidades de sair uma bola branca e tirada esta, ainda ficam 2 verdes, logo, são 2 × 2 = 4 as possibilidades de sair um par misto como o BV. Mas são 6 pares diferentes, cada um deles com 4 possibilidades, logo, ao todo, são 6 × 4 = 24 possibilidades de saírem pares de cores diferentes.

Esse cálculo poderia ter sido feito diretamente: são 6 possibilidades de sair a 1ª bola. Retirada 1 bola, há só 1 da mesma cor, logo são só 6 possibilidades de saírem pares da mesma cor. Mas, para cada bolinha na 1ª retirada, há ainda 4 bolinhas de outra cor que podem sair, são, portanto, 6 × 4 = 24 possibilidades de saírem pares de cores diferentes.

• • • • •

3. E, então, qual a probabilidade que Marcelo terá de jogar com bolinhas de cores diferentes?

Resposta

Pelos cálculos feitos, a probabilidade de Marcelo jogar com bolinhas de cores diferentes será igual a $\frac{24}{30} = \frac{4}{5}$*, o que representa uma boa chance.*

• • • • •

4. Qual é maior: a probabilidade de saírem bolas de cores diferentes ou da mesma cor?

Resposta

Basta ver que a probabilidade de saírem bolas de mesma cor é igual a $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$ *, que é 4 vezes menor do que a anterior.*

• • • • •

Matemática

Recursos necessários

- Encarte do aluno
- Cartões com as 6 bolinhas para simulação dos casos possíveis

Procedimentos operacionais

- *A manutenção dos grupos tem como principal razão a administração do tempo.*
- *Durante o desenrolar da atividade, você vai julgar se é preciso, ou não, fazer uma discussão coletiva sobre o problema.*

Intervenção Pedagógica

Professor:

- *Você pode estimular seus alunos a usarem uma notação como está sugerida na resolução: BB, BV etc. para indicar os diversos pares. Se os alunos ainda apresentarem dificuldade, você pode sugerir a eles que reúnam os cartões de todo o grupo, a fim de montar os possíveis pares no sorteio. Como foi visto que são 30 pares, 60 bolinhas (20 de cada cor) são suficientes para expor todos os pares possíveis. Para isso, cada Encarte conta com 15 bolinhas.*
- *Deve ser destacado sempre que a razão que representa a probabilidade é definida por:* $\dfrac{\text{quantidade de casos favoráveis}}{\text{quantidade de casos possíveis}}$.
- *Esta dinâmica lida com eventos complementares. Este assunto será tema do Currículo Mínimo no 2º bimestre e, por isso, não foi destacado desta vez. A ideia, porém já está lançada. Os eventos "pares de mesma cor" ou "pares de cores diferentes" são eventos complementares. O cálculo da probabilidade do evento "pares da mesma cor" poderia ter sido feito diretamente como* $1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$*, se fosse observado que são eventos complementares.*

Professor

Quarta Etapa
Quiz

Questão • (UFPE, 2002)

Um saco contém 12 bolas verdes e 8 bolas amarelas. Quantas bolas azuis devem ser colocadas no saco, de modo que a probabilidade de retirarmos do mesmo, aleatoriamente, uma bola azul, seja 2/3?

a. 10

b. 20

c. 36

d. 40

e. 60

Quinta Etapa
Análise das Respostas ao Quiz

Resposta

A resposta correta é a alternativa (d).

O saco já contém 20 bolas. Nenhuma delas é azul. A fim de que a probabilidade de que saia uma bola azul seja $\frac{2}{3}$ *é preciso que haja 2 bolas azuis para cada 3 bolas dentro do saco. Ou seja, o número de bolas azuis deve ser o dobro do número das outras bolas. Como há 12 + 8 = 20 bolas de outra cor, será preciso colocar lá 40 bolas azuis.*

Um outro modo de encarar o problema será algebricamente, com uso de uma incógnita. Seja x o número de bolas azuis no saco. Serão, portanto, x bolas azuis, num saco com 20 + x bolas. A probabilidade de ser sorteada uma bola azul desse saco será, igual a $\frac{x}{20+x}$. *E a questão pede que essa probabilidade seja* $\frac{2}{3}$, *então está montada a equação:* $\frac{x}{20+x} = \frac{2}{3}$. *Essa equação é equivalente àquela que se obtém pelo produto em cruz (porque x é um número positivo, então, 20 + x não é 0):*

$3x = 40 + 2x$ *, donde:* $x = 40$.

Neste tipo de questão, o aluno poderá também testar as diversas opções propostas, considerando que, no saco já existem 20 bolas que não são azuis:

- *pela opção (a), seriam acrescentadas 10 bolas azuis e a probabilidade de sair uma bola azul seria igual a* $\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$, *que é diferente de* $\frac{2}{3}$. *Não serve esta opção.*

- *pela opção (b), seriam acrescentadas 20 bolas azuis e a probabilidade de sair uma bola azul seria igual a $\frac{20}{40}=\frac{1}{2}$, que é diferente de $\frac{2}{3}$. Não serve esta opção.*
- *pela opção (c), seriam acrescentadas 36 bolas azuis e a probabilidade de sair uma bola azul seria igual a $\frac{36}{56}=\frac{9}{14}=\frac{27}{42}$, que é diferente de $\frac{2}{3}=\frac{28}{42}$. Não serve esta opção.*
- *pela opção (d), seriam acrescentadas 40 bolas azuis e a probabilidade de sair uma bola azul seria igual a $\frac{40}{60}=\frac{2}{3}$. Esta opção é correta.*
- *Para conferir o próprio teste, verifica-se a opção (e), pela qual seriam acrescentadas 60 bolas azuis e a probabilidade de sair uma bola azul seria igual a $\frac{60}{80}=\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$, que é diferente de $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$. Também não serve esta opção.*

Distratores:

- *Se, ao resolver a equação, o aluno se esquecer de multiplicar $20 + x$ por 2, chegará à equação $3x = 20 + x$ e, daí, a $x = 10$, optando pela letra (a).*
- *Se, ao resolver a equação, o aluno se esquecer de multiplicar 20 por 2, chegará à equação $3x = 20 + 2x$ e, daí, a $x = 20$, optando pela letra (b).*
- *A opção (c) pode ter sido escolhida ao acaso, mas o aluno pode também ter feito uma avaliação grosseira, percebendo que o número de bolas azuis deveria estar próximo do dobro do número das outras bolas e ter escolhido o 36 por ser múltiplo de 2 e de 3, ao invés do 40 que não é múltiplo de 3.*
- *Já a opção (e) pode ter sido escolhida pelo aluno que se engane e responda qual seria o total de bolas ao invés de contar só as azuis.*

Professor

Etapa Flex

Para saber +

1. Sobre a representação decimal dos números racionais, vale a pena saber que, dado um número racional escrito em forma de fração irredutível, é possível saber se o desenvolvimento decimal é finito ou infinito (uma dízima periódica).

Fração irredutível é aquela que não mais seja possível simplificar, pois não há divisores comuns ao numerador e denominador, a não ser o 1.

- Se o denominador da fração irredutível só tiver os fatores primos 2 ou 5, então, o desenvolvimento é finito. Isto é, se o denominador da fração for uma potência de 2 ou uma potência de 5 seguida de zeros. Isso fica claro porque esse denominador poderá ser multiplicado por uma potência de 5 ou de 2 de modo a completar o que falta para obter só potências de 10, tornando-se um denominador igual a 1, seguido de alguns zeros. Basta completar de forma que o número de fatores 2 seja igual ao número de fatores 5 e a nova fração será, então, decimal. Sua representação decimal será o novo numerador com uma vírgula resultante da divisão pela potência de 10 em que se tornou o novo denominador. Por exemplo, a fração $\frac{3}{25}$ terá uma representação decimal finita, pois $\frac{3}{25}=\frac{3}{5^2}=\frac{3\times 2^2}{5^2\times 2^2}=\frac{12}{10^2}=\frac{12}{100}=0{,}12$.

Por outro lado, se o denominador da fração irredutível tiver algum fator primo diferente de 2 e de 5, não há como multiplicá-lo por um número inteiro de modo a torná-lo uma potência de 10. O número racional que ela representa terá, então, como desenvolvimento decimal uma dízima periódica.

Por exemplo, a fração irredutível $\frac{4}{3}$, cujo denominador tem 3 como fator primo, não pode ser transformada numa fração decimal (não há número natural que multiplicado por 3 dê uma potência de 10 porque o fator primo 3 não é divisor de potências de 10, apenas o 2 e 5 o são). Então, na divisão de 4 por 3, ainda que continuada para quociente decimal, nunca irá aparecer o resto 0. Se o resto 0 aparecesse em algum ponto, a fração teria um desenvolvimento finito e seria, portanto, equivalente a uma fração com denominador igual a uma potência de 10. Então, só poderão aparecer restos 1 e 2. Assim, no 1º ou 2º passo da divisão, o resto se repetirá e os algarismos também se repetem no quociente, a partir daí.

Com efeito:

$$
\begin{array}{r|l}
4 & 3 \\ \cline{2-2}
-\ 3 & 1{,}333\ldots \\ \cline{1-1}
1\ 0 & \\
-\ 9 & \\ \cline{1-1}
1 &
\end{array}
$$

Esse fato se dá com qualquer denominador que tenha um fator primo diferente de 2 e de 5. Por exemplo, o desenvolvimento da fração irredutível $\frac{65}{37}$ é obtido pela divisão de 65 por 37. O resultado deve ser uma dízima periódica porque os restos que podem aparecer são só os números (inteiros) de 1 a 36. Ainda que se tenha que prolongar 37 etapas da divisão, em algum ponto o resto vai se repetir. Veja o que acontece:

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
6 & 5 & & & & 3\ 7 \\ \cline{6-6}
- & 3 & 7 & & & 1{,}756 \\ \cline{1-5}
 & 2 & 8 & 0 & & \\
- & 2 & 5 & 9 & & \\ \cline{1-5}
 & 0 & 2 & 1 & 0 & \\
 & - & 1 & 8 & 5 & \\ \cline{2-5}
 & & 0 & 2 & 5\ 0 & \\
 & & - & 2 & 2\ 2 & \\ \cline{3-5}
 & & & 0 & 2\ 8 &
\end{array}
$$

E, de fato, bem cedo o resto **28** se repete, o que significa que o resultado será a dízima periódica: **1,756756756 ...**

Uma observação importante sobre tais cálculos é que a conclusão sobre o resultado de uma divisão nem sempre pode ser obtida numa calculadora ou num computador. Por exemplo, conhecidos muitos algarismos de uma representação decimal, não é possível dizer se ela é finita, ou infinita e, se infinita, se ela é periódica, ou não. Essa informação deve vir de uma análise do próprio número a partir de outros dados. Por exemplo, são conhecidos bilhões de casas decimais do número π, e até aí não aparece repetição periódica, mas são outros argumentos algébricos que garantem que π é irracional e que, portanto, não surgirá mesmo qualquer período na sua representação decimal.

2. Indicamos o link de um aplicativo que é uma ferramenta útil para explorar o conceito inicial e intuitivo do princípio multiplicativo para o cálculo de possibilidades e combinações.

   http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/estudo-das-probabilidades.htm

Agora, é com você!

1. Encontre a representação decimal de cada um dos números racionais definidos a seguir:

a. $\dfrac{12}{25} = 0{,}48$

Resposta

$$
\begin{array}{r|l}
120 & 25 \\ \hline
-100 & 0{,}48 \\ \hline
200 & \\
-200 & \\ \hline
000 &
\end{array}
$$

b. $\dfrac{15}{8} = 1{,}875$

Resposta

$$
\begin{array}{r|l}
15 & 8 \\ \hline
-8 & 1{,}875 \\ \hline
70 & \\
-64 & \\ \hline
60 &
\end{array}
$$

Professor

$$
\begin{array}{r|}
-56 \\ \hline
40 \\
-40 \\ \hline
00
\end{array}
$$

c. $\dfrac{200}{101}$ = 1,980198019801 ... (dízima periódica de período 9801)

Resposta

$$
\begin{array}{r|l}
200 & 101 \\ \cline{2-2}
-101 & 1,9801 \\ \hline
0990 & \\
-909 & \\ \hline
810 & \\
-808 & \\ \hline
00200 &
\end{array}
$$

d. $\dfrac{13}{16} = 0{,}8125$

Resposta

$$
\begin{array}{r|l}
130 & 16 \\ \cline{2-2}
-128 & 0,8125 \\ \hline
0020 & \\
-16 & \\ \hline
40 & \\
-32 & \\ \hline
080 &
\end{array}
$$

$$\begin{array}{r|}
-\,80 \\ \hline
00
\end{array}$$

• • • • •

2. Agora, para conferir seus cálculos transforme os decimais com um número finito de algarismos em fração e simplifique a fração até chegar ao número como ele foi dado no exercício anterior. No caso da dízima periódica, se você não lembra como achar uma fração geratriz, verifique sua resposta fazendo a divisão na calculadora.

Resposta

a. *$0{,}48 = \frac{48}{100} = \frac{12}{25}$, em que a simplificação foi feita dividindo numerador e denominador por 4.*

b. *$1{,}875 = \frac{1875}{1000} = \frac{375}{200} = \frac{75}{40} = \frac{15}{8}$, em que a simplificação foi feita dividindo três vezes por 5, o que significa que poderia ser feita pela divisão do numerador e denominador por $5 \times 5 \times 5 = 125$.*

c. *Dízima periódica (conferir a divisão numa calculadora), ou, para aqueles que conhecem: fazendo x = 1,980198019801 ... (dízima periódica de período 9801) e, multiplicando por uma potência de 10 para obter ainda a mesma parte decimal:*

10000 x = 19801,98019801 ... (dízima periódica de período 9801), donde:

$10000\,x - x = 19801 - 1$, ou: $9999\,x = 19800$ ou $x = \frac{19800}{9999}$ e, por simplificação:

$\frac{19800}{9999} = \frac{2200}{1111} = \frac{101}{200}$, em que numerador e denominador foram divididos sucessivamente por 9 e por 11, ou poderiam ter sido divididos por $9 \times 11 = 99$.

d. *$0{,}8125 = \frac{8125}{10000} = \frac{1625}{2000} = \frac{325}{400} = \frac{65}{80} = \frac{13}{16}$, em que a simplificação foi feita dividindo quatro vezes por 5, o que significa que poderia ser feita pela divisão do numerador e denominador por $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$.*

• • • • •

GRUPO 1

Professor

$\frac{1}{2}$	0,5	$\frac{14}{7}$
$\frac{5}{8}$	0,625	$\frac{3}{8}$
$\frac{5}{4}$	1,25	$\frac{3}{4}$
$\frac{7}{10}$	0,7	$\frac{5}{100}$

$\frac{3}{25}$	0,12	$\frac{321}{321}$
$\frac{1}{3}$	0,333... (sem fim)	$\frac{2}{3}$
2	$\frac{3}{2}$	1,5
0,375	$\frac{5}{2}$	2,5
0,75	$\frac{1}{4}$	0,25

Anexo I

Anexo I

0,05	$\frac{3}{5}$	0,6
1	$\frac{9}{4}$	2,25
0,666... (sem fim)	$\frac{4}{3}$	1,333... (sem fim)

GRUPO 2

$\frac{1}{2}$	0,5	$\frac{14}{7}$
$\frac{5}{8}$	0,625	$\frac{3}{8}$
$\frac{5}{4}$	1,25	$\frac{3}{4}$
$\frac{7}{10}$	0,7	$\frac{5}{100}$

Anexo 1

$\frac{3}{25}$	0,12	$\frac{321}{321}$
$\frac{1}{3}$	0,333... (sem fim)	$\frac{2}{3}$
2	$\frac{3}{2}$	1,5
0,375	$\frac{5}{2}$	2,5
0,75	$\frac{1}{4}$	0,25

Anexo I

0,05	$\frac{3}{5}$	0,6
1	$\frac{9}{4}$	2,25
0,666... (sem fim)	$\frac{4}{3}$	1,333... (sem fim)

GRUPO 3

$\frac{1}{2}$	0,5	$\frac{14}{7}$
$\frac{5}{8}$	0,625	$\frac{3}{8}$
$\frac{5}{4}$	1,25	$\frac{3}{4}$
$\frac{7}{10}$	0,7	$\frac{5}{100}$

$\frac{3}{25}$	0,12	$\frac{321}{321}$
$\frac{1}{3}$	0,333... (sem fim)	$\frac{2}{3}$
2	$\frac{3}{2}$	1,5
0,375	$\frac{5}{2}$	2,5
0,75	$\frac{1}{4}$	0,25

0,05	$\frac{3}{5}$	0,6
1	$\frac{9}{4}$	2,25
0,666... (sem fim)	$\frac{4}{3}$	1,333... (sem fim)

GRUPO 4

$\frac{1}{2}$	0,5	$\frac{14}{7}$
$\frac{5}{8}$	0,625	$\frac{3}{8}$
$\frac{5}{4}$	1,25	$\frac{3}{4}$
$\frac{7}{10}$	0,7	$\frac{5}{100}$

$\frac{3}{25}$	0,12	$\frac{321}{321}$
$\frac{1}{3}$	0,333... (sem fim)	$\frac{2}{3}$
2	$\frac{3}{2}$	1,5
0,375	$\frac{5}{2}$	2,5
0,75	$\frac{1}{4}$	0,25

0,05	$\frac{3}{5}$	0,6
1	$\frac{9}{4}$	2,25
0,666... (sem fim)	$\frac{4}{3}$	1,333... (sem fim)

Anexo I

GRUPO 5

$\frac{1}{2}$	0,5	$\frac{14}{7}$
$\frac{5}{8}$	0,625	$\frac{3}{8}$
$\frac{5}{4}$	1,25	$\frac{3}{4}$
$\frac{7}{10}$	0,7	$\frac{5}{100}$

Anexo 1

$\frac{3}{25}$	0,12	$\frac{321}{321}$
$\frac{1}{3}$	0,333... (sem fim)	$\frac{2}{3}$
2	$\frac{3}{2}$	1,5
0,375	$\frac{5}{2}$	2,5
0,75	$\frac{1}{4}$	0,25

Anexo I

0,05	$\frac{3}{5}$	0,6
1	$\frac{9}{4}$	2,25
0,666... (sem fim)	$\frac{4}{3}$	1,333... (sem fim)

GRUPO 6

$\frac{1}{2}$	0,5	$\frac{14}{7}$
$\frac{5}{8}$	0,625	$\frac{3}{8}$
$\frac{5}{4}$	1,25	$\frac{3}{4}$
$\frac{7}{10}$	0,7	$\frac{5}{100}$

$\frac{3}{25}$	0,12	$\frac{321}{321}$
$\frac{1}{3}$	0,333... (sem fim)	$\frac{2}{3}$
2	$\frac{3}{2}$	1,5
0,375	$\frac{5}{2}$	2,5
0,75	$\frac{1}{4}$	0,25

0,05	$\frac{3}{5}$	0,6
1	$\frac{9}{4}$	2,25
0,666... (sem fim)	$\frac{4}{3}$	1,333... (sem fim)

Anexo I